Διαγώνισμα *Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου*

Κρούσεις/Στερεό/Ταλαντώσεις

Σύνολο Σελίδων: Έντεκα (11) - Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

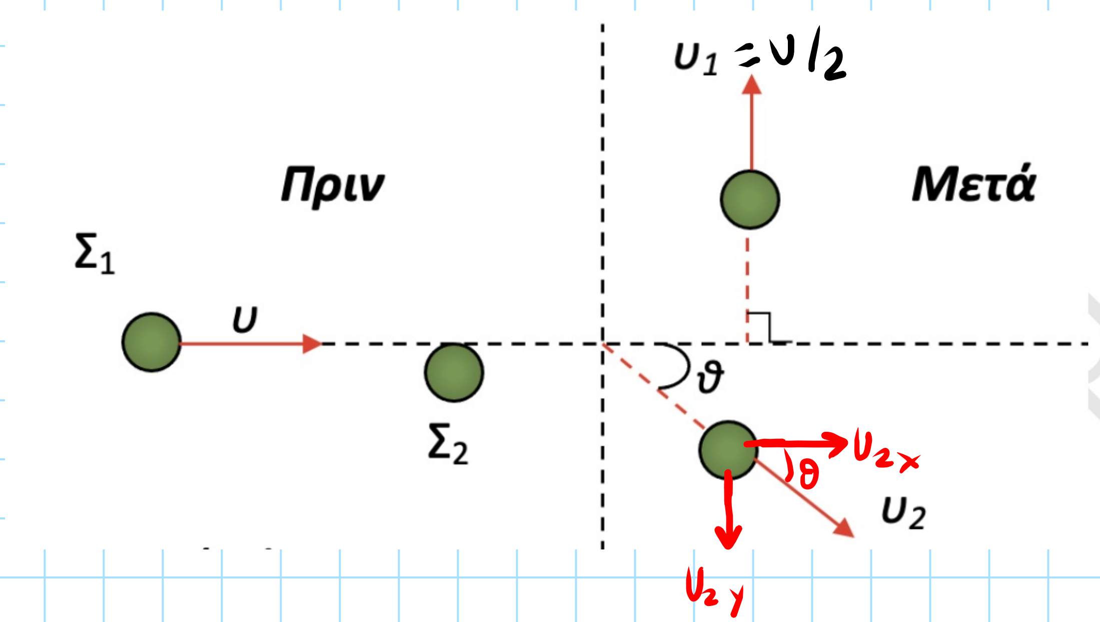
Κυριακή 28 Σεπτεμβρίου 2025

$\boxed{\text{Θέμα Α}}$ → (δ), (α), (δ), (α) / Σ, Λ, Σ, Σ, Σ

$\boxed{\text{Β.1}}$

[Α] → (γ)

[Β] → (γ)



ΑΔΟ x : $P^{\pi\rho\iota\nu}_{ολ(x)} = P^{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}_{ολ(x)} \Rightarrow$

$$m_1 \upsilon = P_{2x} \quad (1)$$

ΑΔΟ y : $P^{\pi\rho\iota\nu}_{ολ(y)} = P^{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}_{ολ(y)}$

$$0 = m_1 \upsilon_1 - P_{2y} \Rightarrow P_{2y} = m_1 \upsilon_1 \quad (2)$$

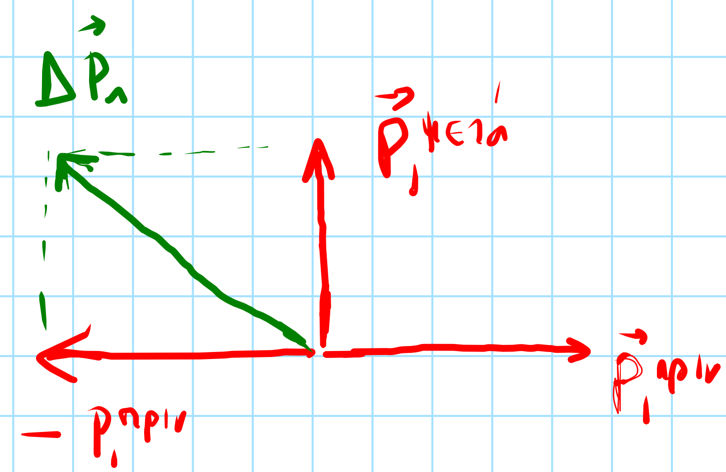
$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{P_{2y}}{P_{2x}} = \frac{m_1 \upsilon_1}{m_1 \upsilon} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{1}{2}$$

