

---

# Κρούσεις

## 1ο Σετ Ασκήσεων - Αύγουστος 2023

Επιμέλεια: Δρ. Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου

<http://www.perifysikhs.com>

---

### 1. Θέμα Α - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής / Ερωτήσεις Σωστού- Λάθους.

#### 1.1. Σε κάθε κρούση:

- (α) η συνολική ορμή του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται.
- (β) η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- (γ) η μηχανική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
- (δ) η ορμή κάθε σώματος διατηρείται σταθερή.

#### 1.2. Μια κρούση λέγεται έκκεντρη όταν:

- (α) δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
- (β) δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- (γ) οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι κάθετες.
- (δ) οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.

#### 1.3. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων ισχύει ότι:

- (α) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.
- (β) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων αυξάνεται.
- (γ) η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.
- (δ) η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.

#### 1.4. Σε μια κρούση δύο σφαιρών:

- (α) το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών μετά την κρούση.
- (β) οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των σφαιρών πριν και μετά την κρούση βρίσκονται πάντα στην ίδια ευθεία.

- (γ) το άθροισμα των ορμών των σφαιρών πριν την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ορμών τους μετά την κρούση.
- (δ) το άθροισμα των ταχυτήτων των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ταχυτήτων τους μετά από την κρούση.

**1.5.** Μια ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων χαρακτηρίζεται ως πλαστική όταν:

- (α) η ορμή του συστήματος δεν διατηρείται.
- (β) τα σώματα μετά την κρούση κινούνται χωριστά.
- (γ) η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
- (δ) οδηγεί στην συγκόλληση των σωμάτων (δημιουργία συσσωματώματος).

**1.6.** Κατά την κεντρική ανελαστική κρούση δύο σημειακών σφαιρών διατηρείται σταθερή:

- (α) η ορμή κάθε σφαίρας.
- (β) η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.
- (γ) η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας.
- (δ) η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών.

**1.7.** Σε μια ελαστική κρούση:

- (α) η ορμή και η ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρούνται σταθερές.
- (β) η ορμή του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται, ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.
- (γ) η ορμή του συστήματος των σωμάτων μειώνεται, ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται.
- (δ) η ορμή του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή, ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.

**1.8.** Σε μια κεντρική πλαστική κρούση:

- (α) διατηρείται η ορμή του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται.
- (β) διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται.
- (γ) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων πριν την κρούση είναι μικρότερη από αυτήν μετά την κρούση.
- (δ) τα σώματα μετά την κρούση κινούνται σε διευθύνσεις που σχηματίζουν γωνία.

**1.9.** Όταν στο μικρόκοσμο συμβαίνει το φαινόμενο της σκέδασης δύο σωματιδίων, τότε τα σωματίδια :

- (α) αλληλεπιδρούν για μικρό χρονικό διάστημα και αναπτύσσονται μεταξύ τους πολύ ισχυρές δυνάμεις.
- (β) έρχονται σε επαφή για μεγάλο χρονικό διάστημα.
- (γ) ανταλλάσσουν ορμές.
- (δ) ανταλλάσσουν ταχύτητες.

ω

**1.10.** Σφαίρα Α συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β μεγαλύτερης μάζας. Η ταχύτητα της σφαίρας Α μετά την κρούση

- (α) θα είναι ίση με την ταχύτητα που είχε πριν την κρούση
- (β) θα μηδενισθεί
- (γ) θα έχει αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική
- (δ) θα είναι ίση με την ταχύτητα που θα αποκτήσει η σφαίρα Β.

**1.11.** Δύο μικρά σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Ο λόγος της ολικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των μαζών πριν και μετά την κρούση είναι  $\frac{K_{ολ}^{(πριν)}}{K_{ολ}^{(μετά)}} = 4$ . Το ποσοστό της ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

- (α) 0%
- (β) 25%
- (γ) 50%
- (δ) 75%

**1.12.** Δύο σώματα με ίσες μάζες που κινούνται με μέτρα ταχυτήτων  $v_1$  και  $v_2$  συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση τα σώματα θα αποκτήσουν ταχύτητες με μέτρα  $v'_1$  και  $v'_2$  αντίστοιχα που θα δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

- (α)  $v'_1 = v_1$  και  $v'_2 = v_2$
- (β)  $v'_1 = 0$  και  $v'_2 = 0$
- (γ)  $v'_1 = 0$  και  $v'_2 = v_1$
- (δ)  $v'_1 = v_2$  και  $v'_2 = v_1$

**1.13.** Σώμα Α μάζας  $m$  κινείται με ταχύτητα  $v$  και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Β διπλάσιας μάζας. Οι ταχύτητες των σωμάτων Α και Β αμέσως μετά την κρούση έχουν:

- (α) ίδιες κατευθύνσεις.

- (β) αντίθετες κατευθύνσεις.
- (γ) κάθετες κατευθύνσεις.
- (δ) ίσα μέτρα και ίδια κατεύθυνση.

**1.14.** Σώμα Α μάζας  $m$  συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με σώμα Β τριπλάσιας μάζας. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος που προκύπτει είναι μηδέν, τότε οι σφαίρες Α και Β πριν την κρούση, έχουν:

- (α) ίσες ορμές.
- (β) αντίθετες ταχύτητες.
- (γ) αντίθετες ορμές.
- (δ) ίσες κινητικές ενέργειες.

**1.15.** Σφαίρα (1) συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα (2) τετραπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση:

- (α) η σφαίρα (1) παραμένει ακίνητη.
- (β) η σφαίρα (1) συνεχίζει να κινείται στην ίδια κατεύθυνση
- (γ) όλη η κινητική ενέργεια της σφαίρας (1) μεταφέρεται στην σφαίρα (2)
- (δ) ισχύει  $\Delta \vec{P}_1 = -\Delta \vec{P}_2$ , όπου  $\Delta \vec{P}_1$ ,  $\Delta \vec{P}_2$  οι μεταβολές των ορμών των δύο σφαιρών.

**1.16.** Δύο μικρά σώματα με μάζες  $m$  και  $4m$ , που κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίθετες κατευθύνσεις και ταχύτητες  $v_1$  και  $v_2$  αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται, τότε τα δύο σώματα πριν την κρούση είχαν:

- (α) αντίθετες ταχύτητες
- (β) ίσες ορμές
- (γ) αντίθετες ορμές
- (δ) ίσες κινητικές ενέργειες.

**1.17.** Μικρή σφαίρα, που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται ελαστικά και πλάγια με κατακόρυφο τοίχο. Στην περίπτωση αυτή:

- (α) Η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.
- (β) Ισχύει  $\vec{v} = \vec{v'}$  ( όπου  $\vec{v}$  η ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση και  $\vec{v'}$  η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση).
- (γ) Η ορμή της σφαίρας παραμένει σταθερή.
- (δ) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας δεν διατηρείται σταθερή.

