
Ταλαντώσεις

2ο Σετ Ασκήσεων - Ιούλιος 2022

Επιμέλεια: Δρ. Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου

<http://www.perifysikhs.com>

1. Θέμα Α - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής/ Ερωτήσεις Σωστού- Λάθους.

1.1. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση x από την θέση ισορροπίας του είναι:

- (α) ανάλογη του χρόνου
- (β) αρμονική συνάρτηση του χρόνου
- (γ) ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου
- (δ) ομόρροπη με την δύναμη επαναφοράς

1.2. Η ταχύτητα v σημειακού αντικειμένου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση:

- (α) είναι μέγιστη κατά μέτρο στην θέση $x = 0$
- (β) έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση x
- (γ) είναι μέγιστη στις θέσεις $x = \pm A$
- (δ) έχει την ίδια φάση με την δύναμη επαναφοράς

1.3. Η επιτάχυνση a σημειακού αντικειμένου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση:

- (α) είναι σταθερή
- (β) είναι ανάλογη και αντίθετη της απομάκρυνσης x
- (γ) έχει την ίδια φάση με την ταχύτητα
- (δ) γίνεται μέγιστη στην θέση $x = 0$

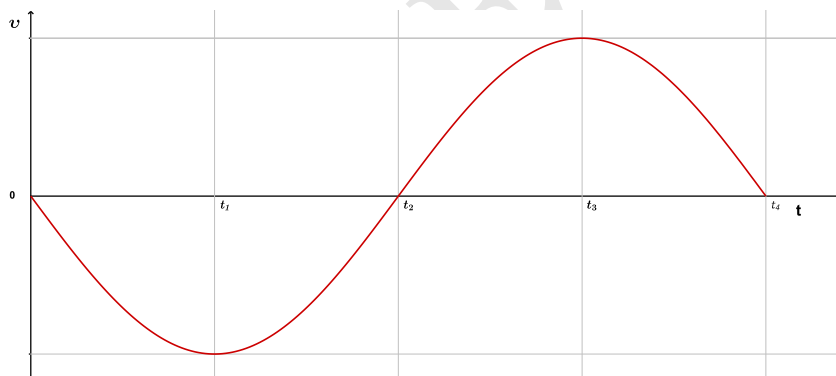
1.4. Η φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης:

- (α) αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο
- (β) είναι σταθερή
- (γ) ελαττώνεται γραμμικά με τον χρόνο
- (δ) είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου

1.5. Η επιτάχυνση ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή:

- (α) έχει πάντοτε φορά αντίθετη με την φορά της ταχύτητας
- (β) είναι μηδέν, όταν η ταχύτητα είναι μηδέν
- (γ) ελαττώνεται, όταν αυξάνεται η δυναμική ενέργεια
- (δ) ελαττώνεται, όταν αυξάνεται η κινητική ενέργεια.

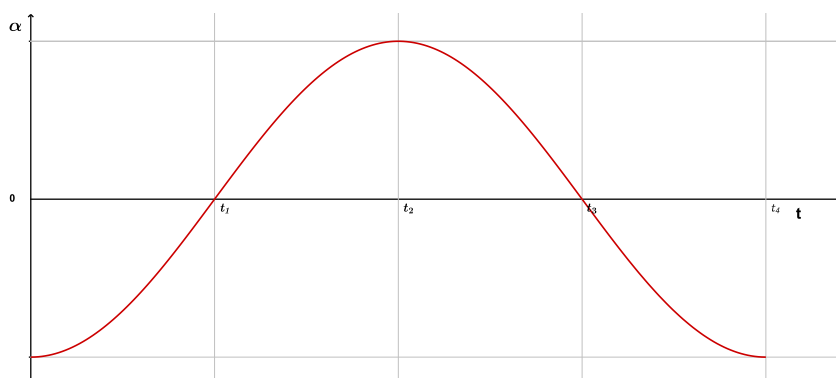
1.6. Η ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλεται όπως στο σχήμα,



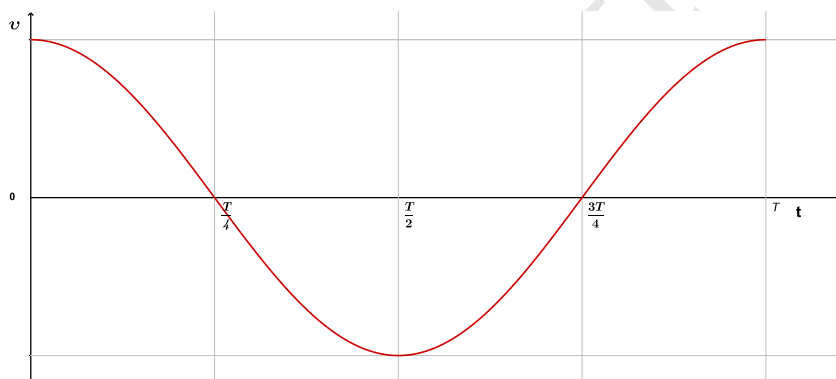
- (α) τη στιγμή t_1 το σώμα έχει μέγιστη απομάκρυνση.
- (β) τη στιγμή t_3 το σώμα έχει μέγιστη επιτάχυνση.
- (γ) τη στιγμή t_1 , στο σώμα ασκείται η μέγιστη δύναμη επαναφοράς.
- (δ) τη στιγμή t_4 , στο σώμα ασκείται η μέγιστη δύναμη επαναφοράς.

1.7. Η επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλεται όπως στο σχήμα,

- (α) τη στιγμή t_1 το σώμα βρίσκεται σε μέγιστη απομάκρυνση.
- (β) τη στιγμή t_2 το σώμα έχει μηδενική ορμή.
- (γ) τη στιγμή t_3 το σώμα έχει μηδενική ταχύτητα.
- (δ) το χρονικό διάστημα από τη στιγμή t_2 έως τη στιγμή t_4 είναι $\frac{T}{4}$.



- 1.8.** Η γραφική παράσταση του σχήματος δείχνει πως μεταβάλλεται η ταχύτητα ενός σώματος, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με τον χρόνο. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι **σωστές** και ποιες **λανθασμένες**;



- (α) Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{4}$ η απομάκρυνση του σώματος από την θέση ισορροπίας είναι μηδέν.
- (β) Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{4}$ η δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη.
- (γ) Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{2}$ η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδέν.
- (δ) Τη χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{4}$ η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν.

- 1.9.** Όταν η συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης διπλασιάζεται :

- (α) διπλασιάζεται η μέγιστη ταχύτητα και η μέγιστη επιτάχυνση της
- (β) μένει ίδια η μέγιστη ταχύτητα της και τετραπλασιάζεται η μέγιστη επιτάχυνση της
- (γ) διπλασιάζεται η μέγιστη ταχύτητα της και μένει ίδια η μέγιστη επιτάχυνση της
- (δ) διπλασιάζεται η μέγιστη ταχύτητα της και τετραπλασιάζεται η μέγιστη επιτάχυνση της

1.10. Στην Απλή Αρμονική Ταλάντωση η διαφορά φάσης μεταξύ ταχύτητας και δύναμης επαναφοράς είναι:

(α) μηδέν

(β) π

(γ) $\frac{\pi}{2}$

(δ) $\frac{3\pi}{2}$

1.11. Ένα υλικό σημείο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση διέρχεται από την θέση ισορροπίας του. Το μέγεθος που δεν αλλάζει πρόσημο είναι:

(α) η απομάκρυνση του

(β) η ταχύτητα του

(γ) η επιτάχυνση του

(δ) η δύναμη επαναφοράς

1.12. Στην απλή αρμονική ταλάντωση τα μεγέθη που παίρνουν ταυτόχρονα την μέγιστη ή την ελάχιστη αλγεβρική τιμή τους είναι:

(α) η απομάκρυνση και η ταχύτητα

(β) η απομάκρυνση και η επιτάχυνση

(γ) η ταχύτητα και η δύναμη επαναφοράς

(δ) η επιτάχυνση και η δύναμη επαναφοράς

1.13. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η επιτάχυνση του γίνεται μέγιστη όταν:

(α) η απομάκρυνση του μηδενίζεται

(β) η ταχύτητα του γίνεται μέγιστη

(γ) η δύναμη επαναφοράς μηδενίζεται

(δ) η ταχύτητα του μηδενίζεται

1.14. Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι $x = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$. Η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν θετική αλγεβρική τιμή, στην διάρκεια μιας περιόδου κατά το χρονικό διάστημα:

(α) $\frac{T}{2} \rightarrow \frac{3T}{4}$

(β) $0 \rightarrow \frac{T}{4}$

(γ) $\frac{T}{4} \rightarrow \frac{T}{2}$

(δ) $\frac{3T}{4} \rightarrow T$

1.15. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή, η δυναμική του ενέργεια :

- (α) έχει την μέγιστη τιμή της στην θέση ισορροπίας.
- (β) είναι ίση με την ολική του ενέργεια στις θέσεις $\pm A$.
- (γ) έχει πάντοτε μεγαλύτερη τιμή από την κινητική του ενέργεια.
- (δ) έχει αρνητική τιμή στις θέσεις $-A \leq x \leq 0$.

1.16. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή, η κινητική του ενέργεια :

- (α) στη θέση $x = 0$ είναι ίση με την ολική του ενέργεια.
- (β) είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την δυναμική του ενέργεια.
- (γ) εξαρτάται από την κατεύθυνση κίνησης της μάζας.
- (δ) παίρνει μηδενική τιμή μια φορά στην διάρκεια μιας περιόδου.

1.17. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή, η ολική του ενέργεια :

- (α) μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο.
- (β) είναι πάντοτε μικρότερη από την δυναμική του ενέργεια.
- (γ) είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την κινητική του ενέργεια.
- (δ) καθορίζει το πλάτος της ταλάντωσης και την μέγιστη ταχύτητα v_{max} .

1.18. Σύστημα ελατηρίου -σώματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Αν διπλασιάσουμε την μάζα του σώματος και το πλάτος της ταλάντωσης παραμείνει σταθερό τότε μεταβάλλεται :

- (α) η ενέργεια της ταλάντωσης.
- (β) η συχνότητα της ταλάντωσης
- (γ) η σταθερά επαναφοράς
- (δ) η μέγιστη δύναμη επαναφοράς

1.19. Ελατήριο αμελητέας μάζας επιμηκύνεται κατά l , όταν σε αυτό αναρτάται μάζα m και μπορεί να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα f_0 . Αν στο ελατήριο αναρτηθεί σώμα μάζας $3m$, η συχνότητα της ταλάντωσης του συστήματος γίνεται :

(α) $\frac{f_0}{3}$

(β) f_0

(γ) $\sqrt{3}f_0$

(δ) $\frac{\sqrt{3}f_0}{3}$

1.20. Σύστημα μάζας - ελατηρίου εκτελεί αρμονική ταλάντωση σε κατακόρυφο άξονα. Για την ταλάντωση του ισχύουν τα εξής:

- (α) Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης ταυτίζεται με το φυσικό μήκος του ελατηρίου.
- (β) Η δύναμη επαναφοράς ταυτίζεται με την δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.
- (γ) Η μέγιστη ενέργεια της ταλάντωσης δεν είναι ίση με με την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
- (δ) Το σώμα αποκτά την μέγιστη ταχύτητα του όταν διέρχεται από την θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.

1.21. Σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δεμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου. Η ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με:

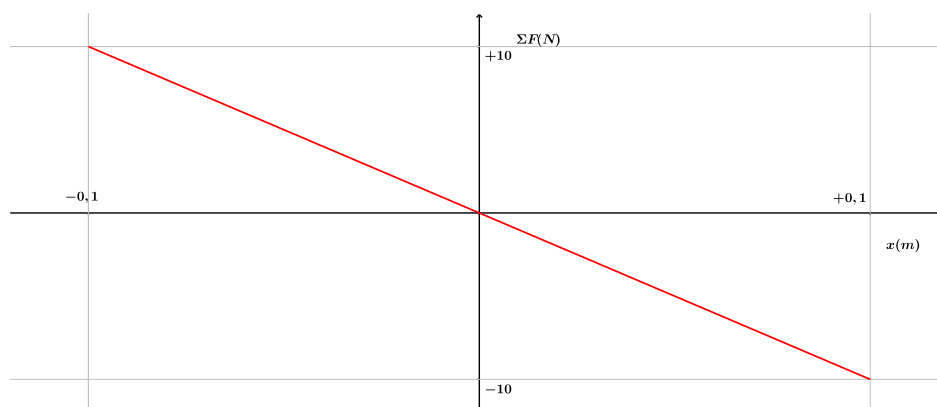
- (α) τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
- (β) την κινητική ενέργεια του σώματος στην ακραία θέση της ταλάντωσης.
- (γ) το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου σε μια θέση.
- (δ) το έργο της εξωτερικής δύναμης που ασκήσαμε στο σώμα για να το θέσουμε σε ταλάντωση.

1.22. Στην απλή αρμονική ταλάντωση στην διάρκεια μιας περιόδου:

- (α) η δυναμική ενέργεια γίνεται μέγιστη μόνο μια φορά.
- (β) η δυναμική ενέργεια γίνεται ίση με την κινητική μόνο μια φορά.
- (γ) η κινητική ενέργεια γίνεται ίση με την ολική δύο φορές.
- (δ) η κινητική ενέργεια παίρνει αρνητικές τιμές όταν $-v_{max} \leq v \leq 0$.

1.23. Σύστημα μάζας ελατηρίου εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο πλάτους A . Διπλασιάζουμε την μάζα του σώματος διατηρώντας το ίδιο πλάτος ταλάντωσης. Για την νέα ταλάντωση ισχύει:

- (α) Η περίοδος διπλασιάζεται.
- (β) Η μέγιστη ταχύτητα υποδιπλασιάζεται.
- (γ) Η μέγιστη ενέργεια της ταλάντωσης μένει ίδια.
- (δ) Η μέγιστη κινητική ενέργεια υποδιπλασιάζεται.



1.24. Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με την θέση για ένα σώμα μάζας $m = 0,25\text{kg}$ που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

- (α) Η περίοδος της ταλάντωσης είναι 5s
- (β) Η σταθερά επαναφοράς είναι 100N/m
- (γ) Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης είναι 10m/s^2
- (δ) Η εξίσωση του περιγράφει την γραφική παράσταση είναι η $\Sigma F = -10x$

1.25. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με F . Το πηλίκο $\frac{F}{m}$

- (α) παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο
- (β) μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο
- (γ) αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο
- (δ) γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

1.26. Σύστημα μάζας ελατηρίου εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης τότε :

- (α) διπλασιάζεται η ενέργεια ταλάντωσης.
- (β) διπλασιάζεται η περίοδος.
- (γ) διπλασιάζεται η μέγιστη δύναμη επαναφοράς.
- (δ) τετραπλασιάζεται η μέγιστη επιτάχυνση.