$$\Delta\vec{P}_2 = \vec{P}_2^{\,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - \vec{P}_2^{\,\pi\rho\iota\nu} \Rightarrow \Delta P_2 = \sqrt{P_{2x}^2 + P_{2y}^2} \overset{(1)}{\underset{(2)}{=}} \sqrt{(m_1 v)^2 + (m_1 v_1)^2}$$

$$\Rightarrow \Delta P_2 = m_1\sqrt{v^2 + \frac{v^2}{4}} = \frac{m_1 v\sqrt{5}}{2}$$

* Β' τρόπος

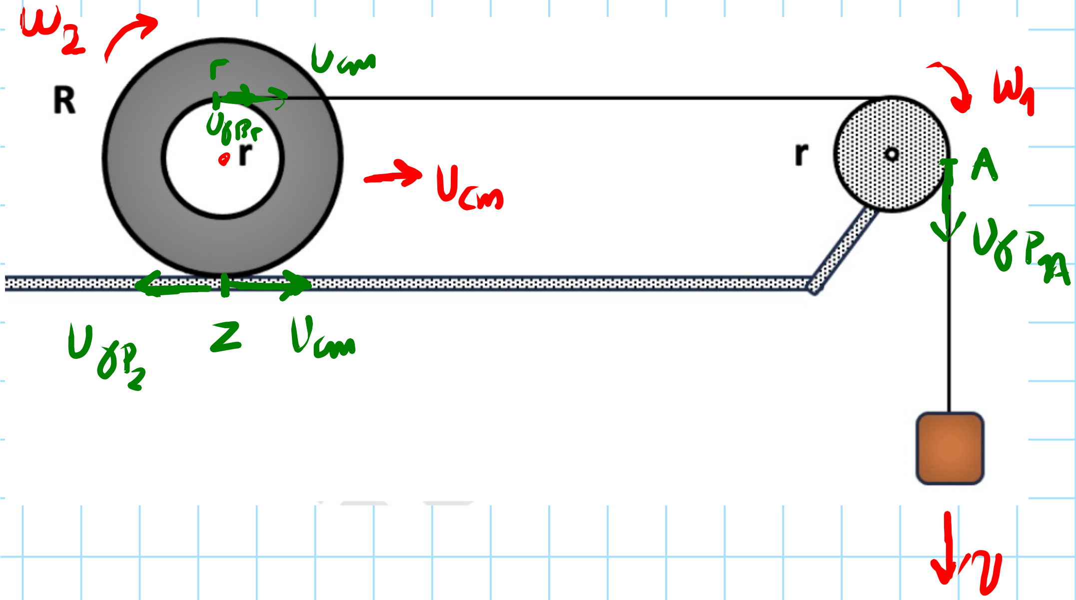
$$\Delta\vec{P}_2 = -\Delta\vec{P}_1$$



$$\Delta\vec{P}_1 = \vec{P}_1^{\,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - \vec{P}_1^{\,\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_1^{\,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} + (-\vec{P}_1^{\,\pi\rho\iota\nu})$$

$$\Delta P_1 = \sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_1 v)^2} = \dots$$

$\boxed{B.2} \rightarrow (\gamma)$



Ο δίσκος κ.χ.ο στο δάπεδο

$$v_Z = 0 \Rightarrow v_{cm} - v_{\gamma\rho_Z} = 0 \Rightarrow v_{cm} = v_{\gamma\rho_Z}$$

$$\Rightarrow v_{cm} = v_{\gamma\rho_Z} = \omega_2 R$$

για το σημείο Γ ισχύει ότι

$$v_\Gamma = v_{cm} + v_{\gamma\rho_\Gamma} = v_{cm} + \omega_2 \cdot r$$

$$\Rightarrow v_\Gamma = \omega_2 R + \omega_2 \frac{R}{2}$$

$$v_\Gamma = \frac{3}{2}\omega_2 R$$

Το νήμα δεν ολισθαίνει στον κύλινδρο

$$v_{\nu\eta\mu} = v_\Gamma$$

για την τροχαλία που το νήμα επίσης δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια της $v_{\gamma\rho_A} = v_{\nu\eta\mu}$