**1.18.** Όταν δύο σφαίρες μικρών διαστάσεων, ίδιας μάζας, που κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, συγκρουστούν έκκεντρα και ελαστικά, τότε :

- (α) ανταλλάσσουν ταχύτητες.
- (β) ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.
- (γ) διατηρείται η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.
- (δ) δεν μεταβάλλεται η ορμή της κάθε σφαίρας κατά την κρούση.

**1.19.** Μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια και ελαστικά σε κατακόρυφο τοίχο με ορμή μέτρου  $p$  και γωνία πρόσπτωσης  $\theta$ . Το μέτρο της μεταβολής της ορμής θα είναι :

- (α)  $2p\sin\theta$                       (β)  $2p\eta\mu\theta$                       (γ)  $p$                       (δ)  $2p$

**1.20.** Κατά την πλάγια ελαστική κρούση μιας σημειακής σφαίρας, που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με κατακόρυφο τοίχο :

- (α) η ορμή της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση είναι αντίθετη από την ορμή της λίγο πριν την κρούση.
- (β) η δύναμη που δέχεται η σφαίρα κατά την επαφή της με τον τοίχο μεταβάλλει την παράλληλη προς τον κατακόρυφο τοίχο συνιστώσα της ορμής της σφαίρας.
- (γ) η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται.
- (δ) η κινητική ενέργεια της σφαίρας δεν μεταβάλλεται.

**1.21.** Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**.

- (α) Όταν η ολική ορμή ενός συστήματος κινούμενων σωμάτων είναι μηδέν, τότε και η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μηδέν.
- (β) Σκέδαση ονομάζουμε κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου στο οποίο τα "συγκρουόμενα" σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μικρές δυνάμεις για πολύ λίγο χρόνο.
- (γ) Μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η πλαστική κρούση.
- (δ) Σε μια πλαστική κρούση η ενέργεια διατηρείται σταθερή.
- (ε) Η ορμή ενός μονωμένου συστήματος δεν διατηρείται σταθερή σε μια ανελαστική κρούση.

**1.22.** Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**.

- (α) Μικρή σφαίρα συγκρούεται ελαστικά και κάθετα σε κατακόρυφο τοίχο. Η ορμή και η κινητική ενέργεια της σφαίρας διατηρούνται σταθερά.
- (β) Στις μη κεντρικές κρούσεις δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των σωμάτων.

(γ) Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.

(δ) Κατά την διάρκεια μιας κεντρικής ελαστικής κρούσης η μέγιστη δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης των σωμάτων είναι σε κάθε στιγμή ίση με την Κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων.

(ε) Όταν δύο σώματα μικρών διαστάσεων και ίδιων μαζών συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, ανταλλάσσουν Κινητικές ενέργειες.

(στ) Αν μικρή σφαίρα συγκρουστεί κάθετα και ελαστικά με λείο κατακόρυφο τοίχο έχοντας ορμή μέτρου  $p$ , η μεταβολή του μέτρου της ορμής της είναι ίση με  $2p$ .

## 2. Θέμα Β - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

**2.1.** Σώμα Α μάζας  $m_A$  προσπίπτει με ταχύτητα  $v_A$  σε ακίνητο σώμα Β μάζας  $m_B$ , με το οποίο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση το σώμα Α γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το  $1/3$  της αρχικής του τιμής. Ο λόγος των μαζών  $\frac{m_B}{m_A}$  είναι:

(α)  $\frac{1}{3}$

(β)  $\frac{1}{2}$

(γ) 2

(δ) 3

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**2.2.** Μεταλλική συμπαγής σφαίρα  $\Sigma_1$  κινούμενη προς ακίνητη μεταλλική συμπαγή σφαίρα  $\Sigma_2$ , τριπλάσιας μάζας από τη  $\Sigma_1$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτή. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της  $\Sigma_1$  που μεταβιβάζεται στη  $\Sigma_2$  κατά την κρούση είναι:

(α) 30%

(β) 25%

(γ) 75%

(δ) 100%

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**2.3.** Τρεις μικρές σφαίρες  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Οι σφαίρες έχουν μάζες  $m_1 = m$ ,  $m_2 = m$  και  $m_3 = 3m$  αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα  $\Sigma_1$  ταχύτητα μέτρου  $v_1$  και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη δεύτερη ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$ . Στη συνέχεια η δεύτερη σφαίρα  $\Sigma_2$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με την τρίτη ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_3$ . Η τρίτη σφαίρα αποκτά τότε ταχύτητα μέτρου  $v_3$ . Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων  $\frac{v_3}{v_1}$  είναι:

(α)  $\frac{1}{3}$

(β)  $\frac{1}{2}$

(γ) 1

(δ) 2

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.4.** Ένα σώμα μάζας  $m_1$  κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v_1$  και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα που είναι αρχικά ακίνητο. Είναι δυνατόν μετά την κρούση η ταχύτητα του πρώτου σώματος να έχει μέτρο  $v'_1 = 3m/s$  ίδιας φοράς με την αρχική του ταχύτητα και η ταχύτητα του δεύτερου σώματος να έχει μέτρο  $v'_2 = 4m/s$ .

- (α) όχι  
(β) ναι  
(γ) μόνο αν τα σώματα έχουν ίδιες μάζες

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.5.** Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι είναι δυνατόν η αρχική ορμή ενός συστήματος δύο σωμάτων που συγκρούονται πλαστικά να είναι μηδέν, και μετά την κρούση η τελική ορμή του συστήματος να είναι μηδέν ενώ η κινητική ενέργεια του συστήματος να είναι διάφορη του μηδενός. Ο παραπάνω ισχυρισμός:

- (α) είναι ψευδής.  
(β) είναι αληθής.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.6.** Σώμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v$ . Στην πορεία του συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $M = 3m$ . Η απόλυτη τιμή της μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας  $\Delta K_{ολ}$  του συστήματος είναι αντίστοιχα:

- (α)  $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = 0$ ,  $|\Delta K_{ολ}| = \frac{mv^2}{3}$   
(β)  $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = mv$ ,  $|\Delta K_{ολ}| = \frac{mv^2}{3}$   
(γ)  $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = 0$ ,  $|\Delta K_{ολ}| = \frac{3mv^2}{8}$   
(δ)  $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = \frac{3mv}{4}$ ,  $|\Delta K_{ολ}| = \frac{3mv^2}{8}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

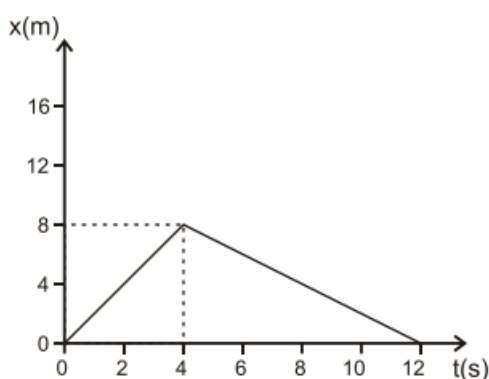
- 2.7.** Ένα σώμα μάζας  $m_1$  συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Αν η σύγκρουση θεωρηθεί ελαστική και η αρχική κινητική ενέργεια του  $m_1$  είναι  $K_1$ , η κινητική ενέργεια που χάνει το  $m_1$  είναι:

- (α)  $\Delta K_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} K_1$   
(β)  $\Delta K_1 = \frac{(m_1 + m_2)^2}{m_1 m_2} K_1$

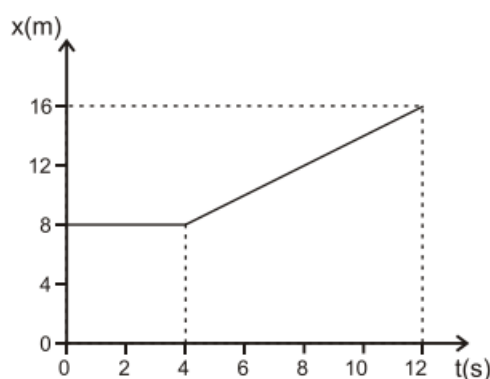
$$(\gamma) \Delta K_1 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} K_1$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.8.** Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η θέση  $x$  κάθε σώματος στην ευθεία γραμμή, που τα ενώνει, μετριέται από κοινή αρχή. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος  $m_1$  φαίνεται στο Σχήμα 4 και του σώματος  $m_2$  στο Σχήμα 5. Δίνεται ότι  $m_1 = 1\text{ kg}$  και ότι η διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων κατά την κεντρική κρούση είναι αμελητέα.



Σχήμα 4



Σχήμα 5

Η κρούση των δύο σωμάτων είναι:

(α) ελαστική

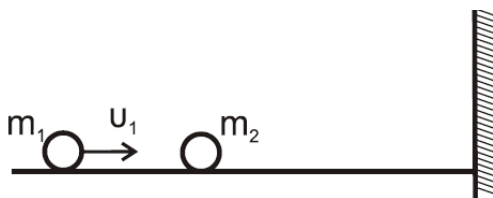
(β) ανελαστική

(γ) πλαστική

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Επαναληπτικές Πανελλήνιες - Ιούνης 2015**

- 2.9.** Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας  $m_1$  με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ . Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ). Μετά την κρούση με τη μάζα  $m_1$ , η  $m_2$  συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών  $m_1$  και  $m_2$ , μετά την κρούση της  $m_2$  με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  είναι:

(α)  $\frac{1}{3}$

(β)  $\frac{1}{2}$

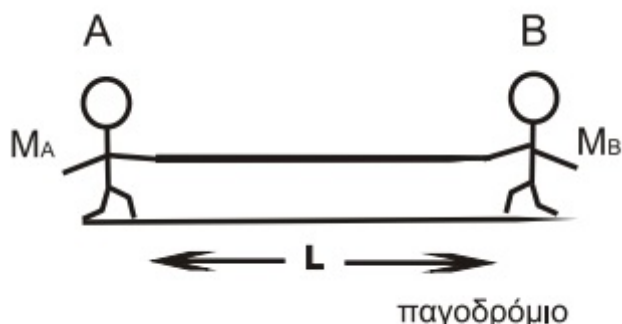
(γ) 1

(δ) 3

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Πανελλήνιες - Ιούνης 2014**

- 2.10.** Δύο μαθητές A και B, με μάζες  $m_A$  και  $m_B$  ( $m_A < m_B$ ), στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ενός παγοδρομίου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι δύο μαθητές κρατάνε τις άκρες ενός σχοινιού σταθερού μήκους  $L$ . Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν ταυτόχρονα το σχοινί και κινούνται στην ίδια ευθεία. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα οι μαθητές αγκαλιάζονται και παραμένουν αγκαλιασμένοι.



Οι αγκαλιασμένοι μαθητές:

- (α) Θα κινηθούν προς τα αριστερά.  
 (β) Θα κινηθούν προς τα δεξιά.  
 (γ) Θα παραμείνουν ακίνητοι.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Πανελλήνιες - Ιούνης 2016**

- 2.11.** Ένα βλήμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια και ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου  $v_o$ . Κάποια στιγμή εκρηγνύεται σε δύο κομμάτια ίσης μάζας  $m_1 = m_2 = \frac{m}{2}$ . Το ένα από αυτά αμέσως μετά την έκρηξη κινείται σε διεύθυνση κάθετη προς την αρχική διεύθυνση κίνησης και με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = v_o$ . Η ταχύτητα του άλλου κομματιού μπορεί να αναλυθεί σε δύο κάθετες συνιστώσες που έχουν μέτρα:

- (α)  $v_o$  και  $v_o$   
 (β)  $v_o$  και  $2v_o$   
 (γ)  $2v_o$  και  $2v_o$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.12.** Δύο σφαίρες Α και Β με μάζες  $m$  και  $4m$  κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες μέτρου  $v_1$  και  $v_2$  πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας πριν την κρούση είναι  $K$ . Αν οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά η μεταβολή της Κινητικής ενέργειας του συστήματος εξαιτίας της κρούσης θα είναι:

(α)  $-\frac{9}{5}K$

(β)  $-\frac{4}{5}K$

(γ)  $-\frac{3}{5}K$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.13.** Σφαίρα Α, μάζας  $m_1$ , που κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$ , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητη σφαίρα Β, μάζας  $m_2$ . Ο λόγος  $\frac{K'_1}{K'_2}$  των τελικών κινητικών ενεργειών των δύο σφαιρών είναι:

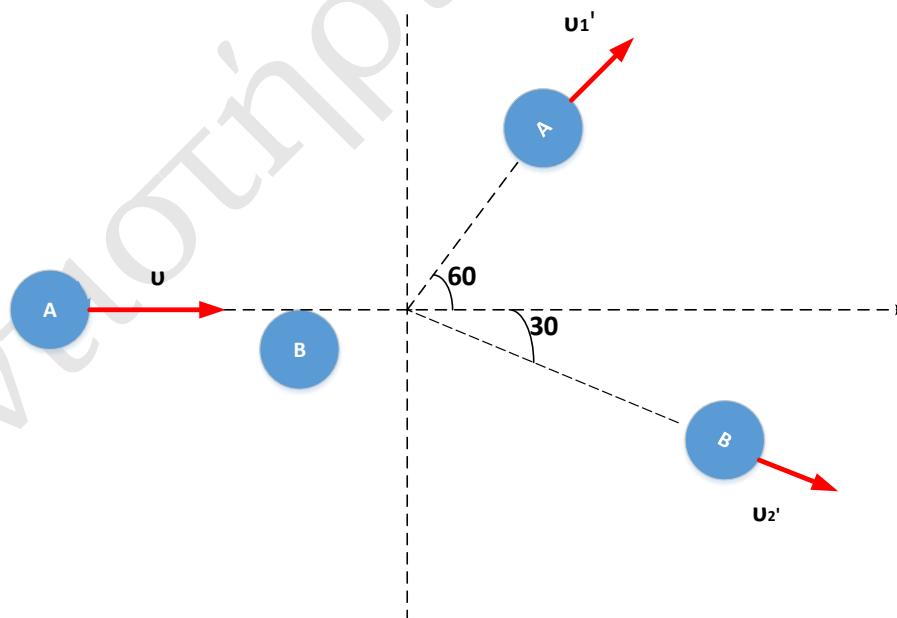
(α)  $\frac{(m_1 - m_2)^2}{4m_1m_2}$

(β)  $\frac{(m_1 + m_2)^2}{2m_1m_2}$

(γ)  $\frac{(m_1 - m_2)^2}{2m_1m_2}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 2.14.** Σφαίρα Α μάζας  $m_1$  κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$  και συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β, μάζας  $m_2$ . Οι σφαίρες μετά την κρούση κινούνται στις κατευθύνσεις που φαίνονται στο σχήμα (κάτοψη). Ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών θα είναι:



(α)  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$

(β)  $\frac{m_1}{m_2} = 1$

(γ)  $\frac{m_1}{m_2} = 2$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

- 2.15.** Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m$  και  $4m$  αντίστοιχα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά. Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων προς την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων είναι ίσος με

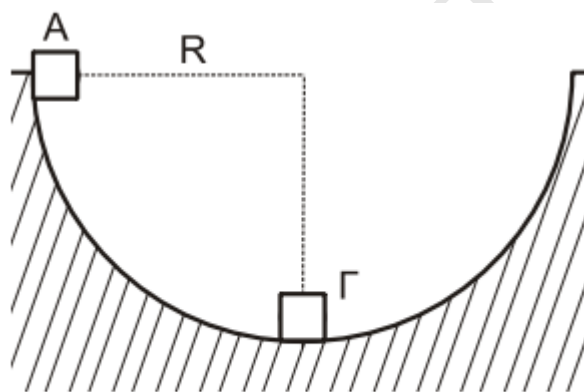
(α)  $\frac{1}{4}$

(β)  $\frac{1}{5}$

(γ)  $\frac{1}{10}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Επαναληπτικές Πανελληνίες - Σεπτέμβρης 2017**

- 2.16.** Από το εσωτερικό άκρο Α ενός ημισφαιρίου ακτίνας  $R$  (Σχήμα 4) αφήνεται ελεύθερη μάζα  $m_1$  αμελητέων διαστάσεων. Στο κατώτατο σημείο Γ του ημισφαιρίου είναι ακίνητη μια πανομοιότυπη μάζα  $m_2$  ( $m_1 = m_2 = m$ ) αμελητέων διαστάσεων. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.



**Σχήμα 4**

- A.** Η μάζα  $m_1$  συγκρούεται με τη μάζα  $m_2$  κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η μάζα  $m_2$  θα ανέλθει σε ύψος  $H$  ως προς το κατώτατο σημείο του ημισφαιρίου ίσο με:

(α)  $\frac{R}{4}$

(β)  $R$

(γ)  $\frac{3R}{2}$

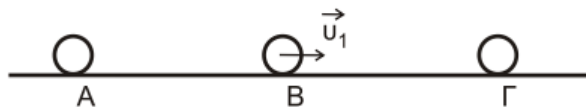
- B.** Η μάζα  $m_1$  συγκρούεται με τη μάζα  $m_2$  μετωπικά και πλαστικά. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα ανέλθει σε ύψος  $h$  ως προς το κατώτατο σημείο του ημισφαιρίου ίσο με:

(α)  $\frac{R}{4}$

(β)  $R$

(γ)  $\frac{3R}{2}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Επαναληπτικές Πανελληνίες - Σεπτέμβρης 2018**



- 2.17.** Τρεις σφαίρες A, B, Γ ίδιων διαστάσεων με μάζες  $m_A = 2m$ ,  $m_B = m$  και  $m_\Gamma = 2m$ , αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με τα κέντρα τους στην ίδια ευθεία, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η σφαίρα B έχει τεθεί από εξωτερικό αίτιο σε κίνηση με σταθερή ταχύτητα  $v_1$  προς τα δεξιά χωρίς να περιστρέφεται. Η σφαίρα B, αφού συγκρουστεί με τη σφαίρα Γ στη συνέχεια συγκρούεται με τη σφαίρα A. Αν όλες οι κρούσεις είναι κεντρικές και ελαστικές ο λόγος της τελικής προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας B είναι:

- (α)  $\frac{1}{81}$  (β) 81 (γ)  $\frac{4}{81}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Επαναληπτικές Πανελληνίες - Σεπτέμβρης 2019**

- 2.18.** Σε λείο οριζόντιο επίπεδο μια σφαίρα  $\Sigma_1$  μάζας  $m$  μικρών διαστάσεων συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη όμοια σφαίρα  $\Sigma_2$  ίσης μάζας  $m$ , η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  κινούνται με ταχύτητες  $\vec{v}_1$  και  $\vec{v}_2$  αντίστοιχα. Η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{v}_1$  με το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{v}_2$  είναι:

- (α)  $60^\circ$  (β)  $90^\circ$  (γ)  $120^\circ$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Επαναληπτικές Πανελληνίες - Σεπτέμβρης 2019**

- 2.19.** Μικρή σφαίρα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v_1$  και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$  με  $m_1 < m_2$ . Κατά την κρούση αυτή, ποσοστό επί τοις εκατό (%) ίσο με  $\Pi_1$  της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας  $\Sigma_1$  μεταφέρεται ως κινητική ενέργεια στη σφαίρα  $\Sigma_2$ . Αν αντιστρέψουμε τη διαδικασία, δηλαδή αν η σφαίρα  $\Sigma_2$ , κινούμενη με ταχύτητα μέτρου  $v_2$ , συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με την ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_1$ , τότε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας της σφαίρας  $\Sigma_2$ , που μεταφέρεται στη σφαίρα  $\Sigma_1$ , ισούται με  $\Pi_2$ . Για τα ποσοστά  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  ισχύει:

- (α)  $\Pi_1 < \Pi_2$  (β)  $\Pi_1 = \Pi_2$  (γ)  $\Pi_1 > \Pi_2$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Πανελλήνιες - Ιούνιος 2020**

- 2.20.** Σε οριζόντιο δάπεδο βρίσκεται αρχικά ακίνητο κιβώτιο μάζας  $M$ . Δύο υλικά σημεία μάζας  $m_1$  και  $m_2$  που κινούνται οριζόντια και αντίθετα, συγκρούονται ταυτόχρονα με το κιβώτιο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Το  $m_1$  που κινείται προς τα δεξιά, έχει μάζα  $m_1 = \frac{m_2}{4}$  και ταχύτητα μέτρου  $v$  ακριβώς πριν την κρούση. Το  $m_2$  που κινείται προς τα αριστερά, έχει επίσης ταχύτητα μέτρου  $v$  ακριβώς πριν την κρούση. Το  $m_1$  διαπερνά το κιβώτιο χάνοντας το 84% της αρχικής του ενέργειας, ενώ το  $m_2$  σφηνώνεται στο κιβώτιο.