- 1.27.** Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η απομάκρυνση x από την θέση ισορροπίας δίνεται από την εξίσωση $x = A\eta\mu(\omega t)$, τότε η δύναμη επαναφοράς δίνεται από τη σχέση:

(α) $F = -m\omega^2 A\sigma\upsilon\nu(\omega t)$

(β) $F = m\omega^2 A\eta\mu(\omega t)$

(γ) $F = -m\omega^2 A\eta\mu(\omega t)$

(δ) $F = m\omega^2 A\sigma\upsilon\nu(\omega t)$

- 1.28.** Απλός αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί ταλάντωση πλάτους A . Διατηρούμε σταθερό το πλάτος της ταλάντωσης και τριπλασιάζουμε την μάζα του ταλαντούμενου σώματος.

(α) Η περίοδος της ταλάντωσης τριπλασιάζεται.

(β) Η ενέργεια της ταλάντωσης παραμένει σταθερή.

(γ) Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας διπλασιάζεται.

(δ) Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης διπλασιάζεται.

- 1.29.** Όταν στο άκρο ενός ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k είναι συνδεδεμένος ένας δίσκος μάζας m_1 , το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T_1 . Όταν πάνω στον δίσκο τοποθετήσουμε ένα σώμα μάζας m_2 , το σύστημα εκτελεί ταλάντωση με περίοδο $T_2 = \sqrt{3}T_1$. Ο λόγος των μαζών είναι:

(α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$ (β) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$ (γ) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (δ) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$

- 1.30.** Σε μια γραμμική αρμονική ταλάντωση η απομάκρυνση σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται από την εξίσωση: $x = A\sigma\upsilon\nu(\omega t)$. Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης θα είναι:

(α) $v = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t)$

(β) $v = \omega A\eta\mu(\omega t)$

(γ) $v = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \frac{\pi}{2})$

(δ) $v = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \frac{3\pi}{2})$

- 1.31.** Στα ελεύθερα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων, με σταθερές k_1 και $k_2 = 2k_1$, είναι δεμένα, αντίστοιχα δύο σώματα Α και Β, της ίδιας μάζας. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος Α είναι διπλάσια από την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος Β. Το πηλίκο των πλάτων των ταλαντώσεων των δύο σωμάτων είναι:

(α) $\frac{A_1}{A_2} = 1$ (β) $\frac{A_1}{A_2} = \sqrt{2}$ (γ) $\frac{A_1}{A_2} = 2$ (δ) $\frac{A_1}{A_2} = 2\sqrt{2}$

1.32. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Κάποια στιγμή που η κίνηση του είναι επιταχυνόμενη.

- (α) ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχει αρνητική τιμή, ενώ ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας έχει θετική τιμή.
- (β) τόσο ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας, όσο και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής του ενέργειας είναι μηδέν.
- (γ) ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας έχει αρνητική τιμή, ενώ ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχει θετική τιμή.
- (δ) ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι μηδέν, ενώ ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι μηδέν.

1.33. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**.

- (α) Στις ακραίες θέσεις της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί ένα σώμα, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας είναι μηδέν.
- (β) Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.
- (γ) Η ενέργεια μιας ταλάντωσης μεταβάλλεται περιοδικά με τον χρόνο.
- (δ) Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση το μέτρο της δύναμης επαναφοράς αυξάνεται, όταν αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας.
- (ε) Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση η σταθερά επαναφοράς είναι ανάλογη του τετραγώνου της γωνιακής συχνότητας.

1.34. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**.

- (α) Στην διάρκεια μιας πλήρους απλής αρμονικής ταλάντωσης η Κινητική και η Δυναμική ενέργεια είναι ίσες 4 φορές.
- (β) Σε ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί για να μετατραπεί η κινητική ενέργεια σε δυναμική ισούται με $T/2$.
- (γ) Σε κάθε απλή αρμονική ταλάντωση τα μεγέθη πλάτος, μέγιστη επιτάχυνση και κινητική ενέργεια παίρνουν μόνο θετικές τιμές.
- (δ) Η επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχει φορά πάντα προς τη θέση ισορροπίας του σώματος.
- (ε) Η τιμή της σταθεράς επαναφοράς D στην απλή αρμονική ταλάντωση σχετίζεται με τα φυσικά χαρακτηριστικά του ταλαντωτή.

1.35. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο :

- (α) η περίοδος δεν διατηρείται για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b
- (β) όταν η σταθερά απόσβεσης b μεγαλώνει, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα
- (γ) η κίνηση μένει περιοδική για οποιαδήποτε τιμή της σταθεράς απόσβεσης
- (δ) η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται μόνο από το σχήμα και τον όγκο του σώματος που ταλαντώνεται.

1.36. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, με ορισμένη σταθερά απόσβεσης b , με την πάροδο του χρόνου :

- (α) το πλάτος μειώνεται και η περίοδος διατηρείται σταθερή.
- (β) το πλάτος διατηρείται σταθερό και η περίοδος μειώνεται.
- (γ) το πλάτος και η περίοδος μειώνονται.
- (δ) το πλάτος και η περίοδος διατηρούνται σταθερά.

1.37. Σε ένα ταλαντούμενο σύστημα, εκτός από τη δύναμη επαναφοράς, ασκείται και μια δύναμη αντίστασης της μορφής $F' = -bv$. Η ολική ενέργεια του συστήματος:

- (α) παραμένει σταθερή.
- (β) αυξάνεται με μειούμενο ρυθμό.
- (γ) μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.
- (δ) μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

1.38. Αν σε έναν αρμονικό ταλαντωτή, εκτός από τη δύναμη επαναφοράς, ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F' = -bv$, τότε :

- (α) το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται γραμμικά με το χρόνο.
- (β) η περίοδος της ταλάντωσης, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b , ελαττώνεται.
- (γ) ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται, όταν η σταθερά απόσβεσης b μειώνεται.
- (δ) για μεγάλες τιμές της σταθεράς απόσβεσης b , η κίνηση γίνεται απεριοδική.

1.39. Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι :

- (α) το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό,

- (β) περίοδος T της ταλάντωσης διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b
- (γ) η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται με τον χρόνο για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης
- (δ) το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.

1.40. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η δύναμη αντίστασης έχει την μορφή $F' = -bv$. Αρχικά η σταθερά απόσβεσης έχει τιμή b_1 . Στην συνέχεια η τιμή της γίνεται b_2 με $b_2 > b_1$. Τότε:

- (α) Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με τον χρόνο και η περίοδος παρουσιάζει μικρή μείωση.
- (β) Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με τον χρόνο και η περίοδος παρουσιάζει μικρή αύξηση.
- (γ) Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με τον χρόνο και η περίοδος παρουσιάζει μικρή αύξηση.
- (δ) Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με τον χρόνο και η περίοδος παρουσιάζει μικρή μείωση.

1.41. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται στο μισό σε χρόνο t_1 . Σε χρόνο $t_2 = 3t_1$ το πλάτος της ταλάντωσης θα έχει μειωθεί στο $1/K$ της αρχικής του τιμής, όπου η τιμή του K είναι:

(α) $3 \cdot 2^2$

(β) 2^3

(γ) 2^2

(δ) $2 \cdot 3$

1.42. Το πλάτος σε μία φθίνουσα ταλάντωση δίνεται από τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Αν τη χρονική στιγμή t_1 η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $\frac{E_0}{2}$, τότε τη χρονική στιγμή $t_2 = 2t_1$ η ολική ενέργεια του συστήματος είναι:

(α) E_0

(β) $\frac{E_0}{4}$

(γ) $\frac{E_0}{2}$

(δ) $\frac{3E_0}{4}$

1.43. Το πλάτος σε μία φθίνουσα ταλάντωση υποδιπλασιάζεται μετά από N πλήρεις ταλαντώσεις. Μετά από πόσες ακόμη ταλαντώσεις το πλάτος θα έχει γίνει ίσο με το $1/16$ της αρχικής του τιμής:

(α) N ταλαντώσεις

(β) $2N$ ταλαντώσεις

(γ) $3N$ ταλαντώσεις

(δ) $4N$ ταλαντώσεις

1.44. Με την πάροδο του χρόνου και καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται :

- (α) η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b αυξάνεται
- (β) η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b μειώνεται
- (γ) το πλάτος της ταλάντωσης του αυτοκινήτου, όταν περνά από εξόγκωμα του δρόμου, μειώνεται πιο γρήγορα.
- (δ) η περίοδος των ταλαντώσεων του αυτοκινήτου παρουσιάζει μικρή αύξηση.

1.45. Σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο T και μικρή σταθερά απόσβεσης, κατά την διάρκεια της ταλάντωσης το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Την χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στην θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης.

- (α) Η ενέργεια της ταλάντωσης δεν μεταβάλλεται.
- (β) Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο σώμα και η δύναμη απόσβεσης είναι ομόρροπες στο χρονικό διάστημα $\frac{T}{2} < t < \frac{3T}{4}$
- (γ) Το μέτρο της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογο της απομάκρυνσης από την Θέση Ισορροπίας.
- (δ) Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο σώμα και η δύναμη απόσβεσης είναι ομόρροπες στο χρονικό διάστημα $\frac{T}{4} < t < \frac{T}{2}$

1.46. Η σταθερά απόσβεσης b μιας φθίνουσας ταλάντωσης, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας,

- (α) εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται
- (β) μειώνεται κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης
- (γ) έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το $kg \cdot s$
- (δ) εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου μέσα στο οποίο γίνεται η φθίνουσα ταλάντωση.

1.47. Ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση. Η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F = -bv$). Η ενέργεια της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με E και το πλάτος της ίσο με A . Αν μετά από χρόνο t η ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με $\frac{E}{4}$ τότε το νέο πλάτος της ταλάντωσης θα είναι ίσο με :

(α) $\frac{A}{4}$

(β) $\frac{A}{2}$

(γ) $\frac{3A}{4}$

(δ) A

1.48. Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι:

- (α) το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό,
- (β) περίοδος T της ταλάντωσης διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b
- (γ) η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται με τον χρόνο για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης
- (δ) το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.

1.49. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν μειώνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, τότε το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης:

- (α) θα μένει σταθερό
- (β) θα αυξάνεται συνεχώς
- (γ) θα μειώνεται συνεχώς
- (δ) αρχικά θα αυξάνεται και μετά θα μειώνεται.

1.50. Η ιδιοσυχνότητα ενός ταλαντωτή εξαρτάται:

- (α) από το πλάτος της ταλάντωσης.
- (β) από τη σταθερά απόσβεσης.
- (γ) από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος.
- (δ) από την αρχική φάση.

1.51. Όταν ένα σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση:

- (α) το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο.
- (β) η συχνότητα της ταλάντωσης είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης του συστήματος.
- (γ) το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.
- (δ) ο ρυθμός των ενεργειακών απωλειών είναι σε κάθε χρονική στιγμή ίσος με τον ρυθμό της προσφερόμενης ενέργειας στο σύστημα.

1.52. Συντονισμό ονομάζουμε την κατάσταση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή στην οποία :

- (α) η δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνεται ίση με την ολική του ενέργεια.
- (β) η ιδιοσυχνότητα του συστήματος γίνεται μέγιστη.
- (γ) η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι περίπου ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.
- (δ) η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης γίνεται μέγιστη.

1.53. Όταν ένα σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού :

- (α) η ιδιοσυχνότητα του συστήματος γίνεται μέγιστη.
- (β) η ενέργεια του συστήματος γίνεται ελάχιστη.
- (γ) το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος γίνεται μέγιστο.
- (δ) η συχνότητα της εξωτερικής περιοδικής δύναμης γίνεται μέγιστη.

1.54. Η συχνότητα μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης

- (α) είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη
- (β) είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή
- (γ) εξαρτάται από την αρχική ενέργεια της ταλάντωσης
- (δ) είναι ίση με το άθροισμα της συχνότητας του διεγέρτη και της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή.

1.55. Ένα σύστημα με ιδιοσυχνότητα f_0 εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα $f \neq f_0$. Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος εξαρτάται από :

- (α) την ιδιοσυχνότητα f_0
- (β) τη συχνότητα f
- (γ) τη διαφορά $|f - f_0|$
- (δ) τη σταθερά επαναφοράς του συστήματος.

1.56. Σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Παρατηρείται ότι για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1 και f_2 του διεγέρτη με $f_1 < f_2$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίδιο. Για την ιδιοσυχνότητα f_o του συστήματος ισχύει :

- (α) $f_o < f_1$
- (β) $f_o > f_2$

(γ) $f_1 < f_o < f_2$

(δ) $f_1 = f_o$

- 1.57.** Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σώματος μάζας m με ιδανικό ελατήριο σταθεράς k , δίνεται από τη σχέση $x = A\eta\mu\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t + \phi_o\right)$ όπου A το σταθερό πλάτος.

Η παραπάνω ταλάντωση είναι:

- (α) φθίνουσα.
- (β) ελεύθερη.
- (γ) εξαναγκασμένη σε συντονισμό.
- (δ) εξαναγκασμένη αλλά όχι σε συντονισμό.

- 1.58.** Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**.

- (α) Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.
- (β) Σε κάθε φθίνουσα ταλάντωση η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται με τον χρόνο.
- (γ) Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.
- (δ) Σε μία φθίνουσα ταλάντωση η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου και από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που ταλαντώνεται
- (ε) Κατά τον συντονισμό η ενέργεια του διεγέρτη μεταφέρεται στο ταλαντούμενο σύστημα, κατά τον βέλτιστο τρόπο.

- 1.59.** Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**.

- (α) Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις ο διεγέρτης αφαιρεί συνεχώς ενέργεια από το σύστημα μέσω της διεγείρουσας δύναμης.
- (β) Σε κάθε εξαναγκασμένη ταλάντωση η διεγείρουσα δύναμη είναι αντίθετη της δύναμης απόσβεσης σε κάθε χρονική στιγμή.
- (γ) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση με σταθερά απόσβεσης b , το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης στην περιοχή συντονισμού εξαρτάται από την τιμή της σταθεράς b .
- (δ) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη και τη σταθερά απόσβεσης b .

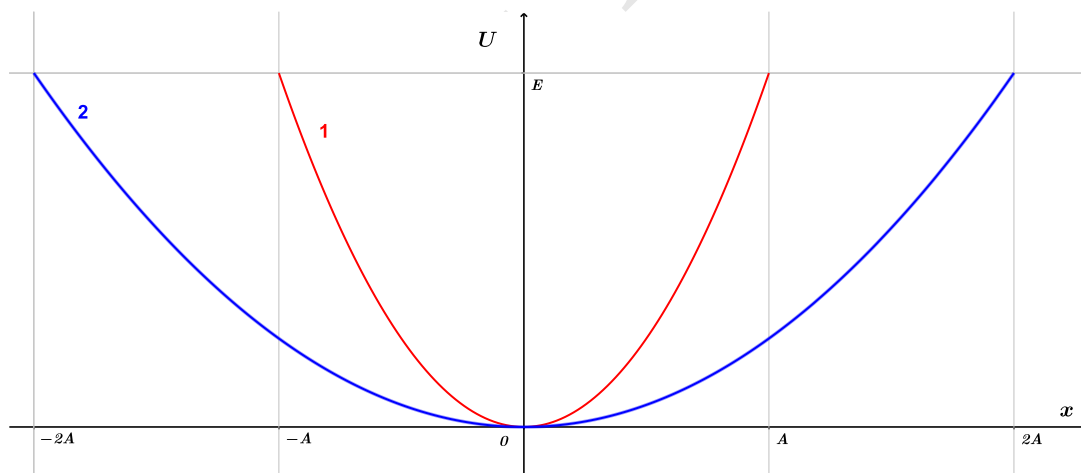
2. Θέμα Β - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

2.1. Ένα σώμα, μάζας m , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ολική ενέργεια E . Χωρίς να αλλάξουμε τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος, προσφέρουμε στο σώμα επιπλέον ενέργεια $3E$. Τότε η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης:

- (α) μένει σταθερή.
 (β) διπλασιάζεται.
 (γ) τετραπλασιάζεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.2. Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται τα διαγράμματα της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας για δύο συστήματα μάζας ελατηρίου που εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση.