$$\Rightarrow \omega_1 \cdot r = v_{\nu\eta\mu}$$

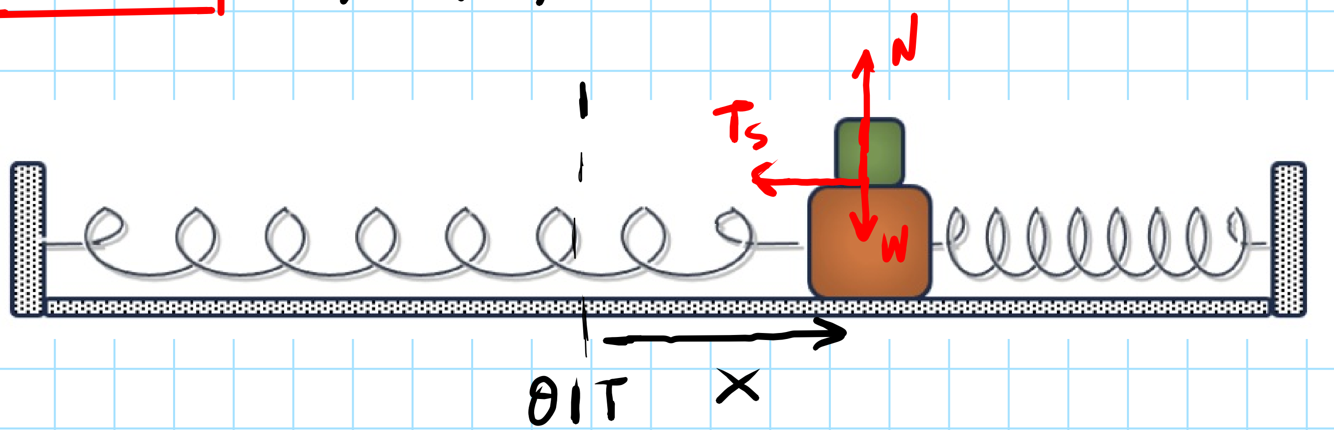
(*) Άρα $\omega_1 \cdot r = \frac{3}{2}\omega_2 R$

$$\Rightarrow \omega_1 = 3\omega_2 \Rightarrow \frac{d\theta_1}{dt} = 3\frac{d\theta_2}{dt}$$

Προκύπτει: $\Delta\theta_1 = 3\Delta\theta_2 \Rightarrow 2\pi N_1 = 3\cdot 2\pi N_2$

$$\Rightarrow N_1 = 3N_2$$

$\boxed{B.3}$ → (α)



Για το σύστημα των 2 σωμάτων $D = 2k = (m+2m)\omega^2$

$\Rightarrow 2k = 3m\omega^2$

Για το πάνω σώμα αφού εκτελεί ααΤ

$$\Sigma F_x = m\,a \Rightarrow T_s = m(-\omega^2 x) \Rightarrow T_s = -m\omega^2 x \quad / \quad \Sigma F_y = 0$$

$$N = mg$$

Για να μην ολισθαίνει πρέπει

$$|T_s| \le \mu_s N \Rightarrow |-m\omega^2 x| \le \frac{1}{3}mg \Rightarrow m\,\frac{2k}{3m}|x| \le \frac{1}{3}mg$$

$$\Rightarrow |x| \le \frac{mg}{2k} \Rightarrow A = \frac{mg}{2k}$$

Θέμα Γ

Γ.1 $\frac{T}{2} = 0{,}1\pi\ s \Rightarrow \boxed{T = 0{,}2\pi\ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}2\pi} \Rightarrow \underline{\omega = 10\ rad/s}$

$U = U_{max} = \omega \cdot A \Rightarrow A = \frac{2}{10} \Rightarrow \underline{A = 0{,}2 m}$