Σχήμα 2

Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση, αποκτά ταχύτητα προς τα αριστερά μέτρου  $V = \frac{v}{10}$  (Να θεωρήσετε ότι η κρούση είναι ακαριαία και οι πορείες των υλικών σημείων μέσα στο κιβώτιο κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν επηρεάζουν τη συνολική μάζα του συστήματος και επιτρέπουν το ένα να διαπερνά και το άλλο να ενσωματώνεται ταυτόχρονα). Η μάζα του κιβωτίου είναι:

(α)  $M = 3m_1$

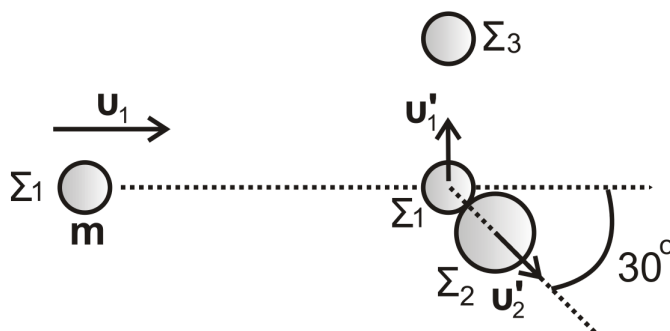
(β)  $M = 3m_2$

(γ)  $M = 30m_1$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Πανελλήνιες - Σεπτέμβριος 2021**

- 2.21.** Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = m$  που κινείται με ταχύτητα  $v_1$ , συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη σφαίρα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 2m$ , η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Αμέσως μετά την κρούση, η σφαίρα  $\Sigma_1$  κινείται κάθετα στην αρχική της διεύθυνση με ταχύτητα  $v'_1$  και η σφαίρα  $\Sigma_2$  κινείται με ταχύτητα  $v'_2$  σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με την αρχική διεύθυνση κίνησης της σφαίρας  $\Sigma_1$ . Στη συνέχεια, η σφαίρα  $\Sigma_1$  συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3 = m$  που βρίσκεται ακίνητη στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα 3.



Σχήμα 3

Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος των σφαιρών  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_3$  προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας  $\Sigma_1$ , πριν την κρούση της με τη σφαίρα  $\Sigma_2$ , είναι ίσος με:

(α)  $\frac{1}{2}$

(β)  $\frac{1}{3}$

(γ)  $\frac{1}{6}$

Να θεωρήσετε ότι: όλες οι σφαίρες είναι μικρών διαστάσεων, όλες οι κρούσεις είναι ακαριαίες, τα σώματα δεν αναπηδούν κατά την κρούση, κατά τις κρούσεις, δεν έχουμε απώλεια μάζας.

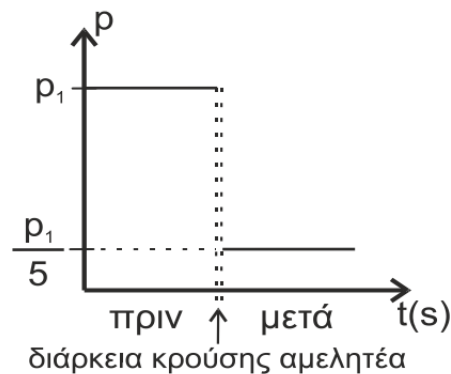
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Πανελλήνιες - Ιούνιος 2021**

- 2.22.** Σφαίρα μάζας  $m_1$  κινείται με ορμή μέτρου  $p_1$  και συγκρούεται, κεντρικά και ελαστικά, με ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 3. Η γραφική παράσταση της ορμής της σφαίρας  $m_1$  φαίνεται στο Σχήμα 4.



**Σχήμα 3**



**Σχήμα 4**

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταβιβάστηκε από τη σφαίρα μάζας  $m_1$  στη σφαίρα μάζας  $m_2$  κατά την κρούση είναι ίσο με:

(α) 64%

(β) 80%

(γ) 96%

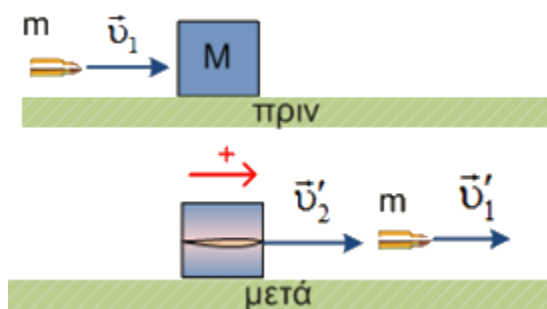
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Πανελλήνιες - Ιούνιος 2022**

### 3. Θέμα Γ - Ασκήσεις

- 3.1.** Σώμα μάζας  $M = 5kg$  ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 100m/s$  και μάζας  $m = 0,2kg$ , διαπερνά το σώμα χάνοντας το 75% της κινητικής του ενέργειας και εξέρχεται με ταχύτητα  $\vec{v}_1'$ . Να υπολογιστεί:

- (α) το μέτρο της ταχύτητας  $\vec{v}_1'$  του βλήματος και της ταχύτητας  $\vec{v}_2'$  του σώματος αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.



- (β) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο σώμα κατά την κρούση.  
 (γ) Η μεταβολή της ορμής του βλήματος και του σώματος από τη στιγμή που ηρεμούσε το σώμα μέχρι την έξοδο του βλήματος.  
 (δ) Η μέση δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της διέλευσης του βλήματος, αν αυτή διαρκεί  $\Delta t = 0,01s$ .

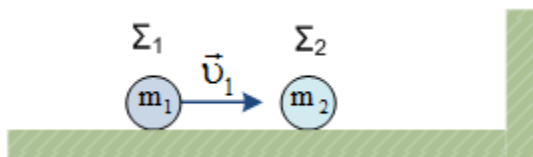
- 3.2.** Τρεις μικρές σφαίρες  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα. Οι σφαίρες έχουν μάζες  $m_1 = m$ ,  $m_2 = m$  και  $m_3 = 3m$  αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα  $\Sigma_1$  ταχύτητα μέτρου  $v_1$ . Όλες οι κρούσεις που ακολουθούν ανάμεσα στις σφαίρες είναι κεντρικές και ελαστικές. Να βρεθούν:



- (α) ο αριθμός των κρούσεων που θα γίνουν συνολικά.  
 Αφού ολοκληρωθούν όλες οι κρούσεις των σφαιρών μεταξύ τους, να υπολογισθεί:  
 (β) η τελική ταχύτητα κάθε σφαίρας.  
 (γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής της πρώτης σφαίρας.  
 (δ) το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας  $\Sigma_1$  που μεταφέρθηκε στη τρίτη σφαίρα  $\Sigma_3$ .