Αν γνωρίζουμε ότι οι περίοδοι ταλάντωσης συνδέονται με την σχέση $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}$, ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι ίσος με:

(α) 2

(β) 1

(γ) $\frac{1}{2}$

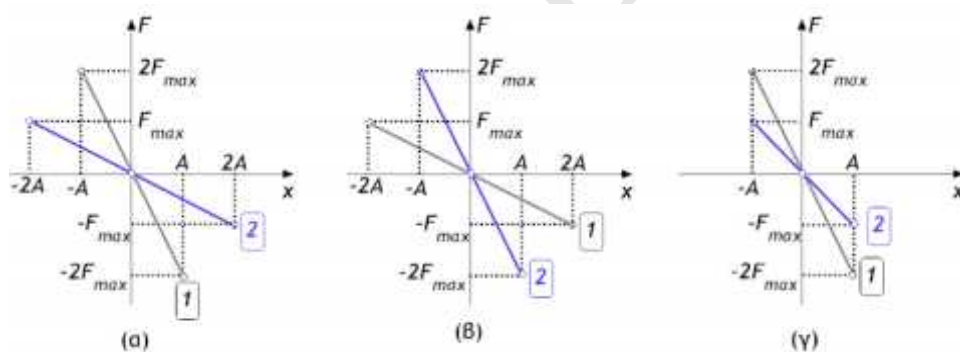
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.3.** Σώμα Α είναι δεμένο σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην οροφή. Εκτρέπουμε κατακόρυφα το σώμα Α από τη θέση ισορροπίας του κατά d , προσφέροντας ενέργεια E_1 και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί από τη θέση εκτροπής, οπότε αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αντικαθιστούμε το σώμα Α με σώμα Β, που έχει μεγαλύτερη μάζα και εκτρέπουμε το σώμα Β από τη θέση ισορροπίας του κατά ίση απομάκρυνση d με τον ίδιο τρόπο. Η ενέργεια E_2 που προσφέραμε για να εκτρέψουμε το σώμα Β είναι:

- (α) ίση με την E_1 .
 (β) μικρότερη από την E_1 .
 (γ) μεγαλύτερη από την E_1 .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.4.** Δύο αρμονικοί ταλαντωτές (1) και (2), είναι μικρά σώματα με μάζες m_1 και m_2 ($m_1 = 4m_2$), που είναι δεμένα σε δύο διαφορετικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα. Οι δύο ταλαντωτές έχουν ίδια ενέργεια E και ίδια περίοδο T . Με βάση τα δεδομένα αυτά, το σωστό διάγραμμα συνισταμένης δύναμης F - απομάκρυνσης x είναι το:



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.5.** Σώμα Σ_1 μάζας m είναι δεμένο σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Η μέγιστη δύναμη επαναφοράς, που δέχεται στη διάρκεια της ταλάντωσης είναι F_{max} και η μέγιστη επιτάχυνση a_{max} . Αντικαθιστούμε το Σ_1 με άλλο σώμα Σ_2 , που έχει μεγαλύτερη μάζα m_2 από το Σ_1 και διεγείρουμε το σύστημα ώστε να εκτελέσει ταλάντωση ίδιου πλάτους A . Τότε το σώμα Σ_2 θα ταλαντώνεται με απλή αρμονική ταλάντωση και:

A) η μέγιστη δύναμη που θα δέχεται θα είναι :

- (α) μικρότερη απ' του Σ_1 .
 (β) ίση με του Σ_1 .
 (γ) μεγαλύτερη απ' του Σ_1 .

B) η μέγιστη επιτάχυνση του θα είναι:

(α) μικρότερη απ' του Σ_1 .

(β) ίση με του Σ_1 .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.6.** Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k και ηρεμεί στην θέση ισορροπίας. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω κατά A και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αντικαθιστούμε το ελατήριο με άλλο, σταθεράς $2k$, χωρίς να αλλάξουμε το αναρτημένο σώμα. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω από την νέα θέση ισορροπίας κατά A και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ο λόγος των μέτρων των μέγιστων επιταχύνσεων $\frac{a_{max,1}}{a_{max,2}}$ είναι:

(α) 2

(β) 1

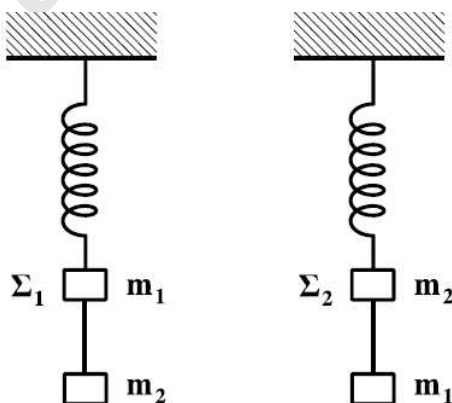
(γ) $\frac{1}{2}$

(δ) $\frac{1}{3}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.7.** Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2 . Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2 , ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο σχήμα.

Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2 τότε ισχύει:



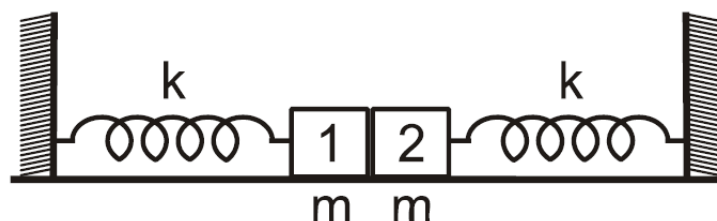
(α) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$

(β) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$

(γ) $\frac{E_1}{E_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας **Πανελλήνιες Εξετάσεις**

- 2.8.** Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών m το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος l_0 και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



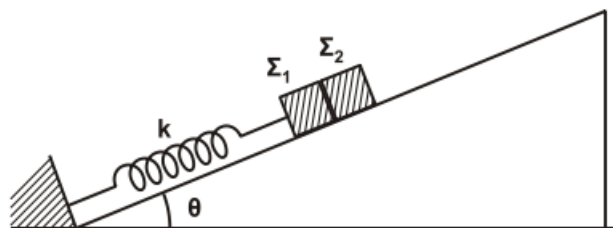
Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$. Αν A_1 το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και A_2 το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος $\frac{A_1}{A_2}$ είναι:

- (α) 1 (β) $\frac{1}{2}$ (γ) 2

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες - Ιούνης 2014

- 2.9.** Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ είναι τοποθετημένα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, που εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k , ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2



Σχήμα 2

Μετακινώντας τα δύο σώματα προς τα κάτω, το σύστημα τίθεται σε ταλάντωση πλάτους A . Η συνθήκη για να μην αποχωριστεί το Σ_1 από το Σ_2 είναι:

(α) $Ak < (m_1 + m_2)g\mu\theta$

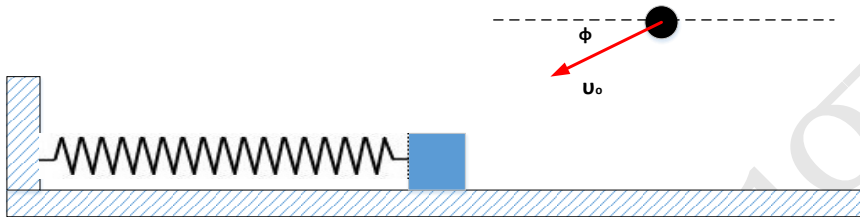
(β) $Ak > (m_1 + m_2)g\mu\theta$

(γ) $Ak > (m_1 + m_2)^2 g \mu \theta$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες - Ιούνης 2015

- 2.10.** Βλήμα μάζας m κινούμενο με ταχύτητα $\vec{v}_0$, που σχηματίζει γωνία ϕ ως προς τον ορίζοντα σφηνώνεται σε ακίνητο σώμα μάζας M το οποίο είναι στερεωμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.



Η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου μετά την κρούση είναι:

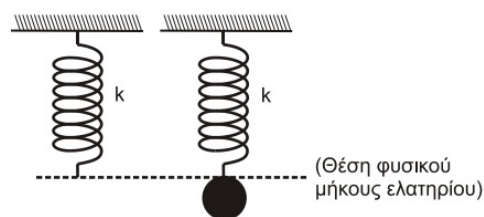
(α) $\Delta l = \frac{mv_0 \sin \phi}{\sqrt{k(M+m)}}$

(β) $\Delta l = \sqrt{\frac{M+m}{k}} v_0 \sin \phi$

(γ) $\Delta l = \sqrt{\frac{k}{M+m}} v_0 \sin \phi$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

- 2.11.** Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου και ενώ αυτό βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους, στερεώνεται μάζα m . Από τη θέση αυτή το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Σχήμα 1

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης του σώματος είναι ίση με :

(α) $\frac{m^2 g^2}{k}$

(β) $\frac{2m^2 g^2}{k}$

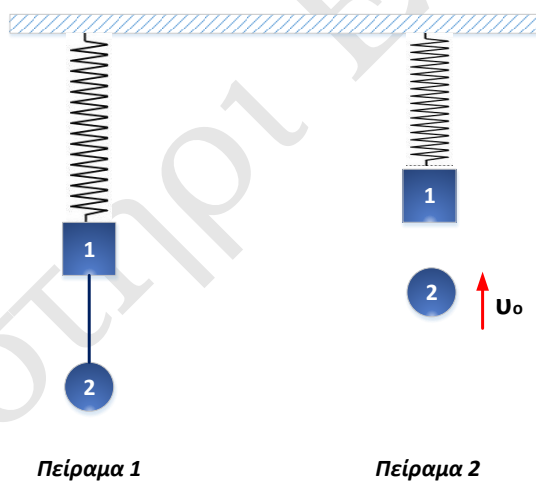
(γ) $\frac{m^2 g^2}{2k}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Πανελλήνιες - Ιούνης 2017

- 2.12.** Στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k αναρτάται σώμα Σ_1 μάζας m_1 και στην συνέχεια μέσω αβαρούς νήματος αναρτάται και ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας m_2 . Το σύστημα ισορροπεί και κάποια στιγμή κόβουμε ακαριαία το νήμα με αποτέλεσμα το Σ_1 να εκτελεί ταλάντωση πλάτους A . **(Πείραμα 1)**

Ακινητοποιούμε το Σ_1 στην θέση ισορροπίας του και εκτοξεύουμε το Σ_2 κατακόρυφα προς το Σ_1 , με αποτέλεσμα την δημιουργία συσσωματώματος που θα εκτελεί ταλάντωση με πλάτος $A' = 2A$. **(Πείραμα 2)** Η ταχύτητα $\vec{v}_0$ του Σ_2 λίγο πριν την κρούση του με το Σ_1 θα έχει μέτρο:



α. $g \sqrt{\frac{3(m_1 + m_2)}{k}}$

β. $g \sqrt{\frac{k}{3(m_1 + m_2)}}$

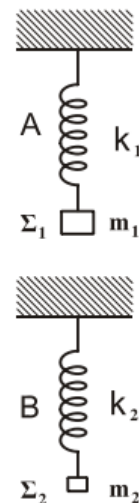
γ. $g \sqrt{\frac{3(m_1 + m_2)}{2k}}$

όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 2.13.** Δύο ιδανικά ελατήρια Α και Β με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων Α και Β είναι δεμένα και ισορροπούν δύο σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2 .

Στην κατάσταση αυτή το ελατήριο A έχει διπλάσια επιμήκυνση από το ελατήριο B. Εκτρέπουμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κατακόρυφα μέχρις ότου τα ελατήρια αποκτήσουν το φυσικό τους μήκος και τα αφήνουμε ελεύθερα. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργειες ταλάντωσης E_1 και $E_2 = 2E_1$ αντίστοιχα.



Ο λόγος των σταθερών k_1 και k_2 των δύο ελατηρίων A και B είναι ίσος με:

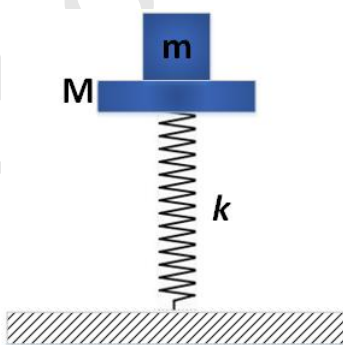
(α) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{4}$

(β) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{8}$

(γ) $\frac{k_1}{k_2} = 8$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Πανελλήνιες - Σεπτέμβριος 2018**

- 2.14.** Δίσκος Μάζας M είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k . Πάνω στον δίσκο τοποθετούμε σώμα μάζας m και το σύστημα των δύο σωμάτων ισορροπεί ακίνητο όπως στο σχήμα.



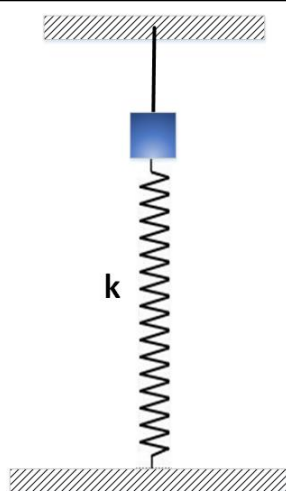
Με κατάλληλη δύναμη μετακινούμε το σύστημα συσπειρώνοντας επιπλέον το ελατήριο κατά d και τα αφήνουμε ελεύθερα, έτσι ώστε να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση, χωρίς να χάνουν επαφή μεταξύ τους. Για την αρχική μετακίνηση d πρέπει να ισχύει:

(α) $d \leq \frac{(M+m)g}{k}$

(β) $d \leq \frac{Mg}{k}$

(γ) $d \leq \frac{mg}{k}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



- 2.15.** Σώμα μάζας m είναι στερεωμένο στο πάνω άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k . Με την βοήθεια ενός νήματος το σώμα ισορροπεί με το ελατήριο να βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, όπως στο σχήμα. Σε μια χρονική στιγμή κόβω το νήμα, οπότε το σώμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Ο λόγος της Μέγιστης δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης, προς την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου $\frac{U_{max}}{U_{ελmax}}$ είναι:

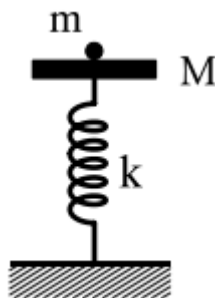
(α) 1

(β) $\frac{1}{2}$

(γ) $\frac{1}{4}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

- 2.16.** Δίσκος μάζας $M = 2m$ είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας m . Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά ίση με την σταθερά του ελατηρίου.