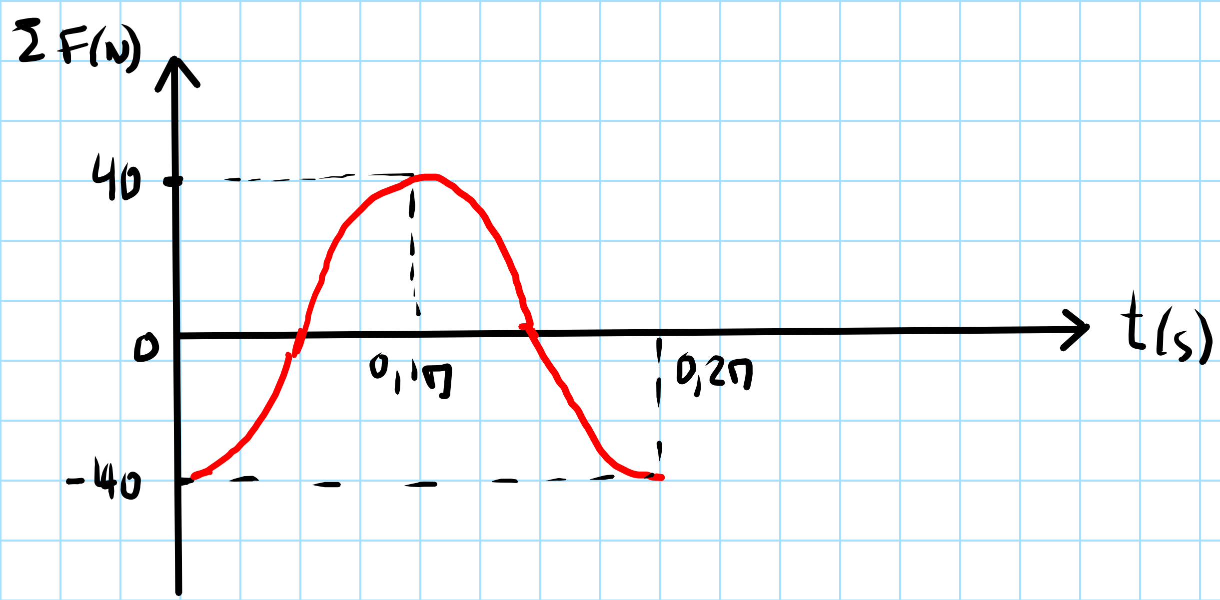
Σε μια περίοδο διανύει $S = 4A \Rightarrow \boxed{S = 0{,}8 m}$

Γ.2 $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ την $t_0 = 0$, $x = +A$ $\Big\}$ $\eta\mu\varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

$(0 \le \varphi_0 < 2\pi)$

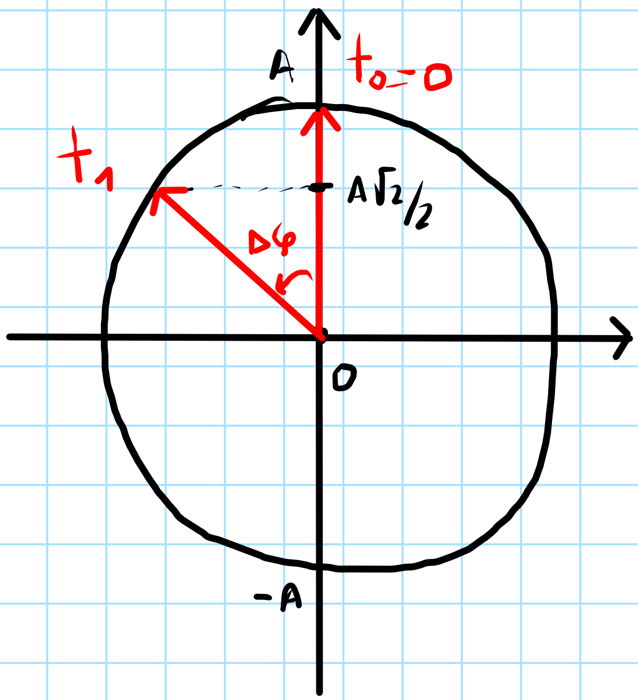
$\Sigma F = -D \cdot x = -m\omega^2 A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

$\Rightarrow \boxed{\Sigma F = -40\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)\ (SI)}$



Γ.3

$$U = \frac{U_{max}}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2} D A^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$$



με χρήση της αναπαράστασης του στρεφόμενου διανύσματος για πρώτη φορά θα διέρχεται όταν έχει στρίψει $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t \\ \sigma\upsilon\nu\Delta\varphi = \dfrac{A\sqrt{2}/2}{A} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \dfrac{\pi}{4} \end{array}\right\} \frac{\pi}{4} = 10 \cdot \Delta t$$