**Δίνονται:** η μάζα  $m_1 = 2\text{kg}$  και  $v_1 = 10\text{m/s}$ .

- 3.3.** Μια σφαίρα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $\vec{v}_1$  και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ).



Μετά την κρούση η σφαίρα  $\Sigma_2$  συγκρούεται ελαστικά με κατακόρυφο επίπεδο τοίχο, που είναι κάθετος στη διεύθυνση της κίνησης των δυο σφαιρών.

- (α) Αν ο λόγος των μαζών των δυο σφαιρών είναι  $\lambda = \frac{m_2}{m_1}$  να εκφράσετε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  σε συνάρτηση με το  $\lambda$  και το μέτρο της ταχύτητας  $\vec{v}_1$ . Να βρεθεί:
- (β) για ποιες τιμές του  $\lambda$  η σφαίρα  $\Sigma_1$  μετά την κρούση της με τη σφαίρα  $\Sigma_2$  κινείται προς τα αριστερά.
- (γ) για ποια τιμή του  $\lambda$ , η σφαίρα  $\Sigma_2$ , μετά τη κρούση της με τον τοίχο θα διατηρεί σταθερή απόσταση από την σφαίρα  $\Sigma_1$ . Με βάση την παραπάνω τιμή του  $\lambda$ , να υπολογισθεί:
- (δ) ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας  $\Sigma_2$ , που έχει μετά την κρούση της με τον τοίχο, προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας  $\Sigma_1$ .

- 3.4.** Σώμα μάζας  $M = 2\text{kg}$  ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,2$ . Μια μικρή μπάλα μάζας  $m = 100\text{g}$  κινούμενη οριζόντια προς τα δεξιά, με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 100\text{m/s}$ , συγκρούεται με το σώμα και επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου  $v'_1 = 20\text{m/s}$ . Να υπολογιστεί:

- (α) το μέτρο της ταχύτητας  $v'_2$  του σώματος  $M$  αμέσως μετά την κρούση.
- (β) η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την κρούση. Σε ποιες μορφές ενέργειας μετατράπηκε;
- (γ) η μετατόπιση του σώματος μάζας  $M$  μέχρι να σταματήσει εξαιτίας της τριβής του με το επίπεδο.
- (δ) ο λόγος  $\lambda = \frac{M}{m}$  των μαζών των δύο σωμάτων, αν η κρούση ήταν ελαστική.

Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .



- 3.5.** Σώμα μάζας  $m_1$  κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 15m/s$  κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας  $m_1$  κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου  $v'_1 = 9m/s$ .

- (α) Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$
- (β) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση
- (γ) Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας  $m_2$  λόγω της κρούσης.
- (δ) Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

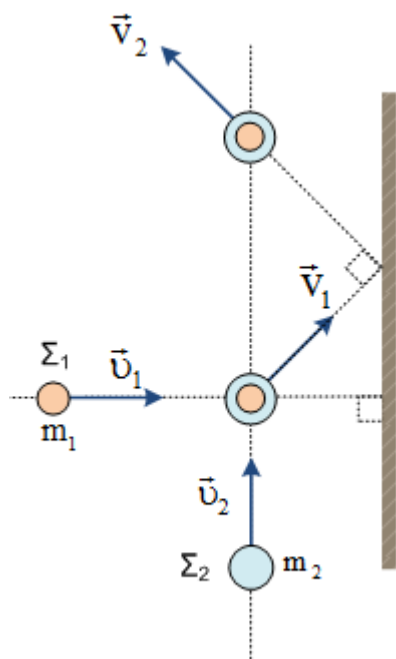
Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι  $\mu = 0,1$ .  
Δίνεται  $g = 10m/s^2$

- 3.6.** Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1kg$  κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 12m/s$  με κατεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται πλαστικά με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 2kg$  που κινείται παράλληλα προς τον τοίχο με οριζόντια ταχύτητα  $v_2$ .

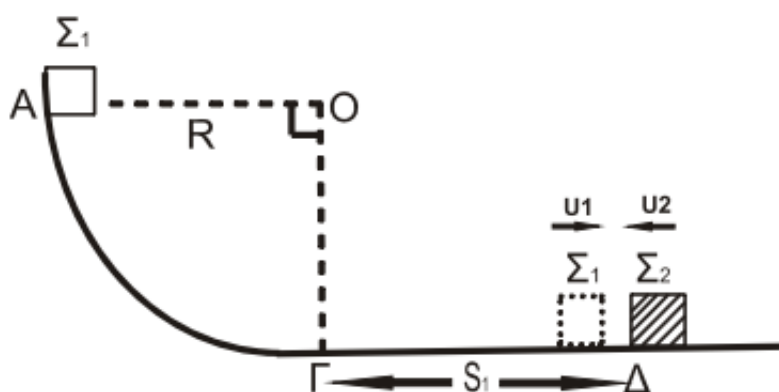
Το συσσωμάτωμα αποκτά ταχύτητα  $\vec{V}_1$ . Στη συνέχεια το συσσωμάτωμα συγκρούεται ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο. Μετά την ελαστική κρούση αποκτά ταχύτητα μέτρου  $V_2 = 4\sqrt{2}m/s$ , η διεύθυνση της οποίας είναι κάθετη με τη  $\vec{V}_1$ . Οι κινήσεις των σωμάτων  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  και του συσσωματώματος γίνονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

- (α) το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας  $\vec{V}_1$ .
- (β) το μέτρο της ταχύτητας  $v_2$ .
- (γ) τη μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος εξαιτίας της ελαστικής κρούσης με τον τοίχο.
- (δ) το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν η χρονική διάρκεια της κρούσης του συσσωματώματος με τον τοίχο είναι  $\Delta t = 0,01s$ .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10m/s^2$



- 3.7.** Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  βρίσκεται στο σημείο Α λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ( $\hat{A}\Gamma$ ). Η ακτίνα ΟΑ είναι οριζόντια και ίση με  $R = 5m$ . Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής  $\mu = 0,5$ . Αφού διανύσει διάστημα  $S_1 = 3,6m$ , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Δ με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3m_1$ , το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το  $\Sigma_1$ , με ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 4m/s$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 4.



Σχήμα 4

- (α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι κατακόρυφη.
- (β) Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση.

(γ) Δίνεται η μάζα του σώματος  $\Sigma_2, m_2 = 3kg$ . Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_2$  κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

(δ) Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_1$  κατά την κρούση.

**Δίνεται** η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10m/s^2$ . Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

**Πανελλήνιες - Μάης 2016**

#### 4. Θέμα Δ - Προβλήματα

- 4.1.** Ένα πρωτόνιο  $\Pi_1$  μάζας  $m_1 = m$  κινούμενο με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 10^6 \text{ m/s}$  αλληλεπιδρά (συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά) με ένα άλλο ακίνητο πρωτόνιο  $\Pi_2$  μάζας  $m_2 = m$ . Μετά την κρούση το πρωτόνιο  $\Pi_1$  κινείται σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία  $\theta = 30^\circ$  σε σχέση με την αρχική του πορεία.