Ο λόγος της μέγιστης δύναμης επαναφοράς, προς την μέγιστη δύναμη του ελατηρίου θα είναι ίση με:

(α) 1

(β) $\frac{1}{4}$

(γ) $\frac{1}{3}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 2.17.** Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης. Αν Δt_1 είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να κινηθεί το σώμα από τη θέση ισορροπίας ($x = 0$) μέχρι τη θέση $x_1 = +\frac{A}{2}$ και Δt_2 είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να κινηθεί το σώμα από τη θέση $x_1 = +\frac{A}{2}$ έως τη θέση $x_2 = +A$, τότε ο λόγος $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$ είναι ίσος με:

(α) 1

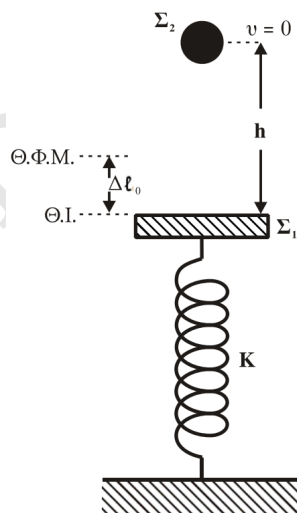
(β) 2

(γ) $\frac{1}{2}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Πανεληθίνες - Σεπτέμβρης 2020

- 2.18.** Σώμα Σ_1 μάζας m_1 ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά $\Delta \ell_0$ σε σχέση με το φυσικό του μήκος όπως φαίνεται στο σχήμα 4.



Σχήμα 4

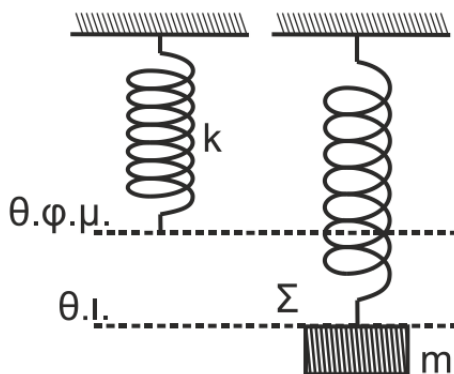
Από ύψος $h = 3\Delta \ell_0$ πάνω από το Σ_1 στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = m_1 = m$, το οποίο συγκρούεται ακαριαία με το Σ_1 κεντρικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει αμέσως μετά την κρούση εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$ και πλάτος A . Το πλάτος A της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι ίσο με:

(α) $\frac{2mg}{k}$ (β) $\frac{3mg}{k}$ (γ) $\frac{4mg}{k}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Πανελλήνιες - Σεπτέμβριος 2021

- 2.19.** Σώμα Σ μικρών διαστάσεων και μάζας m ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο (Σχήμα 1). Εκτελούμε δύο πειράματα:



Σχήμα 1

Πείραμα 1: Μετακινούμε το σώμα Σ στη θέση φυσικού μήκους (θ.φ.μ.) του ελατηρίου, το αφήνουμε ελεύθερο και αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$ και πλάτος A_1 .

Πείραμα 2: Στην αρχική θέση ισορροπίας (θ.ι.) του σώματος Σ ασκείται σε αυτό, συνεχώς, κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F = mg$ με φορά προς τα πάνω και τότε το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$ και πλάτος A_2 .

Για τα πλάτη A_1 και A_2 των παραπάνω πειραμάτων, ισχύει:

(α) $A_1 = A_2$

(β) $A_1 = \frac{1}{2}A_2$

(γ) $A_1 = 2A_2$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Πανελλήνιες - Ιούνιος 2021

- 2.20.** Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Ο χρόνος που απαιτείται ώστε η ολική ενέργεια της ταλάντωσης να γίνει η μισή της αρχικής ($E = \frac{E_0}{2}$) είναι:

(α) $t = \frac{\ln 2}{\Lambda}$

(β) $t = \frac{\ln 2}{2\Lambda}$

(γ) $t = \frac{\Lambda}{\ln 2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.21.** Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Ο χρόνος που απαιτείται ώστε το πλάτος της ταλάντωσης να γίνει το μισό του αρχικού ($A = \frac{A_0}{2}$) είναι:

$$(\alpha) t = \frac{\ln 2}{\Lambda}$$

$$(\beta) t = \frac{\ln 4}{\Lambda}$$

$$(\gamma) t = \frac{\Lambda}{\ln 2}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.22.** Ταλαντωτής που εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση έχει τη χρονική στιγμή $t = 0$ ενέργεια E_0 και πλάτος A_0 . Τη χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια του ταλαντωτή έχει ελαττωθεί κατά $\frac{15E_0}{16}$. Τη χρονική στιγμή t_1 το πλάτος A της ταλάντωσης είναι:

$$(\alpha) \frac{A_0}{2}$$

$$(\beta) \frac{A_0}{4}$$

$$(\gamma) \frac{A_0}{16}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες Εξετάσεις Ομογενών - Σεπτέμβριος 2013

- 2.23.** Για ένα σύστημα που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα $f = 10Hz$, βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού και έχει πλάτος ταλάντωσης $A = 8cm$, ισχύουν τα εξής:

(α) έχει σταθερά απόσβεσης $b = 0$.

(β) έχει απώλειες ενέργειας ανά περίοδο λιγότερες, από αυτές που θα είχε αν η συχνότητα του διεγέρτη γίνει $6 Hz$.

(γ) το πλάτος ταλάντωσης μπορεί να γίνει μεγαλύτερο από αυτό που έχει, αρκεί να ελαττώσουμε τη σταθερά απόσβεσης.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.24.** Ένα σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A και συχνότητας $f = 15Hz$. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι $17Hz$. Αν η συχνότητα του διεγέρτη γίνει $16Hz$ τότε το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης:

(α) θα γίνει μικρότερο από A .

(β) θα γίνει μεγαλύτερο από A .

(γ) θα παραμείνει A .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.25.** Μηχανικό σύστημα αποτελείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k στο οποίο είναι κρεμασμένο ένα σώμα μάζας m και το σύστημα αυτό εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μικρής απόσβεσης. Δίνεται ότι ο διεγέρτης έχει συχνότητα f_δ και το σύστημα έχει ιδιοσυχνότητα $f_o = 2f_\delta$. Αν αντικαταστήσουμε το σώμα με άλλο, μάζας $m' = 4m$, διατηρώντας την f_δ , το νέο σύστημα:

(α) θα ταλαντώνεται με $A' < A$

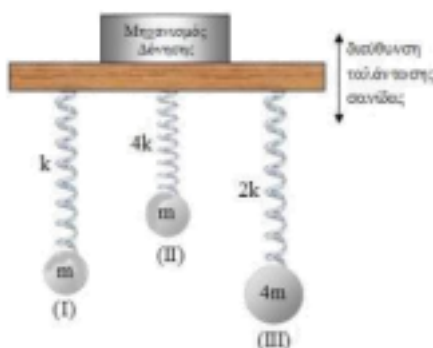
(β) θα βρεθεί σε συντονισμό

(γ) θα ταλαντώνεται με $A' = A$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Πηγή: ΟΕΦΕ 2015

- 2.26.** Στην οριζόντια σανίδα του παρακάτω σχήματος έχουμε προσαρμόσει τρία συστήματα μάζας - ελατηρίου με τα χαρακτηριστικά μεγέθη (μάζα σώματος - σταθερά ελατηρίου) που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Όλα τα σώματα αρχικά ισορροπούν. Μέσω κατάλληλου μηχανισμού δόνησης θέτουμε τη σανίδα σε εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα που έχει τιμή $\frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$. Στην περίπτωση αυτή, το σύστημα μάζας-ελατηρίου, που θα ταλαντωθεί με το μέγιστο δυνατό πλάτος θα είναι το:



(α) (I)

(β) (II)

(γ) (III)

Να θεωρήσετε ότι η επίδραση των αποσβέσεων είναι μικρή με αποτέλεσμα η συχνότητα συντονισμού κάθε συστήματος να ταυτίζεται με την ιδιοσυχνότητά του.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Πηγή: ΟΕΦΕ 2016

- 2.27.** Ένα σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση συχνότητας $f = 30 \text{ Hz}$ και πλάτους A . Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι 25 Hz . Αν αυξήσουμε τη σταθερά απόσβεσης b του συστήματος χωρίς να μεταβάλλουμε τη συχνότητα του διεγέρτη, τότε:

(α) το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα μειωθεί.

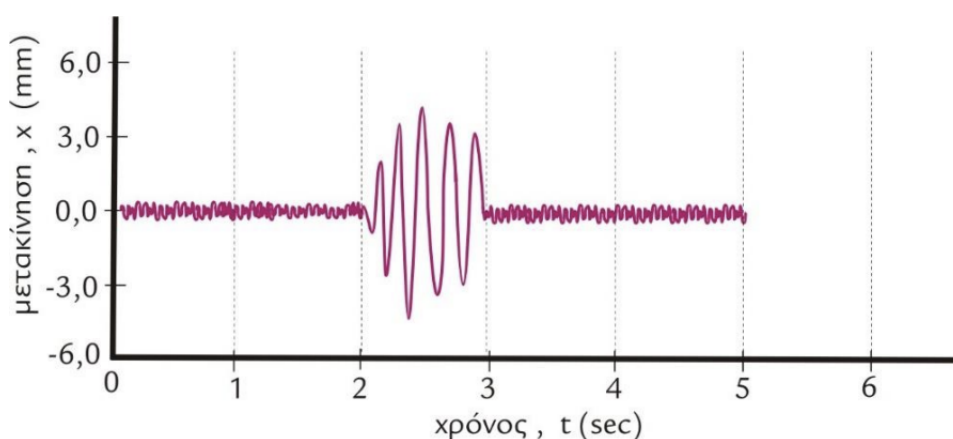
(β) η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα γίνει λίγο μικρότερη από 30Hz .

(γ) η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα γίνει λίγο μικρότερη από 25Hz .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.28. Στο παρακάτω διάγραμμα δείχνεται το πλάτος ταλάντωσης της ακίδας ενός σειсмоγράφου σε συνάρτηση με τον χρόνο (σεισμογράφημα), όπως αυτό καταγράφηκε σε μια σεισμογενή περιοχή.

Η ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης ενός ψηλού κτιρίου μάζας $M = 16 \cdot 10^5\text{kg}$ προσεγγίζεται με την ίδια μαθηματική σχέση που δίνει την ιδιοσυχνότητα ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή. Οι μηχανικοί που θα κατασκευάσουν το κτίριο στην παραπάνω σεισμογενή περιοχή πρέπει να χρησιμοποιήσουν τα υλικά με τρόπο που η σταθερά D επαναφοράς της ταλάντωσης του εξαιτίας ενός παρόμοιου σεισμού να βρίσκεται στην περιοχή τιμών ($\pi^2 \simeq 10$):



(α) $15 \cdot 10^8\text{N/m} - 19 \cdot 10^8\text{N/m}$

(β) $13 \cdot 10^8\text{N/m} - 17 \cdot 10^8\text{N/m}$

(γ) $2 \cdot 10^8\text{N/m} - 6 \cdot 10^8\text{N/m}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

πηγή : ΨΕΒ

3. Θέμα Γ - Ασκήσεις

- 3.1.** Ένα σώμα μάζας $m = 2kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η δύναμη επαναφοράς που του ασκείται, μεταβάλλεται σε σχέση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση :

$$\Sigma F = -40\eta\mu\omega t \quad (SI)$$

Ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών περασμάτων του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι $\Delta t = \frac{\pi}{10}s$.

- (α) Να βρείτε πόσο απέχουν μεταξύ τους οι ακραίες θέσεις της ταλάντωσης του σώματος.
- (β) Να γράψετε την εξίσωση και να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του σε αριθμημένους άξονες.
- (γ) Να υπολογίσετε τη μετατόπιση καθώς και το διάστημα που διένυσε το σώμα στο χρονικό διάστημα από τη στιγμή $t_1 = 0$, έως τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{5\pi}{60}s$.
- (δ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση $x = +\frac{A}{2}$, όπου A είναι το πλάτος της ταλάντωσης και επιταχύνεται.

- 3.2.** Μια σφαίρα μάζας $m = 2kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας $\omega = 10rad/s$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση όπου η δύναμη επαναφοράς έχει μέγιστο μέτρο $20N$ και αρνητική αλγεβρική τιμή.

- (α) Να υπολογίσετε τη περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης.
- (β) Να γράψετε τη συνάρτηση απομάκρυνσης - χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες..
- (γ) Να βρείτε την ταχύτητα της σφαίρας τη στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{4}s$.
- (δ) Να βρείτε τη δυναμική και την κινητική ενέργεια ταλάντωσης της σφαίρας τη στιγμή t_1 .

- 3.3.** Ένα σώμα, μάζας $m = 2kg$, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας της μορφής $x = A\sin(\omega t)$. Η απόσταση των ακραίων θέσεων του υλικού σημείου είναι $d = 0,4m$ και τη χρονική στιγμή t_1 διέρχεται απ' τη θέση $x_1 = 0,1m$, έχοντας ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2\sqrt{3}m/s$ με φορά προς τη θέση ισορροπίας του.

- (α) Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.
- (β) Να παραστήσετε γραφικά την Κινητική του ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες στο $S.I$.

(γ) Να υπολογίσετε την γωνιακή συχνότητα ω και την χρονική στιγμή t_1 .

(δ) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή διέρχεται, για πρώτη φορά, από την ακραία θετική θέση.

3.4. Ένα σώμα με μάζα $m = 0,1\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, μεταξύ δύο ακραίων θέσεων που απέχουν $d = 40\text{cm}$. Ο ελάχιστος χρόνος μετάβασης του σώματος από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\Delta t = 0,1\pi\text{s}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική θέση και την $t = t_1$ διέρχεται από την θέση $x = 0,1\sqrt{3}m$ με το μέτρο της ταχύτητάς του να μειώνεται.

(α) Να βρείτε το πλάτος A και τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης και την χρονική στιγμή t_1 .

(β) Πόση ενέργεια E προσφέραμε στο σώμα για να το θέσουμε σε ταλάντωση;

(γ) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του σώματος, κάποια χρονική στιγμή, που το μέτρο της ταχύτητάς του είναι $\sqrt{3}m/s$

(δ) Να γράψετε την χρονική εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα κατά την κίνηση του, και να κατασκευάσετε το αντίστοιχο διάγραμμα σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.

(ε) Να υπολογίσετε την απομάκρυνση και τη δυναμική ενέργεια του σώματος, τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{3T}{4}$

3.5. Ένα σώμα, μάζας $m = 0,5\text{kg}$, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα $f = \frac{5}{\pi}\text{Hz}$, ενώ διανύει σε κάθε περίοδο της ταλάντωσης του διάστημα $d = 2m$. Το σώμα δέχεται κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του, και στη διεύθυνση της κίνησής του, δύο δυνάμεις F_1 και F_2 , εκ των οποίων η F_2 είναι σταθερή με μέτρο $F_2 = 10\text{N}$ και φορά αρνητική. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σημείο διέρχεται επιταχυνόμενο από τη θέση $x_1 = -\frac{\sqrt{3}}{4}m$.

(α) Να υπολογίσετε το πλάτος και τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.

(β) Να υπολογίσετε την αρχική φάση ϕ_0 της ταλάντωσης.