$$\boxed{\Delta t = \frac{\pi}{40}\ sec}$$

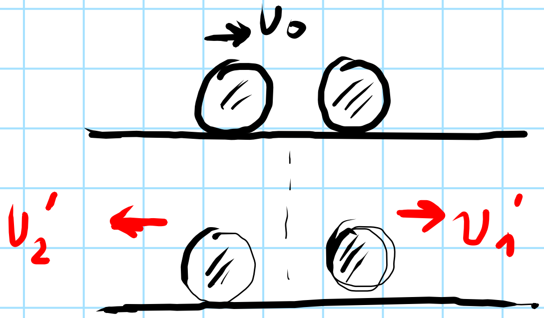
β' τρόπος

αρκεί να βρω την 1η φορά που $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$

$$\Rightarrow \frac{0{,}2\sqrt{2}}{2} = 0{,}2\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = \eta\mu\frac{\pi}{4}$$

$$\left.\begin{array}{l} 10t + \dfrac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{4} \\ \acute{\eta} \\ 10t + \dfrac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \pi - \dfrac{\pi}{4} \end{array} \quad \kappa \in \mathbb{Z} \right\} \ldots \kappa\lambda\pi$$

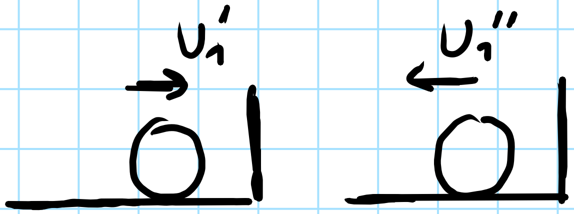
Γ.4



Αφού η κρούση είναι κεντρική και ελαστική

$$v_1' = \frac{2m_2}{m_1+m_2}v_0 \quad \text{και} \quad v_2' = \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_0$$

Το δάπεδο λείο άρα $|v_2'| =$ σταθ και $|v_1'| =$ σταθερό



Σύγκρουση σε τοίχο

Αφού $K_{πριν} = K_{μετα} \Rightarrow |v_1'| = |v_1''|$

Μέχρι να συγκρουστούν ξανά σε χρόνο Δt έχουν διανύσει

$$\left.\begin{aligned} S_1 = d + \frac{3d}{2} = \frac{5d}{2} \quad \text{και} \quad S_2 = \frac{d}{2} \end{aligned}\right\} \text{άρα} \quad \underline{S_1 = 5S_2}$$

και $|v_1'|\cdot \cancel{\Delta t} = 5|v_2'|\cancel{\Delta t} \Rightarrow \left|\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_0\right| = 5\left|\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_0\right| \xRightarrow{m_2<m_1}$

$$\Rightarrow 2m_2 = 5(m_1 - m_2) \Rightarrow \frac{2}{5} m_2 = m_1 - m_2 \Rightarrow m_1 = \frac{7}{5} m_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{7}{5}}$$

Γ.5

$$\Pi = \frac{K_1'}{K_2} \cdot 100\% = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} m_1 v_1'^2}{\cancel{\frac{1}{2}} m_2 v_0^2} \cdot 100\% = \frac{7}{5} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot 100\%$$

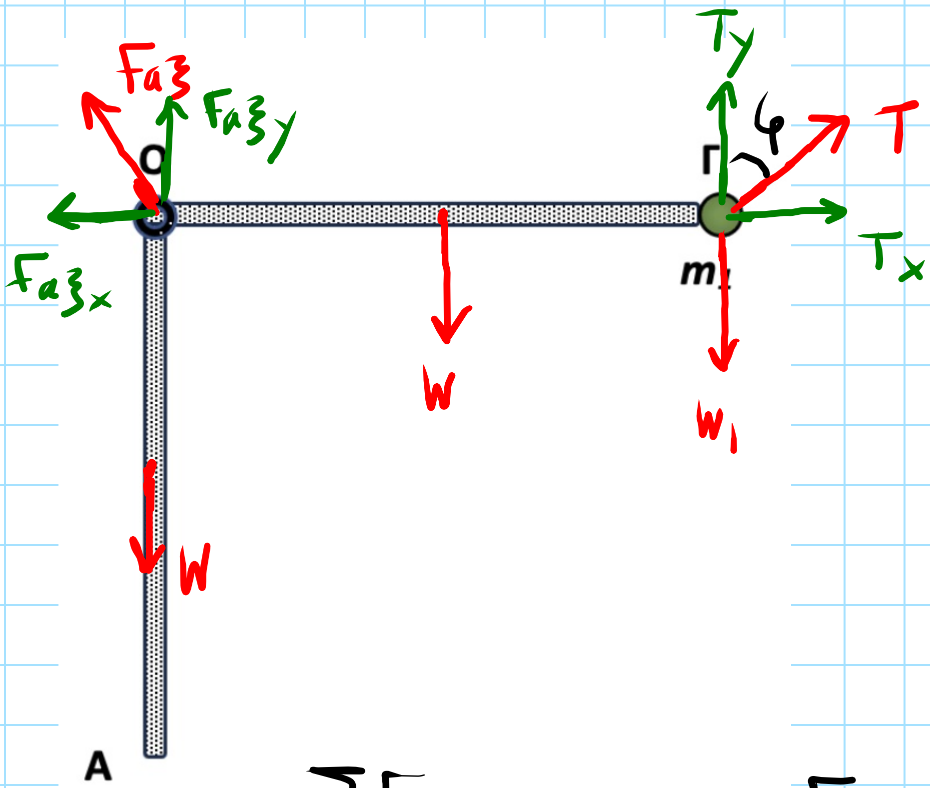
$$= \underline{\underline{\frac{35}{36} \cdot 100\%}}$$