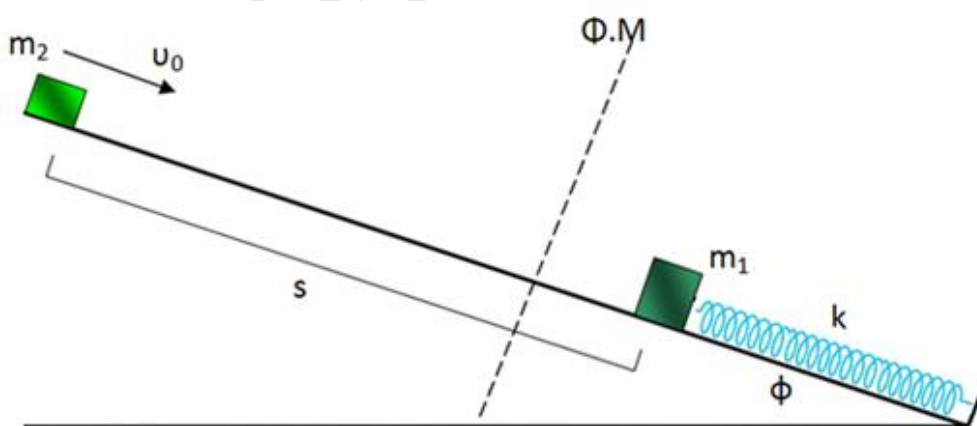
**A.** Να υπολογισθεί αμέσως μετά τη κρούση:

- (α) το μέτρο της ταχύτητας του πρωτονίου  $\Pi_1$ .
- (β) η ταχύτητα του πρωτονίου  $\Pi_2$ .

**B.** Να βρεθεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου  $\Pi_1$  που μεταφέρεται στο πρωτόνιο  $\Pi_2$ .

- (γ) στην παραπάνω κρούση.
- (δ) αν η κρούση ήταν κεντρική.

- 4.2.** Στο κάτω άκρο κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\phi = 30^\circ$  είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$ . Στο πάνω ελεύθερο άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας  $m_1 = 2 \text{ kg}$  που ισορροπεί. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και από απόσταση  $s = 0,15 \text{ m}$  από το  $m_1$ , βάλλεται προς τα κάτω δεύτερο σώμα  $m_2 = 1 \text{ kg}$  με αρχική ταχύτητα  $v_0 = \sqrt{3} \text{ m/s}$  και με κατεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου που συγκρούεται κεντρικά με το  $m_1$ . Μετά την κρούση η κίνηση του  $m_2$  αντιστρέφεται, και διανύοντας απόσταση  $d = 0,05 \text{ m}$  σταματάει. Το  $m_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



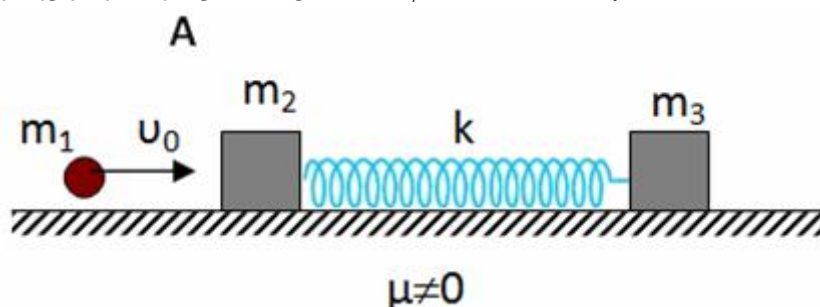
**A.** Να υπολογίσετε:

- (α) την ταχύτητα του σώματος  $m_2$  ελάχιστα πριν την κρούση.
- (β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
- (γ) τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου από την αρχική του θέση.
- (δ) τη μέγιστη δυναμική ελαστική ενέργεια του ελατηρίου κατά την απλή αρμονική ταλάντωση του  $m_1$ .

**B.** Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.

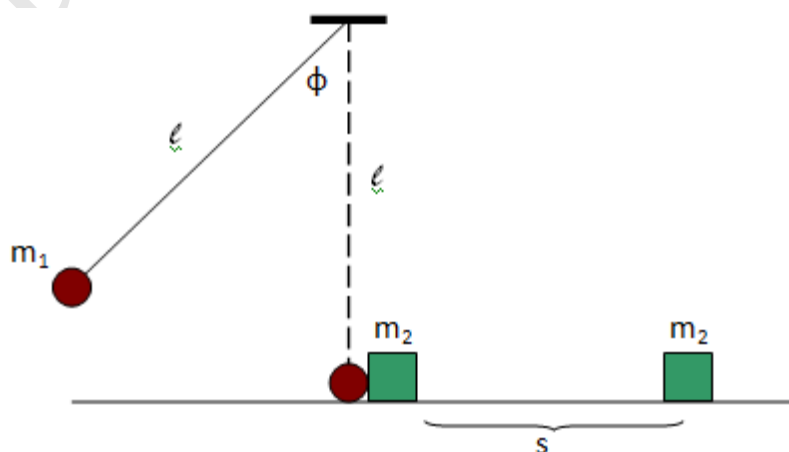
Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 4.3.** Στο σχήμα το σώμα μάζας  $m_1 = 5 \text{ kg}$  συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με το σώμα μάζας  $m_2 = 5 \text{ kg}$ . Αν είναι γνωστό ότι το ιδανικό ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό μήκος του, ότι η μάζα του σώματος  $m_3$  είναι  $m_3 = 10 \text{ kg}$ , η σταθερά του ελατηρίου είναι  $k = 10 \text{ N/m}$ , ο συντελεστής τριβής μεταξύ σωμάτων και επιπέδου είναι  $\mu = 0,4$  και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , να υπολογίσετε:



- τη μέγιστη επιτρεπτή παραμόρφωση του ελατηρίου ώστε να μην κινηθεί το  $m_3$ .
- τη μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει το  $m_1$  ώστε να μην κινηθεί το  $m_3$ .
- το μέτρο της μεταβολής της ορμής του  $m_1$  στη διάρκεια της κρούσης.
- τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου του ερωτήματος α.