(γ) Να υπολογίσετε το ποσοστό % της κινητικής ενέργειας του σώματος ως προς την ολική ενέργεια ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή $t = 0$.

(δ) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης F_1 σε συνάρτηση με το χρόνο.

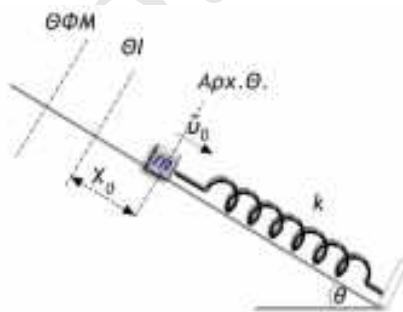
3.6. Το σώμα Σ του σχήματος είναι συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 900\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο $T = \frac{\pi}{15}\text{s}$.

Το σώμα τη χρονική στιγμή $t = 0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $v = 6\text{m/s}$ κινούμενο προς τα δεξιά. Να βρείτε:



- (α) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος
- (β) Τη μάζα του σώματος.
- (γ) Την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από 0 έως $\frac{2\pi}{15} s$.
- (δ) Για ποιες απομακρύνσεις ισχύει $K = 3U$, όπου K η κινητική ενέργεια και U η δυναμική ενέργεια του συστήματος.

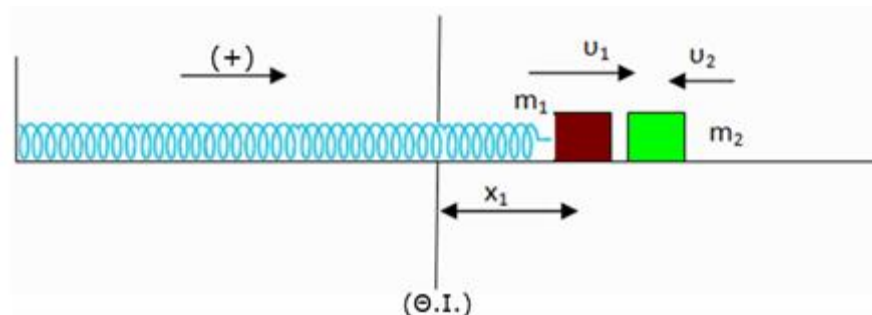
3.7. Το κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k = 100 N/m$, είναι ακλόνητα στερεωμένο στη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\theta = 30^\circ$. Στο πάνω άκρο του ισορροπεί δεμένο σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m = 1 kg$. Συμπιέζουμε το ελατήριο επιπλέον κατά $x_o = 0,1 m$ και κάποια χρονική στιγμή, εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα μέτρου $u_o = 3 m/s$ με φορά προς τα κάτω παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- (α) Να αποδείξετε ότι το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε τη συχνότητά της.
- (β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης Α.
- (γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα κάτω και ως χρονική στιγμή $t_o = 0$ την στιγμή που μεγιστοποιείται για πρώτη φορά η δυναμική ενέργεια μετά την εκτόξευση.
- (δ) Να υπολογίσετε τη δύναμη του ελατηρίου στις θέσεις όπου μηδενίζεται η κινητική ενέργεια του σώματος.

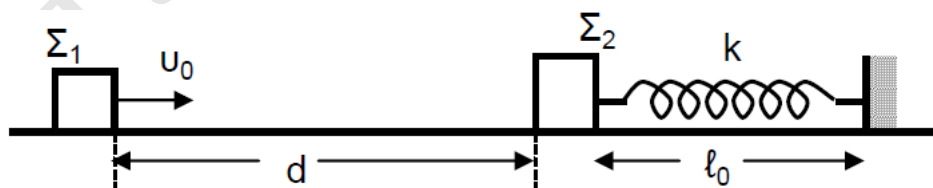
Δίνεται ότι $g = 10 m/s^2$

- 3.8.** Ένα σώμα μάζας $m_1 = 4\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = \sqrt{\frac{5}{4}}m$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στην άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 16\text{N/m}$. Τη χρονική στιγμή t_1 που το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_1 = 1m$ και κινείται από τη θέση ισορροπίας προς τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης συγκρούεται ελαστικά με δεύτερο σώμα μάζας $m_2 = 12\text{kg}$ που κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_2 = 1\text{m/s}$ αντίθετης φοράς από αυτή της v_1 . Να υπολογίσετε:



- το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 ελάχιστα πριν την κρούση.
- τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την ελαστική κρούση.
- το νέο πλάτος της ταλάντωσης του σώματος m_1 .
- το στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του m_1 όταν αυτό βρίσκεται στη νέα ακραία θέση της ταλάντωσης του.

- 3.9.** Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 2m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω v_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1m$ από το σώμα Σ_2 . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0 . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $v'_1 = \sqrt{10}m/s$ και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu = 0,5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\text{m/s}^2$.

- Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα v_0 του σώματος Σ_1 .
- Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση.

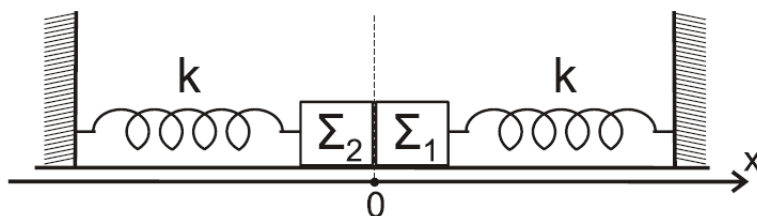
(γ) Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ_1 από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά. Δίνεται : $\sqrt{10} \simeq 3,2$

(δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι $m_2 = 1\text{kg}$ και $k = 105\text{N/m}$.

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

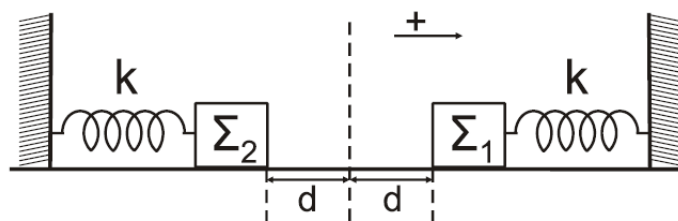
Πανελλήνιες Εξετάσεις- Μάης 2013

- 3.10.** Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , του σχήματος 4, με μάζες $m_1 = 1\text{kg}$ και $m_2 = 4\text{kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Τα σώματα είναι δεμένα στην άκρη δύο όμοιων ιδανικών ελατηρίων σταθεράς $k = 100\text{N/m}$, που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και των οποίων η άλλη άκρη είναι σταθερά στερεωμένη.



Σχήμα 4

Μετακινούμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έτσι ώστε τα ελατήρια να συσπειρωθούν κατά $d = 0,2\text{m}$ το καθένα (σχήμα 5) και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνονται ελεύθερα να ταλαντωθούν.



Σχήμα 5

(α) Να γράψετε τις εξισώσεις των απομακρύνσεων x_1 και x_2 των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 συναρτήσει του χρόνου. Ως θετική φορά ορίζεται η από το Σ_2 προς Σ_1 και ως $x = 0$ ορίζεται η θέση που εφάπτονται αρχικά τα σώματα στο σχήμα 4. **(σημείωση λόγω νέας ύλης: Να γράψετε μόνο την χρονική εξίσωση για το σώμα Σ_1)**

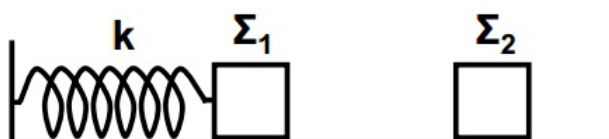
(β) Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κινούμενα με αντίθετη φορά συγκρούονται στη θέση $x = \frac{d}{2}$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους ελάχιστα πριν από την κρούση.

(γ) Η κρούση που ακολουθεί είναι πλαστική. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

- (δ) Να βρείτε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος μετά την κρούση.

Επαναληπτικές Πανεληγήνιες - Ιούλιος 2014

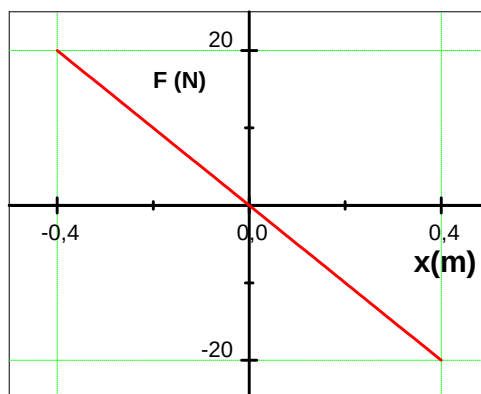
- 3.11.** Σώμα Σ_1 μάζας $M = 3kg$, είναι στερεωμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο.



Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος $A = 0,2m$. Κατά την διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα Σ_1 συγκρούεται πλαστικά και κεντρικά με άλλο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m = 1kg$. Η κρούση συμβαίνει στη θέση $x = \frac{A}{2}$, όταν το σώμα Σ_1 κινείται προς τα δεξιά. Να υπολογίσετε:

- (α) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση.
 (β) Το ποσοστό ελάττωσης (επί τοις εκατό) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων λόγω της κρούσης.
 (γ) Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.
 (δ) Την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

- 3.12.** Μικρό σώμα μάζας $m = 2kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A και γωνιακής συχνότητας ω , σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση κατάλληλης δύναμης $\Sigma F = f(x)$, που η τιμή της μεταβάλλεται σύμφωνα με το ακόλουθο διάγραμμα.

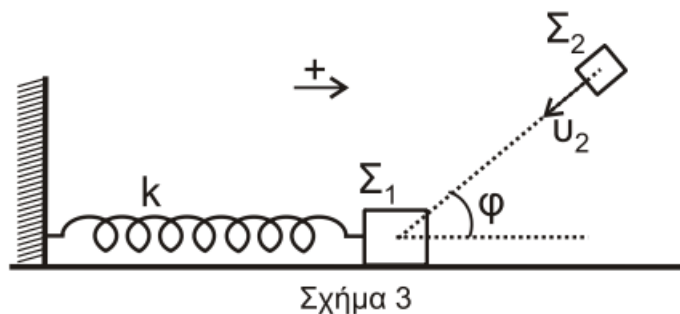


Σας είναι γνωστό ότι το σώμα την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ διέρχεται από την θέση που η δύναμη έχει τιμή $-20N$.

- (α) Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt για δύο διαδοχικούς μηδενισμούς της Κινητικής Ενέργειας.
- (β) Να γραφτούν οι χρονικές εξισώσεις $f(t)$ της απομάκρυνσης (x), ταχύτητας (v), επιτάχυνσης (a) του σώματος και να σχεδιαστεί το διάγραμμα απομάκρυνσης - χρόνου ($x - t$).
- (γ) Να υπολογίσετε την ελάχιστη χρονική διάρκεια για την μετάβαση του σώματος από την αρχική θέση, στην θέση που μηδενίζεται για δεύτερη φορά η Δυναμική Ενέργεια.
- (δ) Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας την χρονική στιγμή που το μέτρο της δύναμης ΣF είναι ίσο με το μισό της μέγιστης τιμής της για πρώτη φορά μετά την $t = 0$.

3.13. Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1kg$, είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$ το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους $A = 0,4m$, σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 έχει απομάκρυνση $x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$, κινούμενο κατά τη θετική φορά, συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3kg$. Το σώμα Σ_2 κινείται, λίγο πριν την κρούση, με ταχύτητα $v_2 = 8m/s$ σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία ϕ (όπου $\sin\phi = \frac{1}{3}$) με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 3. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

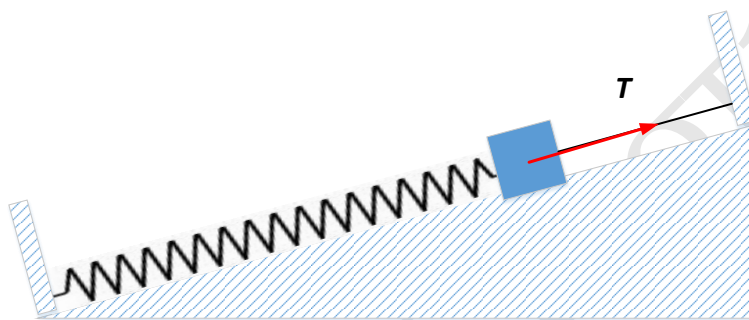


- (α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση και την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.
- (β) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- (γ) Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. Να σχεδιάσετε (με στυλό) σε βαθμολογημένους άξονες την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.
- (δ) Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση.

Να θεωρήσετε θετική την φορά που φαίνεται στο σχήμα και την διάρκεια της κρούσης αμελητέα.

Επαναληπτικές Πανεληγήνιες - Ιούληης 2016

- 3.14.** Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ ισορροπεί όπως στο σχήμα, όπου η τάση του νήματος έχει μέτρο $T = 50\text{N}$. Η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = 200\text{N/m}$, το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο με κλίση $\theta = 30^\circ$ και το νήμα είναι παράλληλο προς το επίπεδο.



Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα κινείται.

- (α) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
(β) Να βρεθεί το πλάτος και η ενέργεια της ταλάντωσης.

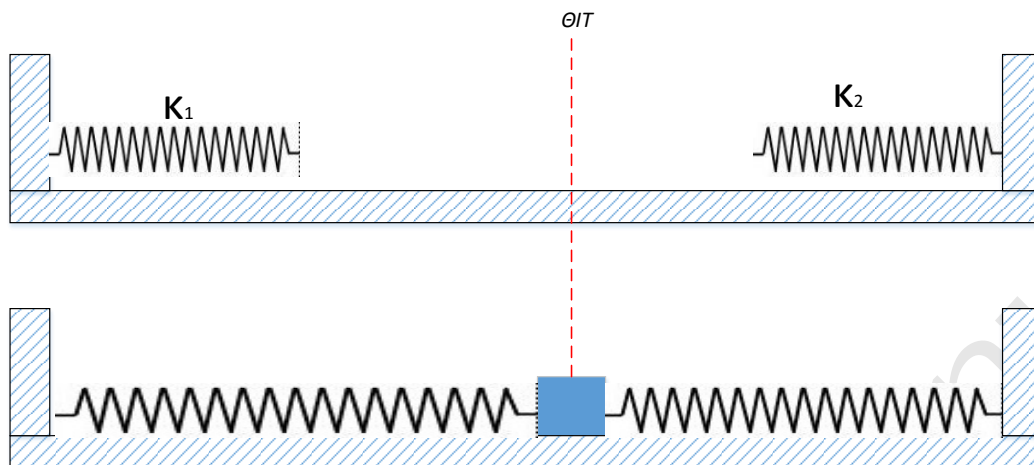
Αφού το σώμα συμπίεσει το ελατήριο, κινείται προς τα πάνω. Τη στιγμή που απέχει 10cm από την αρχική του θέση, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ένα δεύτερο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3\text{kg}$, το οποίο κατέρχεται κατά μήκος του επιπέδου. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει μηδενική ταχύτητα.

- (γ) Ποια η ταχύτητα του Σ_2 , ελάχιστα πριν την κρούση;
(δ) Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει το συσσωμάτωμα.