$$v_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_0 = \frac{2m_2}{\frac{7}{5} m_2 + m_2} v_0 = \frac{2m_2}{12 m_2} \cdot 5 v_0$$

$$v_1' = \frac{5}{6} v_0$$

Θέμα Δ

Δ.1



Το σύστημα ισορροπεί

$$\Sigma \tau_{εξ(O)} = 0 \Rightarrow$$

$$T_y \cdot L - m_1 g L - Mg\frac{L}{2} = 0$$

$$\Rightarrow T_y = mg + \frac{Mg}{2} \Rightarrow T_y = 20\,N$$

$$\Rightarrow T \cdot συν60 = 20 \Rightarrow \boxed{T = 40\,N}$$

$$\Sigma F_{εξ x} = 0 \Rightarrow F_{αξ x} = T_x = Tημφ$$

$$\underline{F_{αξ x} = 20\sqrt{3}\,N}$$

$$\Sigma F_{εξ y} = 0 \Rightarrow T_y + F_{αξ y} = w + w + w_1$$

$$\Rightarrow F_{αξ y} = 30\,N$$

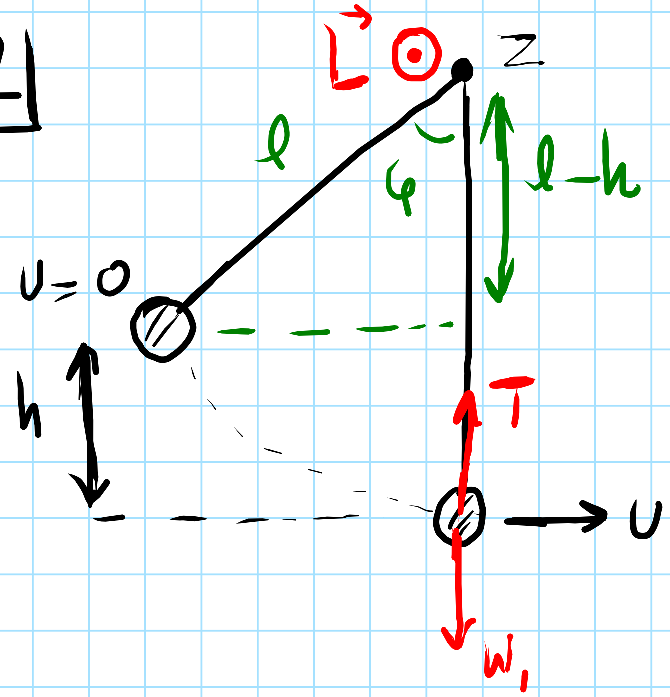
$$F_{αξ} = \sqrt{F_{αξ x}^2 + F_{αξ y}^2}$$

$$= \sqrt{(20\sqrt{3})^2 + (30)^2}$$

$$\Rightarrow F_{αξ} = \sqrt{1200 + 900}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{αξ} = 10\sqrt{21}\,N}$$

Δ.2



$$\frac{dL}{dt}=\Sigma\tau_{(z)}=\tau_{T(z)}+\tau_{w(z)}=0$$

$$L=m_1\upsilon\ell \Rightarrow \underline{L=6{,}4\ kg\cdot m/s}$$

Καθετη στην σελίδα με φορά προς τα έξω.