- 4.4.** Αρχικά η σφαίρα  $m_1$  βρίσκεται ακίνητη και το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Εκτρέπουμε τη σφαίρα μάζας  $m_1 = m$  από την αρχική της θέση ώστε το νήμα μήκους  $l = 1,6 \text{ m}$  να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία  $\phi = 60^\circ$  και την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν αυτή περάσει από την αρχική της θέση ισορροπίας συγκρούεται ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2 = 3m$  που βρισκόταν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές. Το σώμα  $m_2$  μετά την κρούση, αφού διανύσει διάστημα  $s$  σταματάει. Να βρεθούν:

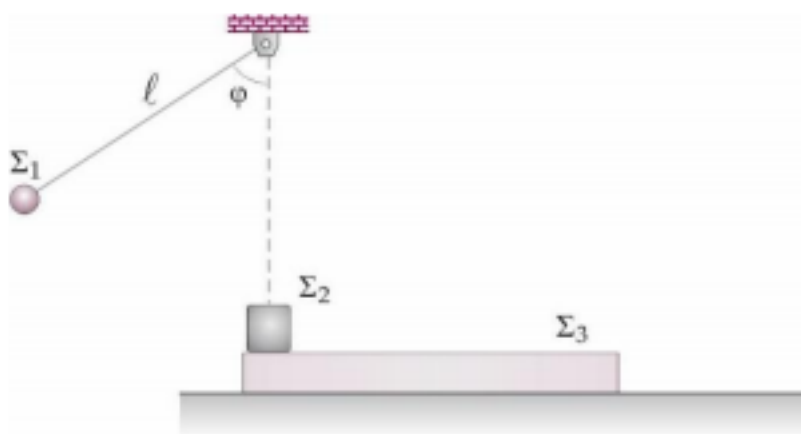


- Το μέτρο της ταχύτητας  $v_1$  του σώματος μάζας  $m$  ελάχιστα πριν την κρούση.

- (β) Το συνημίτονο της τελικής γωνίας απόκλισης  $\theta$  που θα σχηματίσει το νήμα με την κατακόρυφο μετά την ελαστική κρούση.
- (γ) Το διάστημα  $s$  μέχρι να σταματήσει το σώμα  $m_2$ .
- (δ) Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του  $m_1$  κατά την κρούση.

Δίνονται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου  $\mu = 0,2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 4.5.** Το σφαιρίδιο  $\Sigma_1$  του σχήματος έχει μάζα  $m_1 = 1 \text{ kg}$  και είναι δεμένο στο μη ελαστικό και αβαρές νήμα μήκους  $l_1 = 1,6 \text{ kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  έχει μάζα  $m_2 = 3 \text{ kg}$ , είναι τοποθετημένο στο άκρο της οριζόντιας σανίδας και παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu = 1/8$  με αυτήν. Η σανίδα  $\Sigma_3$  έχει μάζα  $m_3 = 5 \text{ kg}$  και δεν παρουσιάζει τριβές με το οριζόντιο δάπεδο.

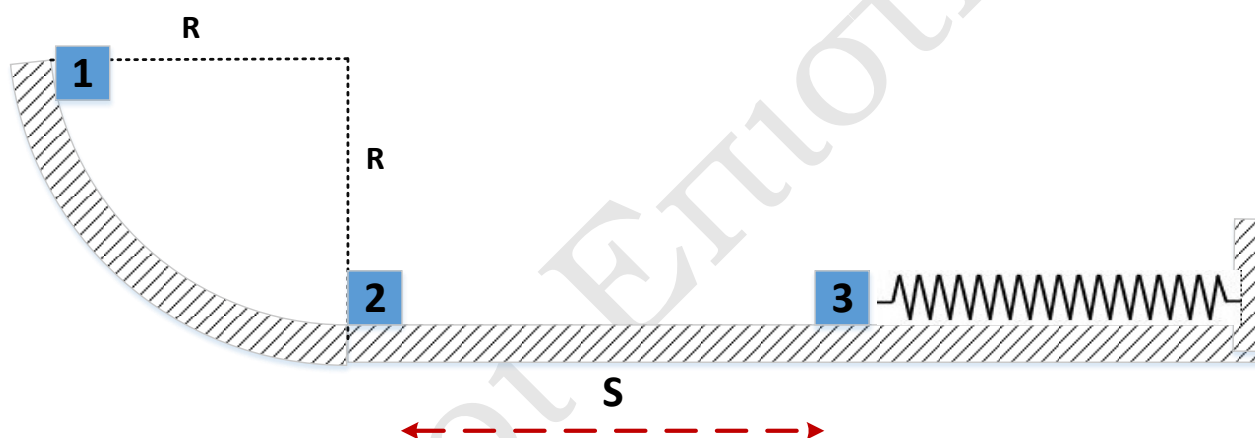


Εκτρέπουμε προς τα αριστερά το σφαιρίδιο με το νήμα τεντωμένο ώστε να σχηματίζει γωνία  $\phi = 60^\circ$  με την κατακόρυφο. Ελευθερώνουμε το σφαιρίδιο. Καθώς αυτό διέρχεται από το χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του συγκρούεται ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ , το οποίο κινούμενο προς τα δεξιά κινεί και τη σανίδα. Να βρείτε:

- (α) την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την ελαστική κρούση του με το σφαιρίδιο  $\Sigma_1$ .
- (β) την κοινή ταχύτητα του συστήματος  $\Sigma_2$  - σανίδα.
- (γ) τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον.
- (δ) το χρονικό διάστημα κίνησης του  $\Sigma_2$  πάνω στην σανίδα μέχρι να αποκτήσουν την ίδια ταχύτητα.
- (ε) το ελάχιστο μήκος  $d$  της σανίδας ώστε το  $\Sigma_2$  να μην πέσει κάτω από αυτήν.

**Δίνεται:**  $g = 10 \text{ m/s}^2$

- 4.6.** Από την κορυφή λείου κατακόρυφου οδηγού σχήματος τεταρτοκυκλίου και ακτίνας  $R = 1,25m$  αφήνεται σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 2kg$ . Όταν το σώμα φτάνει στην βάση του τεταρτοκυκλίου συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3kg$ . Μετά την κρούση το  $\Sigma_2$  ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο τραχύ δάπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_1 = 0,1$  και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με σώμα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3 = 6kg$ , αφού διανύσει απόσταση  $S = 3,5m$ . Το  $\Sigma_3$  είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου, που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και έχει το άλλο άκρο του ακλόνητο σε κατακόρυφο τοίχο. Η σταθερά του ελατηρίου δίνεται  $k = 112,5N/m$  και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο συσσωμάτωμα των  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  με το δάπεδο δίνεται  $\mu_2 = 0,125$ .



- (α) Να βρεθούν οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  μετά την μεταξύ τους κρούση.
- (β) Να βρεθεί η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου.
- (γ) Να βρεθεί το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας του  $\Sigma_1$  που μετατράπηκε σε ενέργεια παραμόρφωσης του ελατηρίου, όταν το ελατήριο είναι στην θέση μέγιστης παραμόρφωσης.
- (δ) Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του  $\Sigma_1$  την στιγμή που φτάνει στο μέγιστο ύψος μετά την κρούση του με το  $\Sigma_2$

**Σας δίνεται** η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10m/s^2$ . Επίσης να θεωρήσετε τις διαστάσεις των σωμάτων αμελητέες και την διάρκεια των κρούσεων αμελητέα.

**Πηγές:** Study4exams.gr, ylikonet.gr Θέματα Πανελληνίων, Επαναληπτικά Θέματα ΟΕΦΕ.

**#frontistiri**