Δίνεται ότι: $g = 10\text{m/s}^2$

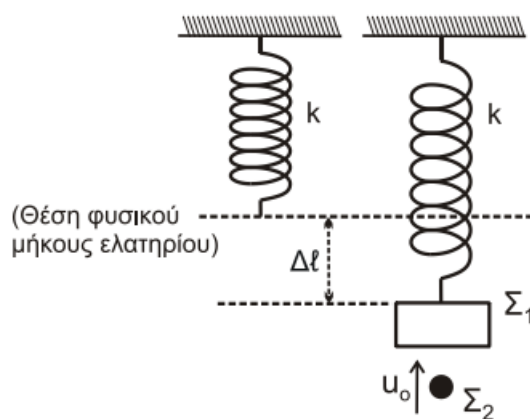
- 3.15.** Ένα σώμα μάζας $m = 4\text{kg}$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι συνδεδεμένο στα ελεύθερα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1 = 100\text{N/m}$ και $k_2 = 300\text{N/m}$. Τα άλλα άκρα των ελατηρίων είναι ακλόνητα στερεωμένα. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας στην διεύθυνση των ελατηρίων κατά $d = 0,5\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο από αυτή την θέση να κινηθεί.

- (α) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την σταθερά επαναφοράς του.
(β) Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις της Κινητικής ενέργειας του σώματος.



- (γ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία διέρχεται το σώμα από την θέση ισορροπίας του.
- (δ) Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας, της ταχύτητας και της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο. Να θεωρήσετε ως θετική την φορά της αρχικής απομάκρυνσης.
- (ε) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος σε μια χρονική στιγμή κατά την οποία η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας του είναι $x = -0,25\sqrt{3}m$.

3.16. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου αναρτάται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1kg$ και, όταν το σώμα ισορροπεί, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ίση με $\Delta\ell = 0,05m$.



Σχήμα 6

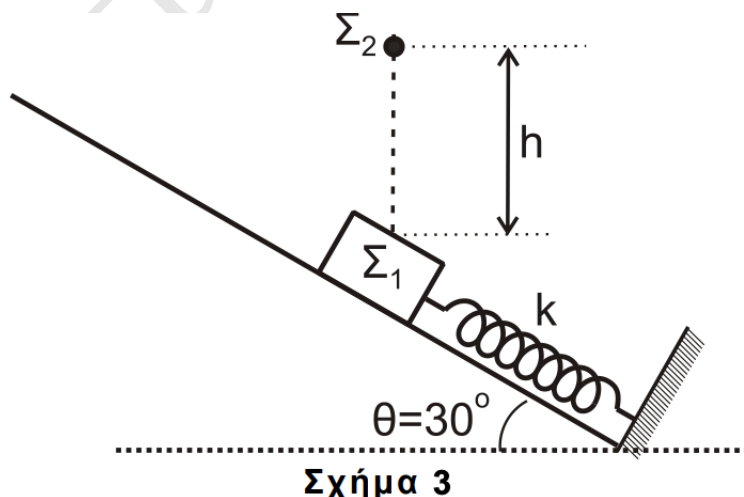
Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{ kg}$ κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω συγκρούεται πλαστικά με ταχύτητα μέτρου v_0 με το σώμα Σ_1 (Σχήμα 6) Η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα, που προκύπτει από την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης $D = k$ και φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

- (α) Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου και το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα .
- (β) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος Σ_2 πριν την κρούση.
- (γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.
- (δ) Αν $t_0 = 0$ η χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά μετά την κρούση, να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Να θεωρήσετε : θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, ότι κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας, ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα. Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$

Πανελλήνιες - Ιούνης 2018 / με αλλαγή λόγω νέας ύλης

- 3.17.** Στο σχήμα 3, σώμα Σ_1 μικρών διαστάσεων, μάζας $m_1 = 1\text{ kg}$ ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\theta = 30^\circ$ δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Από ύψος $h = 0,6\text{ m}$ πάνω από το Σ_1 αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2 = 3\text{ kg}$ το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1 .



Σχήμα 3

Το συσσωμάτωμα που προκύπτει κινείται, πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

- (α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

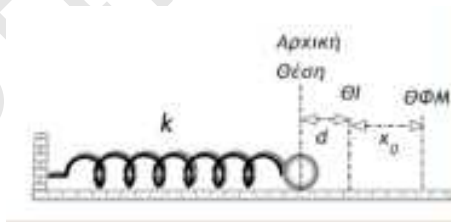
- (β) Να υπολογίσετε το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- (γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά, τη φορά από τη κορυφή προς την βάση του κεκλιμένου επιπέδου και ως χρονική στιγμή $t_0 = 0$ την στιγμή που το συσσωμάτωμα διέρχεται για πρώτη φορά μετά την κρούση από την θέση ισορροπίας του.
- (δ) Να υπολογίσετε τον λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης, όταν η κινητική ενέργεια K του συσσωματώματος είναι οκταπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης U ($K = 8U$), για δεύτερη φορά.

Να θεωρήσετε ότι: κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας, η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα. **Δίνονται:** η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

Πανελλήνιες - Ιούνης 2020/ με αλλαγή λόγω νέας ύλης

4. Θέμα Δ - Προβλήματα

- 4.1.** Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας $m = 100 \text{ g}$ είναι δεμένη στο δεξιό ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 10 \text{ N/cm}$, του οποίου το αριστερό άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Η σφαίρα δέχεται σταθερή δύναμη μέτρου $F = 2 \cdot 10^2 \text{ N}$, της οποίας η διεύθυνση είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου και η φορά προς τ' αριστερά, οπότε το ελατήριο συσπειρώνεται. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της κατά $d = 0,1 \text{ m}$ προς τ' αριστερά και τη χρονική στιγμή $t = 0$ την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί.

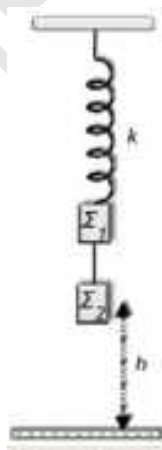


- (α) Να υπολογίσετε την απόσταση x_0 της θέσης ισορροπίας της σφαίρας από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.
- (β) Να αποδείξετε ότι η σφαίρα θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα καθώς και την ολική ενέργεια της ταλάντωσης.
- (γ) Σε ποιο σημείο της τροχιάς έχει ταυτόχρονα μέγιστο μέτρο δύναμης επαναφοράς και δύναμης ελατηρίου; Βρείτε τότε το λόγο των μέτρων της μέγιστης δύναμης επαναφοράς προς τη μέγιστη δύναμη ελατηρίου.
- (δ) Τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά, καταργείται ακαριαία η δύναμη F . Βρείτε το λόγο της ολικής ενέργειας E' της νέας ταλάντωσης προς την ολική ενέργεια E της αρχικής ταλάντωσης.

4.2. Μικρό σώμα, μάζας $m = 0,5\text{kg}$, είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 200\text{N/m}$ και μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση δεχόμενο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 50\text{N}$ προς τα δεξιά, μέσω νήματος. Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση, που μηδενίζεται η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, μεγιστοποιείται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

- (α) Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του σώματος και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ίση με τη σταθερά k του ελατηρίου.
- (β) Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης E του σώματος. Κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε ως $t = 0$, κόβεται το νήμα, στη θέση όπου η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι μέγιστη. Το σύστημα εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A' .
- (γ) Θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά, γράψτε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
- (δ) Να υπολογίσετε το λόγο των ενεργειών ταλάντωσης του σώματος $\frac{E}{E'}$, πριν και μετά την κατάργηση της δύναμης F .

4.3. Το σύστημα των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ίσων μαζών $m_1 = m_2 = 10\text{kg}$, ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$. Τα σώματα έχουν αμελητέες διαστάσεις. Το Σ_1 είναι δεμένο στο ελατήριο, ενώ αβαρές νήμα μικρού μήκους συνδέει τα Σ_1 και Σ_2 . Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα, οπότε το Σ_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



- (α) Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του συστήματος των $\Sigma_1 - \Sigma_2$ και στη συνέχεια τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του Σ_1 μετά το κόψιμο του νήματος.
- (β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης A καθώς και την ολική της ενέργεια E .
- (γ) Θεωρώντας θετική φορά την προς τα πάνω, να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης $x - \text{χρόνου } t$. Στη συνέχεια να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες, στη διάρκεια της 1ης περιόδου.

- (δ) Αν το σώμα Σ_2 έχει ως προς το δάπεδο, που βρίσκεται κάτω του, στη θέση ισορροπίας του συστήματος, βαρυτική δυναμική ενέργεια $U_{\beta\alpha\rho} = 180J$, να βρείτε ποιο απ' τα δύο θα φτάσει πρώτο: το Σ_2 στο έδαφος ή το Σ_1 στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του.

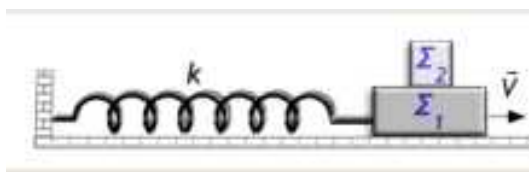
Δίνεται $g = 10m/s^2$ Θεωρήστε ότι: $\pi^2 = 10$

- 4.4.** Το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$ είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο πάνω άκρο του είναι δεμένος δίσκος Σ_1 μάζας $m_1 = 0,8kg$. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένος κύβος Σ_2 μάζας $m_2 = 0,2kg$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω μεταφέροντας ενέργεια στο σύστημα ίση με $E = 2J$ και το αφήνουμε ελεύθερο.

- (α) Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης A του συστήματος, τη γωνιακή συχνότητα ω καθώς και το χρόνο Δt στον οποίο θα περάσει για 1η φορά απ' τη θέση ισορροπίας του.
- (β) Να γράψετε τη συνάρτηση της δύναμης επαφής N , που δέχεται ο κύβος από το δίσκο Σ_1 , σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του.
- (γ) Να υπολογίσετε την απόσταση y από τη θέση ισορροπίας του, στην οποία ο κύβος θα χάσει την επαφή με το δίσκο.
- (δ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κύβου τη χρονική στιγμή, που εγκαταλείπει το δίσκο και το ύψος στο οποίο θα φθάσει πάνω από τη θέση που εγκαταλείπει το δίσκο.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και $g = 10m/s^2$.

- 4.5.** Το αριστερό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400N/m$ στερεώνεται ακλόνητα και στο δεξιό άκρο του προσδένεται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3kg$, το οποίο μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο Σ_1 τοποθετείται δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1kg$. Εκτοξεύουμε προς τα δεξιά το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του, με ταχύτητα μέτρου V και παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, οπότε το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Τα δυο σώματα διατηρούν την επαφή στη διάρκεια της ταλάντωσης.

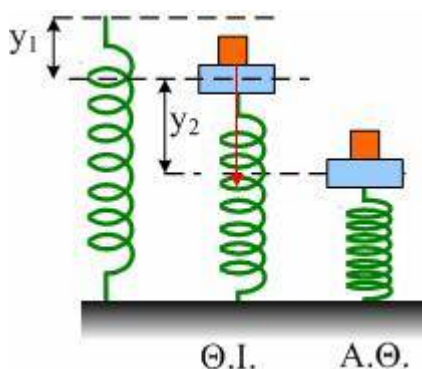


- (α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης καθώς και τις σταθερές ταλάντωσης $D_{ολ}$, D_1 και D_2 του συστήματος και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα.
- (β) Να τοποθετήσετε το σύστημα σε μια τυχαία θέση της ταλάντωσης του, να σχεδιάσετε και να περιγράψετε σε τρία κατάλληλα σχήματα τις δυνάμεις, που δέχονται: **(ι)** το σύστημα $\Sigma_1 - \Sigma_2$, **(ii)** το Σ_1 και **(iii)** το Σ_2 .
- (γ) Να παραστήσετε γραφικά την αλγεβρική τιμή της στατικής τριβής από το Σ_1 στο Σ_2 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, για πλάτος ταλάντωσης $A = 3cm$.

- (δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης V_{max} , του συστήματος των Σ_1 , Σ_2 ώστε το σώμα Σ_2 να μην ολισθήσει πάνω στο σώμα Σ_1 .

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$ και ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι $\mu_s = 0,5$.

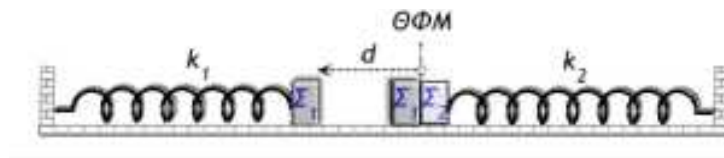
- 4.6.** Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο. Στο άλλο άκρο του συνδέεται σταθερά σώμα Α μάζας $M = 3\text{kg}$. Πάνω στο σώμα Α είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας $m = 1\text{kg}$ και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο από το φυσικό του μήκος κατά $y_1 = 0,4\text{m}$. Στη συνέχεια εκτρέπουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $y_2 = 0,8\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t = 0$.



- (α) Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης του συστήματος και τη σταθερά επαναφοράς D κάθε μιας μάζας ξεχωριστά.
- (β) Να δείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει το σώμα Α και να βρείτε τη θέση και την ταχύτητα του τότε.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

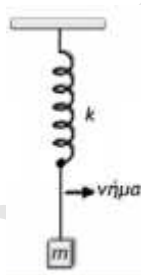
- 4.7.** Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος έχουν σταθερές $k_1 = 300\text{N/m}$ και $k_2 = 600\text{N/m}$ και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , αμελητέων διαστάσεων, που είναι δεμένα στα άκρα των ελατηρίων, έχουν μάζες $m_1 = 3\text{kg}$ και $m_2 = 1\text{kg}$. Τα δύο ελατήρια βρίσκονται αρχικά στο φυσικό τους μήκος και τα σώματα σε επαφή. Εκτρέπουμε από τη θέση ισορροπίας του το σώμα Σ_1 κατά $d = 0,4\text{m}$ συμπιέζοντας το ελατήριο k_1 και το αφήνουμε ελεύθερο. Κάποια στιγμή συγκρούεται με το Σ_2 και κολλά σ' αυτό. Τα σώματα κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



- (α) Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο και με τι ταχύτητα το σώμα Σ_1 θα συγκρουστεί με το σώμα Σ_2 .

- (β) Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα $\Sigma_1 - \Sigma_2$ θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την σταθερά της.
- (γ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- (δ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως αρχή του χρόνου τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση και θετική την φορά της ταχύτητας του συσσωματώματος.
- (ε) Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή που αφήσαμε το σώμα m_1 θα μηδενιστεί η ταχύτητα του συσσωματώματος για 2η φορά και πόση απόσταση θα έχει διανύσει το m_1 μέχρι τότε.

4.8. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας $m = 10\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο του αβαρούς νήματος το πάνω άκρο του οποίου είναι δεμένο στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 10\text{N/cm}$



- (α) Σχεδιάστε τις δυνάμεις, που ασκούνται στο σώμα και αιτιολογήστε γιατί η δύναμη ελατηρίου στο νήμα είναι ίση με την τάση του νήματος στο σώμα.
- (β) Υπολογίστε την επιμήκυνση $\Delta\ell$ του ελατηρίου.

Τραβάμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω από τη Θ.Ι. του, μεταφέροντας ενέργεια στο σώμα $E_{\text{μετ}} = 5\text{J}$ και το αφήνουμε να ταλαντωθεί.