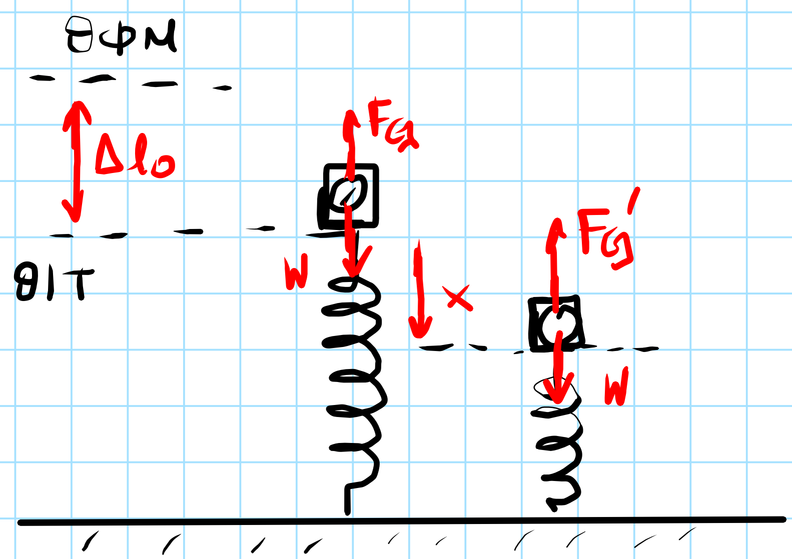
ΘΜΚΕ για την καθοδο

$$\Delta K=\Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2=mgh \Rightarrow \upsilon=\sqrt{2gh}$$

απο το τρίγωνο $\sigma\upsilon\nu 60=\frac{\ell-h}{\ell} \Rightarrow h=\frac{\ell}{2}$

$$\upsilon=\sqrt{g\ell}=4\,m/s$$

Δ.3



Στην ΘΙΤ: $\Sigma F=0 \Rightarrow F_{ελ}=w_2 \Rightarrow$

$k\Delta\ell_0=w_2$

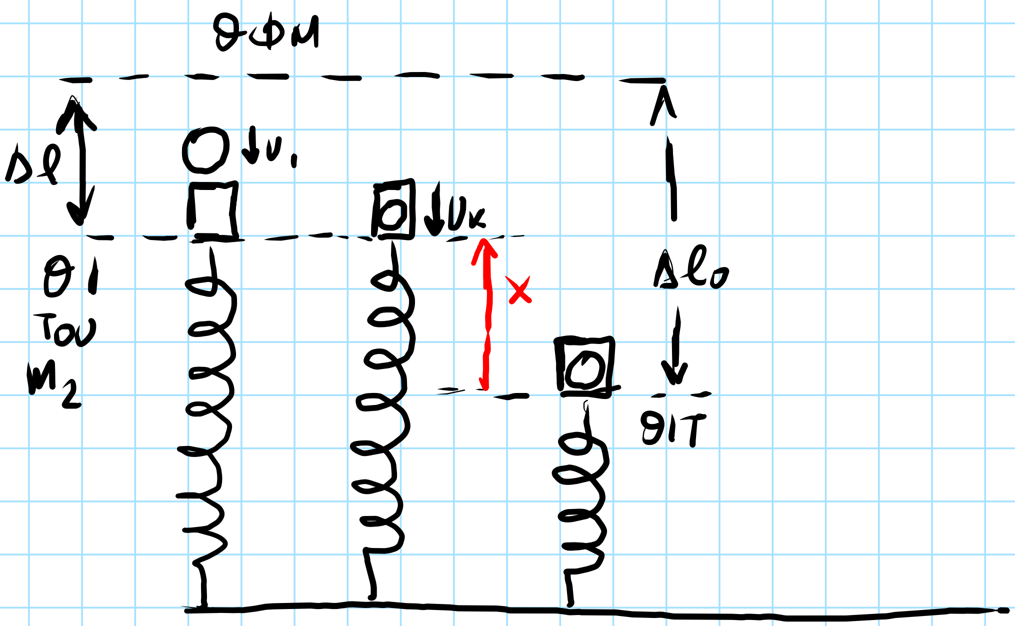
Στην τυχαία θέση: $\Sigma F=w_2-F_{ελ}'=w_2-k(\Delta\ell_0+x)$

$$\Rightarrow \Sigma F=\underbrace{w_2-k\Delta\ell_0}_{0}-kx \Rightarrow \underline{\underline{\Sigma F=-kx}}$$