- (γ) Να αποδείξετε ότι θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης.
- (δ) Γράψτε την εξίσωση της τάσης του νήματος στο σώμα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x απ' τη Θέση Ισορροπίας και σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος T σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x , σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.
- (ε) Να βρείτε το σημείο της ταλάντωσης στο οποίο το νήμα οριακά θα πάψει να είναι τεντωμένο.

Θεωρήστε ότι $g = 10\text{m/s}^2$

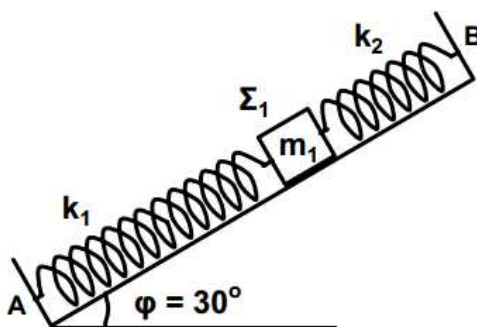
4.9. Σώμα μάζας $m = 2kg$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο έδαφος. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του (Θ.Ι.Τ) προς τα πάνω μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και από τη θέση αυτή εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα μέτρου $v = \sqrt{3}m/s$ και με φορά προς τα κάτω. Η αντίσταση από τον αέρα θεωρείται αμελητέα, αρχή μέτρησης του χρόνου ($t = 0$) λαμβάνουμε τη στιγμή που το σώμα διέρχεται από την θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Το σώμα αμέσως μετά την εκτόξευσή του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς ίση με τη σταθερά σκληρότητας του ελατηρίου.

- (α) Να βρείτε το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς καθώς και το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
- (β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της φάσης της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
- (γ) Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο: $x - t$, $v - t$, $a - t$.
- (δ) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η απομάκρυνσή του από τη Θ.Ι είναι $x_1 = -0,1\sqrt{3}m$
- (ε) Να βρείτε το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σώμα για να μεταβεί για 1η φορά μετά την εκτόξευση από την θέση εκτόξευσης του.
- (στ) Στο παραπάνω χρονικό διάστημα να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του σώματος, το έργο της δύναμης επαναφοράς καθώς και το έργο της δύναμης του ελατηρίου.
- (ζ) Τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία για πρώτη φορά, μετά τη στιγμή $t = 0$, η κινητική ενέργεια του σώματος γίνεται τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης, να βρείτε:
 1. το ρυθμό μεταβολής της ορμής
 2. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος
 3. το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης

Θεωρήστε ότι $g = 10m/s^2$

4.10. Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\phi = 30^\circ$. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1 = 60N/m$ και $k_2 = 140N/m$ αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 2kg$ και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σώμα Σ_1 ελεύθερο.

- (α) Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
- (β) Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το Β προς το Α.
Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2 = 6kg$.

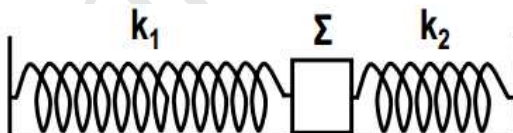


Το σώμα Σ_2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ_1 λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

- (γ) Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 .
- (δ) Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ώστε το Σ_2 να μην ολισθαίνει σε σχέση με το Σ_1 .

Πανελλήνιες Εξετάσεις - Μάης 2012/ με αλλαγή λόγω νέας ύλης

- 4.11.** Στα δύο άκρα λείου επιπέδου στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1 = 60 \text{ N/m}$ και $k_2 = 140 \text{ N/m}$ αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε ένα σώμα Σ μάζας $m = 2 \text{ kg}$ ώστε τα ελατήρια να έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).

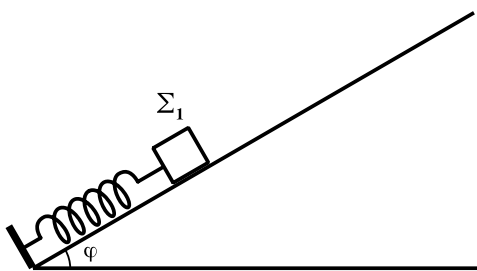


Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατά $A = 0,2 \text{ m}$ προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.

- (α) Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
- (β) Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική την φορά προς τα δεξιά.
- (γ) Να εκφράσετε το λόγο της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης προς τη μέγιστη κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x .
- (δ) Τη στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται στη θέση $x = \frac{A}{2}$ αφαιρείται ακαριαία το ελατήριο k_2 . Να υπολογίσετε το πλάτος της νέας ταλάντωσης.

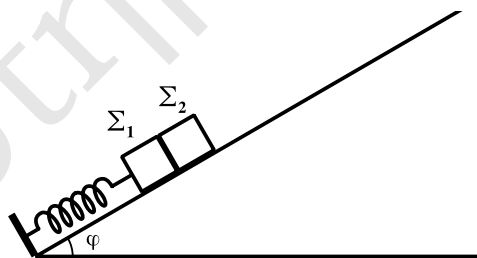
Πανελλήνιες Εσπερινών Λυκείων - Μάης 2012

- 4.12.** Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{ kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\phi = 30^\circ$. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{ N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 κατά $d_1 = 0,1\text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο.

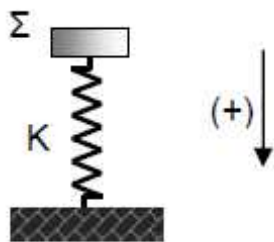
- (α) Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
 (β) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 .



Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά $\Delta\ell = 0,3\text{ m}$. Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{ kg}$ στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα Σ_1 , και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.

- (γ) Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του σώματος Σ_2 κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του. 1 Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους.

Επαναληπτικές Πανελλήνιες - Ιούλης 2010



- 4.13.** Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200\text{N/m}$ είναι συνδεδεμένο ένα σώμα Σ μάζας $m = 8\text{Kg}$ το οποίο ισορροπεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο έδαφος όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Μετακινούμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω μέχρι την θέση που η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι ίση με την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στην θέση ισορροπίας του σώματος. Στην συνέχεια την χρονική στιγμή $t = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί.

- Να δείξετε ότι το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την συχνότητα της ταλάντωσης του.
- Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή που η δύναμη που δέχεται το σώμα από το ελατήριο μηδενίζεται για πρώτη φορά μετά την χρονική στιγμή $t = 0$.
- Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της Κινητικής ενέργειας του σώματος, στην θέση που η δύναμη επαναφοράς είναι ίση με το βάρος του σώματος και το σώμα επιβραδύνεται.

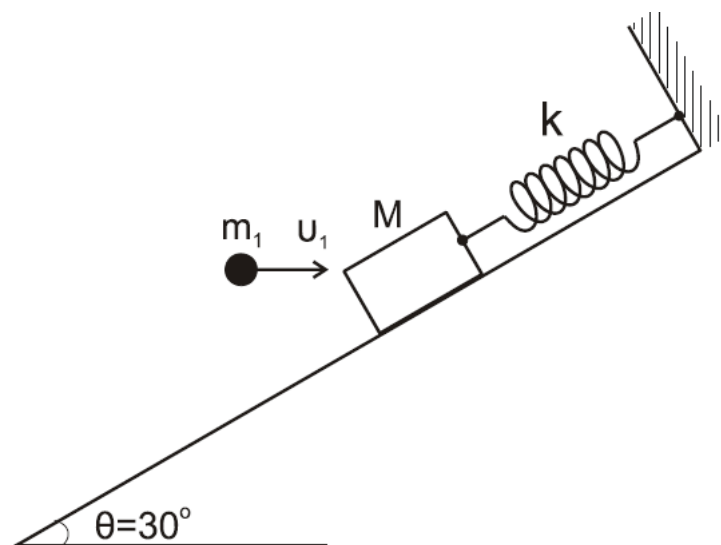
Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

- 4.14.** Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας $m_1 = m = 1\text{kg}$ κινούμενη με ταχύτητα $v = \frac{4}{3}\text{m/s}$, συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας $m_2 = m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων v_1 και $v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$, αντίστοιχα.

- Να βρείτε τη γωνία ϕ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{v}_2$ με το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{v}_1$.
- Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$.

Σώμα μάζας $M = 3m$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς $k = 100\text{N/m}$, που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\theta = 30^\circ$, όπως στο σχήμα. Η σφαίρα, μάζας m_1 , κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα $\vec{v}_1$, σφηνώνεται στο σώμα M .

- Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (M, m_1) κατά την κρούση.



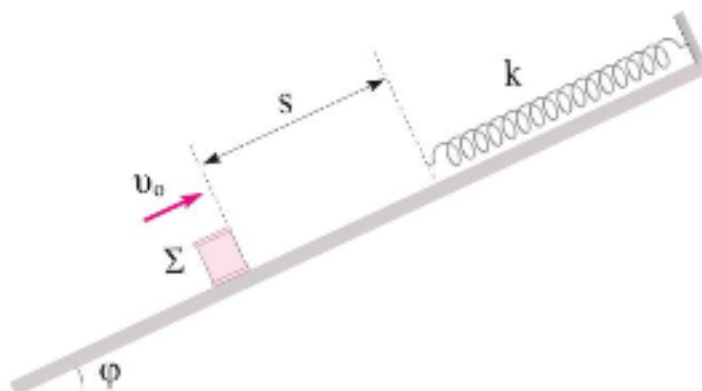
- (δ) Δεδομένου ότι το συσσωμάτωμα (M, m_1) μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης αυτής.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. **Επαναληπτικές Πανεληθίνες - Ιούνιος 2012**

- 4.15.** Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3 \text{ kg}$ είναι στερεωμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k = 576 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = \frac{\sqrt{12}}{12} \text{ m}$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ και το σύστημα συνεχίζει να ταλαντώνεται.

- (α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- (β) Να γράψετε την συνάρτηση που περιγράφει την απομάκρυνση σε συνάρτηση με τον χρόνο για την νέα ταλάντωση. Να θεωρήσετε ως $t_0 = 0$ την στιγμή που η ταχύτητα μηδενίζεται στιγμιαία για πρώτη φορά μετά την κρούση και ως θετική την φορά της ταχύτητας του συσσωματώματος.
- (γ) Να γράψετε την συνάρτηση που περιγράφει την δύναμη επαναφοράς σε σχέση με την απομάκρυνση για την νέα ταλάντωση και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.
- (δ) Να υπολογίσετε για τη νέα ταλάντωση το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε θετική απομάκρυνση, πλησιάζει προς τη θετική θέση ισορροπίας και η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης με την κινητική συνδέονται με την σχέση $K = 15U$.

Δίνεται ότι: $g = 10 \text{ m/s}^2$

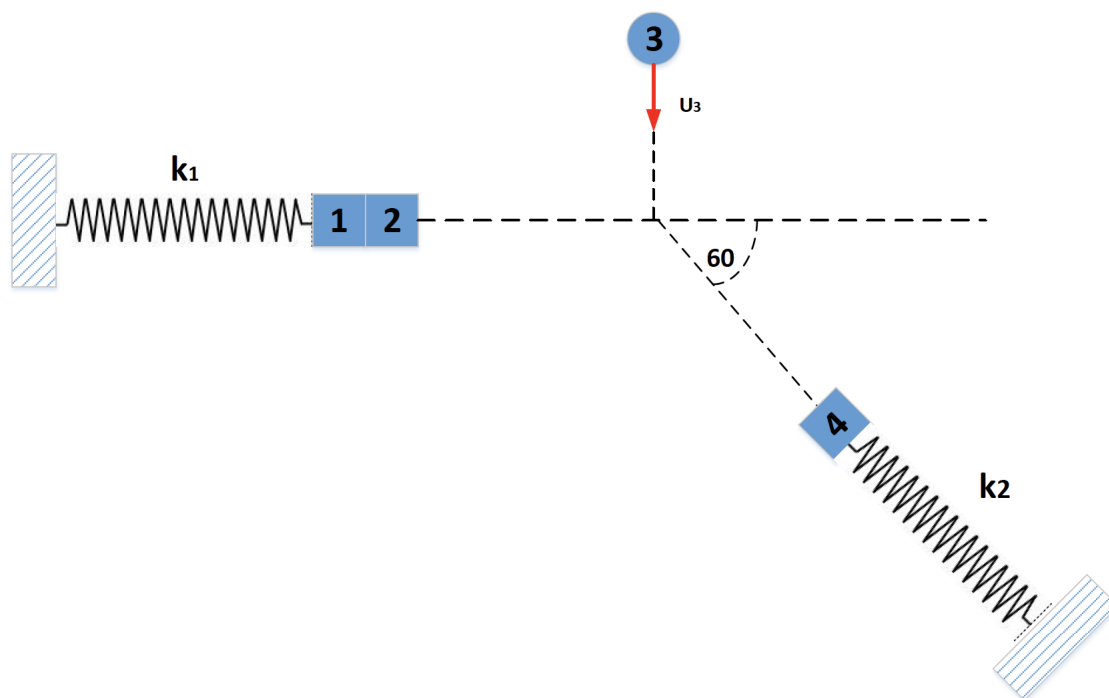


- 4.16.** Η μια άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$ είναι στερεωμένη στο πάνω μέρος του πλάγιου επιπέδου γωνίας $\phi = 30^\circ$, όπως στο σχήμα.

Από ένα σημείο του πλάγιου επιπέδου που απέχει $s = 0,25\text{m}$ από το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $v_0 = 2\text{m/s}$, κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου προς τα πάνω ένα σώμα Σ μάζας $m = 2\text{kg}$. Όταν το σώμα ακουμπήσει στο ελατήριο, ενώνεται με αυτό και αρχίζει να εκτελεί αρμονική ταλάντωση.

- (α) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το ελατήριο.
- (β) Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
- (γ) Να γράψετε τη συνάρτηση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο, θεωρώντας $t = 0$ τη στιγμή που το σώμα διέρχεται για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης και τα θετικά προς τα πάνω.
- (δ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας του σώματος τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο εκτόξευσης για δεύτερη φορά.

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$



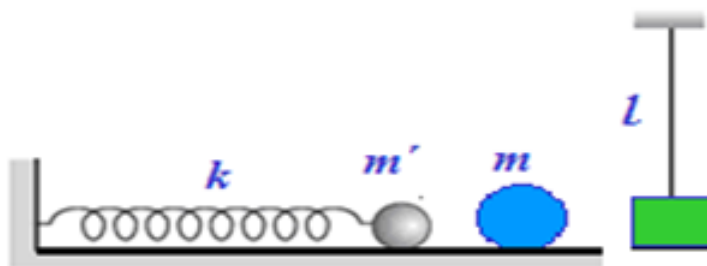
- 4.17.** Τα ελατήρια του σχήματος και τα σώματα Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 και Σ_4 βρίσκονται στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο. Τα ελατήρια έχουν σταθερές $k_1 = k_2 = 200 \text{ N/m}$ και τα σώματα μάζες $m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}$ και $m_4 = 2 \text{ kg}$. Τα σώματα Σ_1 και Σ_4 ηρεμούν στερεωμένα στα άκρα των ελατηρίων των οποίων τα άλλα άκρα είναι ακλόνητα στερεωμένα. Η διεύθυνση ταλάντωσης του συστήματος $k_2 - \Sigma_4$ σχηματίζει γωνία $\phi = 60^\circ$ με την διεύθυνση ταλάντωσης του συστήματος $k_1 - \Sigma_2$. Ακουμπάμε το σώμα Σ_2 στο Σ_1 και συμπιέζουμε αργά το ελατήριο k_1 κατά $0,2 \text{ m}$.

Την στιγμή $t = 0$ ελευθερώνουμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 . Το σώμα Σ_2 αποσπάται (χάνει επαφή) από το Σ_1 και συγκρούεται πλαστικά σε απόσταση $d_1 = 0,2\pi \text{ m}$ από το σημείο που αποσπάστηκε με το σώμα Σ_3 , το οποίο εκκινεί με σταθερή ταχύτητα $v_3 = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$, σε διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση κίνησης του Σ_2 . Το συσσωμάτωμα που σχηματίστηκε κινήθηκε σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία $\phi = 60^\circ$ με την αρχική διεύθυνση του Σ_2 και συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με το Σ_4 . Να βρείτε:

- την σταθερά επαναφοράς του Σ_2 πριν χάσει την επαφή του με το Σ_1
- την ταχύτητα του Σ_2 τη χρονική στιγμή που έχασε την επαφή του με το Σ_1 .
- τη οριζόντια απόσταση του Σ_3 ,από το σημείο σύγκρουσης, τη στιγμή που ελευθερώσαμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 .
- τη μάζα του σώματος Σ_3 .
- το λόγο των ενεργειών ταλάντωσης του συστήματος $k_1 - \Sigma_1$ και του συστήματος $k_2 - \Sigma_4$.

Δίνεται: $\epsilon\phi(60^\circ) = \sqrt{3}$.

- 4.18.** Ένα σώμα μάζας $m = 3\text{kg}$, είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Λόγω εσωτερικής αιτίας το σώμα διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες m_1 , m_2 αντίστοιχα, για τις οποίες ισχύει $m_1 = 2m_2$.



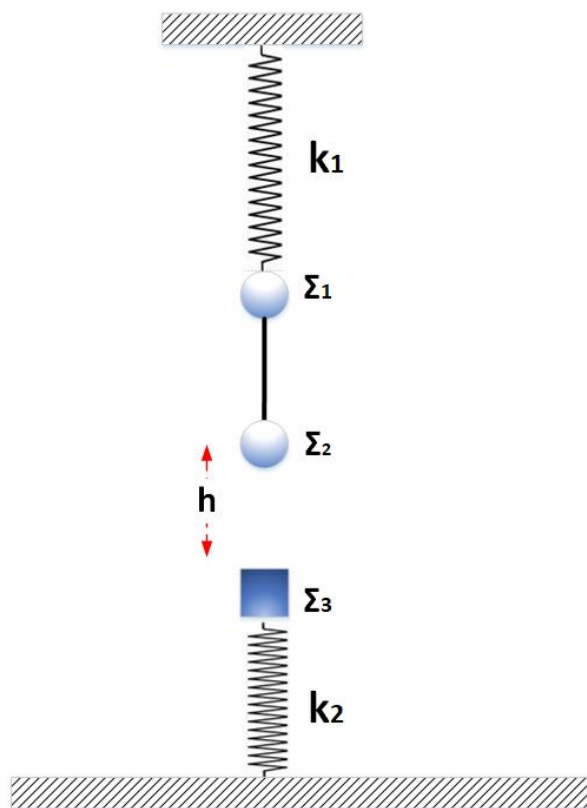
Μετά τη διάσπαση το κομμάτι μάζας m_1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας $m' = 2\text{kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το δημιουργούμενο συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του μηδενίζεται κάθε $\frac{\pi}{10}$. Το κομμάτι μάζας m_2 συγκρούεται πλαστικά με το ακίνητο σώμα μάζας $M = 3\text{kg}$, το οποίο κρέμεται από νήμα μήκους $l = 2\text{m}$. Αμέσως μετά την κρούση η δύναμη που ασκεί το νήμα στο συσσωμάτωμα των μαζών m_2 και M είναι $F = 90\text{N}$. Να βρεθούν:

- Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος των μαζών m_2 και M αμέσως μετά την κρούση.
- Το συνημίτονο της μέγιστης γωνίας εκτροπής του νήματος.
- Οι ταχύτητες των κομματιών με μάζες m_1 και m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση.
- Η συνάρτηση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η δύναμη επαναφοράς του συσσωματώματος των μαζών m_1 και m' σε σχέση με το χρόνο. Να θεωρήσετε $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά του άξονα προς τα δεξιά.

Σας δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

- 4.19.** Στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k_1 = 100\text{N/m}$ ισορροπούν δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = m_2 = 1\text{kg}$ όπως στο σχήμα, με το Σ_1 να είναι στερεωμένο απευθείας στο ελατήριο και το Σ_2 στο άκρο κατακόρυφου αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Κάποια χρονική στιγμή σπάει το νήμα ανάμεσα στα σώματα.

- Να δείξετε ότι το Σ_1 θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την συχνότητα και το πλάτος της.



Το Σ_2 αφού διανύσει κατακόρυφη απόσταση h συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_3 μάζας $m_3 = 3\text{ kg}$ που ισορροπεί ακίνητο στο πάνω άκρο δεύτερου κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k_2 = 400\text{ N/m}$. Το συσσωμάτωμα που θα προκύψει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους 5 cm .

- (β) Να υπολογίσετε το πλάτος και την συχνότητα ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- (γ) Να υπολογίσετε την κατακόρυφη απόσταση h που διάνυσε το Σ_2 πριν την κρούση.
- (δ) Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας την στιγμή που το συσσωμάτωμα διέρχεται για πρώτη φορά από την θέση στην οποία έγινε η κρούση.
- (ε) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας και να σχεδιάσετε το αντίστοιχο διάγραμμα σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$. **Να θεωρήσετε** την διάρκεια της κρούσης αμελητέα και τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες. Τα τρία σώματα βρίσκονται πάνω στην ίδια κατακόρυφο που ταυτίζεται με τους άξονες των ελατηρίων. Θετική να θεωρηθεί η φορά προς τα κάτω.

- 4.20.** Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο άνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2kg$ που ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνεται πάνω στο σώμα Σ_1 , χωρίς ταχύτητα, ένα άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1kg$. Το σύστημα των δύο μαζών θα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = \frac{1}{30}m$.

Θεωρώντας την κατακόρυφη προς τα πάνω φορά, ως θετική και την επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$ να υπολογίσετε:

- (α) Την σταθερά k του ελατηρίου.
- (β) Την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σε συνάρτηση με τον χρόνο $U = f(t)$
- (γ) Την δύναμη επαφής N που ασκείται από το Σ_2 στο σώμα Σ_1 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από την Θέση Ισορροπίας. Να κατασκευαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα $N = f(x)$
- (δ) Το μέγιστο επιτρεπτό πλάτος A' ταλάντωσης για το παραπάνω σύστημα, ώστε τα δύο σώματα να παραμένουν σε επαφή σε όλη την διάρκεια της ταλάντωσης.

Κάποια χρονική στιγμή t_1 που το σύστημα των δύο μαζών βρίσκεται στην ακραία θετική θέση, διαβιβάζω στο σύστημα αέρα με αποτέλεσμα να ασκηθεί δύναμη απόσβεσης της μορφής $F' = -3v(S.I.)$.

- (ε) Να υπολογισθεί ο ρυθμός με τον οποίο το σύστημα θα χάνει ενέργεια την χρονική στιγμή που διέρχεται από την Θέση Ισορροπίας έχοντας χάσει το 25% της ενέργειας του είχε την t_1 .

- 4.21.** Σώμα μάζας $m = 2kg$ είναι κρεμασμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 200N/m$ το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην οροφή. Ανυψώνουμε το σώμα μέχρι την Θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου και την χρονική στιγμή $t = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση μικρής απόσβεσης και το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, σύμφωνα με την σχέση $A = A_0 e^{-(\ln 2)t/\pi S.I.}$

- (α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα, καθώς και την αρχική ενέργεια της φθίνουσας ταλάντωσης.
- (β) Να βρείτε το πηλίκο $\frac{E_N}{E_{N+1}}$, όπου E_N η ενέργεια της ταλάντωσης στο τέλος της N περιόδου και E_{N+1} η ενέργεια της ταλάντωσης στο τέλος της $N+1$ ταλάντωσης.
- (γ) Να υπολογίσετε την χρονική στιγμή που η ενέργεια της ταλάντωσης θα έχει μειωθεί στο $1/16$ της αρχικής της τιμής.
- (δ) Να βρείτε στο τέλος ποιας περιόδου το σώμα θα απέχει από τη Θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου απόσταση $7,5cm$.

Δίνονται: $g = 10m/s^2$ και $2^{0,4} = 1,32$

- 4.22.** Σώμα Σ μάζας $m_1 = 4\text{ kg}$ ισορροπεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 400\text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Ανεβάζουμε το σώμα μάζας m_1 κατά απόσταση $\ell = 0,05\text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας του και το εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα κάτω (κατά την αρνητική φορά δηλαδή) με ταχύτητα μέτρου $v_0 = (\sqrt{3}/2)\text{ m/s}$. Το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

(α) Να βρεθεί το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης του σώματος Σ

- (β) Κάποια στιγμή που το σώμα Σ περνά από την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του και κατεβαίνει, συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας m_2 που ανεβαίνει με ταχύτητα μέτρου v_2 . Μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα ανεβαίνει και φτάνει μέχρι μια θέση που βρίσκεται πάνω από το φυσικό μήκος του ελατηρίου κατά $d = 0,1\text{ m}$.

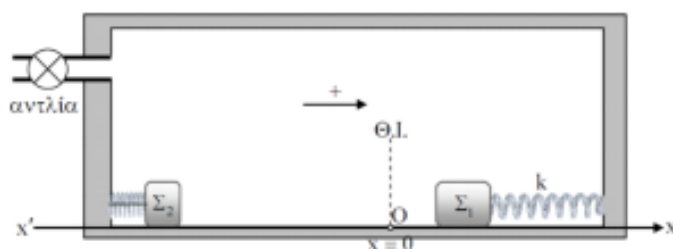
Δίνεται η περίοδος $T_{ολ}$ της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι $T_{ολ} = \sqrt{2}T_1$, όπου T_1 η περίοδος της ταλάντωσης που έκανε το σώμα Σ .

Να βρεθούν: (i) η μάζα m_2 και (ii) το μέτρο της ταχύτητας v_2 .

- (γ) Κάποια στιγμή ($t = 0$) το σύστημα συσσωματώματος - ελατηρίου βυθίζεται σε υγρό. Το σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση για την οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι της μορφής $F = -b \cdot v$, όπου b θετική σταθερά. Δίνεται η σταθερά $\Lambda = 0,195\text{ s}^{-1}$. Να βρεθεί σε ποια χρονική στιγμή το σύστημα συσσωματώματος - ελατηρίου έχει χάσει ενέργεια $13,5\text{ J}$. Δίνεται $\ln 2 = 0,693$

Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.

- 4.23.** Σώμα Σ_1 μάζας m_1 είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 160\text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου, είναι δεμένο στο κατακόρυφο τοίχωμα ενός κλειστού δοχείου, από το οποίο έχει αφαιρεθεί ο αέρας μέσω αντλίας κενού. Δεύτερο ελατήριο, που έχει το ένα του άκρο δεμένο στο απέναντι κατακόρυφο τοίχωμα του δοχείου, συγκρατείται συσπειρωμένο μέσω νήματος, ενώ το άλλο άκρο του βρίσκεται σε επαφή με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 0,6\text{ kg}$. Το Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κινούμενο πάνω στην οριζόντια και απολύτως λεία βάση του δοχείου, η διεύθυνση της οποίας ταυτίζεται με τη διεύθυνση του άξονα κίνησης $x'Ox$.



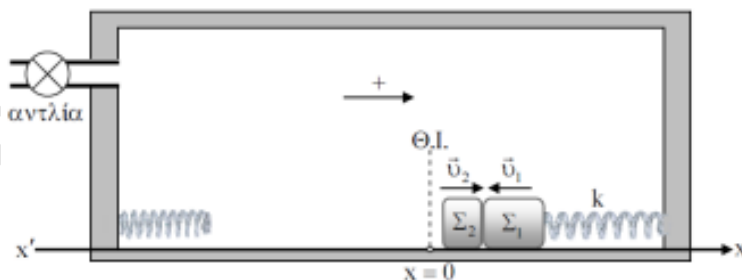
Η ταλάντωση εξελίσσεται έτσι ώστε κατά τη διάρκεια της, το Σ_1 να μην συγκρούεται με το Σ_2 . Ως αρχή Ο του άξονα της κίνησης, $x = 0$, ορίζουμε τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης και θετική φορά όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης είναι ίση με $0,8m$ και κατά τη διάρκεια της, το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κάθε $0,25s$.

- (α) Να γράψετε την επιτάχυνση του Σ_1 , ως συνάρτηση της απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας και να κάνετε το αντίστοιχο διάγραμμα σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.
- (β) Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που πλησιάζοντας τη θέση ισορροπίας, διέρχεται από θέση στην οποία η δύναμη επαναφοράς έχει αλγεβρική τιμή $-51,2N$.

Κάποια στιγμή το νήμα, που συγκρατεί το αριστερό ελατήριο συσπειρωμένο, κόβεται και το Σ_2 αρχίζει να κινείται προς το Σ_1 , χάνοντας την επαφή του με το ελατήριο όταν αυτό αποκτήσει το φυσικό του μήκος. Τα δυο σώματα συγκρούονται πλαστικά τη στιγμή που η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του Σ_1 ισούται με $0,96\pi m/s$ και κινείται στον θετικό ημιάξονα, ενώ το Σ_2 κινείται με ταχύτητα $\vec{v}_2$. Το ποσοστό απώλειας μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δυο σωμάτων κατά την κρούση είναι 100%.

- (γ) Να υπολογίσετε το μέτρο v_2 της ταχύτητας, με την οποία προσκρούει το Σ_2 στο σώμα Σ_1 .

Αμέσως μετά την σύγκρουση εισάγεται ακαριαία αέρας στο δοχείο, με αποτέλεσμα η ταλάντωση που ακολουθεί να είναι φθίνουσα. Εάν η δύναμη απόσβεσης που προκαλεί η ύπαρξη του αέρα στο δοχείο, είναι της μορφής $F' = -bv$ και η σταθερά Λ έχει τιμή $\frac{\ln 2}{\pi} s^{-1}$



- (δ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης μετά από 10 πλήρεις ταλαντώσεις. Θεωρήστε ότι η επίδραση των αποσβέσεων είναι τέτοια ώστε η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης να μπορεί να θεωρηθεί ίση με αυτή της αμείωτης απλής αρμονικής

Δίνονται: $\pi^2 = 10$, $\sqrt{576} = 24$

Πηγές: Study4exams.gr, ylikonet.gr Θέματα Πανελληνίων, Επαναληπτικά Θέματα ΟΕΦΕ.



ΚΕΝΤΡΟ ΙΔΙΑΙΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ
Φροντιστήρι
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

#frontistiri