Επέκταση ααΤ με $D = K$

Δ.41

$$\frac{U_{max}}{U_{ελ(max)}} = \frac{\frac{1}{2} D A^2}{\frac{1}{2} K (\Delta l_{max})^2} = \left(\frac{A}{\Delta l_{max}}\right)^2$$



✓ Για την πτώση του m_1 ΘΜΚΕ

$$\frac{1}{2} m_1 υ_1^2 - 0 = m_1 g d$$

$$υ_1 = \sqrt{2gd} \Rightarrow υ_1 = 4\, m/s$$

✓ Για την κρούση ΑΔΟ

$$m_1 υ_1 + 0 = (m_1 + m_2) υ_κ$$

$$\Rightarrow υ_κ = 2\, m/s$$

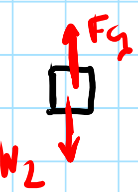
✓ ΑΔΕΤ για την ταλάντωση στην θέση που έγινε η κρούση

$$\frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) υ_κ^2 + \frac{1}{2} D x^2$$

$$A^2 = \frac{m_1 + m_2}{K} υ_κ^2 + x^2 = \frac{2}{100} \cdot 4 + \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow \underline{A = 0,3\, m}$$

Στην ΘΙ του $Σ_2$



$ΣF = 0$

$K \Delta l = m_2 g$

$\Delta l = 0,1\, m$

Στην ΘΙΤ

$K \Delta l_0 = w_{ολ}$

$$\Delta l_0 = \frac{(m_1 + m_2) g}{K} = 0,2\, m$$

άρα $|x| = \Delta l_0 - \Delta l = 0,1\, m$

Στην κάτω ακραία θέση

$\Delta l_{max} = \Delta l_0 + A$

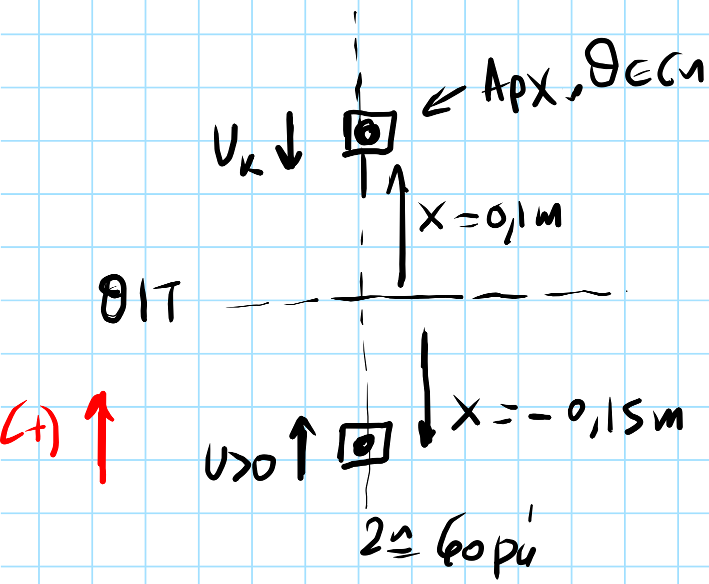
άρα $\dfrac{U_{max}}{U_{ελ,max}} = \left(\dfrac{0,3}{0,5}\right)^2 = \dfrac{9}{25}$

Δ.5 $K = 3U$

ΑΔΕΤ: $E = K + U \Rightarrow E = 4U$

$\Rightarrow U = \dfrac{E}{4} \Rightarrow \dfrac{1}{2} D x^2 = \dfrac{1}{4}\,\dfrac{1}{2} D A^2$

$\Rightarrow x = -\dfrac{A}{2} = -0,15\,m$



ΑΔΕΤ: $K = \dfrac{3E}{4} \Rightarrow \dfrac{1}{2}(m_1+m_2)υ^2 = \dfrac{3}{4}\,\dfrac{1}{2} k A^2$

$\Rightarrow υ = +\dfrac{3\sqrt{6}}{4}\,m/s$

$\dfrac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot υ = -D \cdot x \cdot υ \Rightarrow$

$\dfrac{dK}{dt} = -100 \cdot \left(-\dfrac{0,3}{2}\right) \cdot \dfrac{3\sqrt{6}}{4} \Rightarrow \dfrac{dK}{dt} = \dfrac{45\sqrt{6}}{4}\,J/s$