
Κρούσεις

1ο Σετ Ασκήσεων - Ιούνιος 2022

Επιμέλεια: Δρ. Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου

<http://www.perifysikhs.com>

1. Θέμα Α - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής / Ερωτήσεις Σωστού- Λάθους.

1.1. Σε κάθε κρούση:

- (α) η συνολική ορμή του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται.
- (β) η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- (γ) η μηχανική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
- (δ) η ορμή κάθε σώματος διατηρείται σταθερή.

1.2. Μια κρούση λέγεται έκκεντρη όταν:

- (α) δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
- (β) δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- (γ) οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι κάθετες.
- (δ) οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.

1.3. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων ισχύει ότι:

- (α) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.
- (β) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων αυξάνεται.
- (γ) η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.
- (δ) η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.

1.4. Σε μια κρούση δύο σφαιρών:

- (α) το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών μετά την κρούση.
- (β) οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των σφαιρών πριν και μετά την κρούση βρίσκονται πάντα στην ίδια ευθεία.

(γ) το άθροισμα των ορμών των σφαιρών πριν την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ορμών τους μετά την κρούση.

(δ) το άθροισμα των ταχυτήτων των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ταχυτήτων τους μετά από την κρούση.

1.5. Μια ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων χαρακτηρίζεται ως πλαστική όταν:

(α) η ορμή του συστήματος δεν διατηρείται.

(β) τα σώματα μετά την κρούση κινούνται χωριστά.

(γ) η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

(δ) οδηγεί στην συγκόλληση των σωμάτων (δημιουργία συσσωματώματος).

1.6. Κατά την κεντρική ανελαστική κρούση δύο σημειακών σφαιρών διατηρείται σταθερή:

(α) η ορμή κάθε σφαίρας.

(β) η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.

(γ) η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας.

(δ) η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών.

1.7. Σε μια ελαστική κρούση:

(α) η ορμή και η ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρούνται σταθερές.

(β) η ορμή του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται, ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.

(γ) η ορμή του συστήματος των σωμάτων μειώνεται, ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται.

(δ) η ορμή του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή, ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.

1.8. Σε μια κεντρική πλαστική κρούση:

(α) διατηρείται η ορμή του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται.

(β) διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται.

(γ) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων πριν την κρούση είναι μικρότερη από αυτήν μετά την κρούση.

(δ) τα σώματα μετά την κρούση κινούνται σε διευθύνσεις που σχηματίζουν γωνία.

1.9. Όταν στο μικρόκοσμο συμβαίνει το φαινόμενο της σκέδασης δύο σωματιδίων, τότε τα σωματίδια :

- (α) αλληλεπιδρούν για μικρό χρονικό διάστημα και αναπτύσσονται μεταξύ τους πολύ ισχυρές δυνάμεις.
- (β) έρχονται σε επαφή για μεγάλο χρονικό διάστημα.
- (γ) ανταλλάσσουν ορμές.
- (δ) ανταλλάσσουν ταχύτητες.

ω

1.10. Σφαίρα Α συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β μεγαλύτερης μάζας. Η ταχύτητα της σφαίρας Α μετά την κρούση

- (α) θα είναι ίση με την ταχύτητα που είχε πριν την κρούση
- (β) θα μηδενισθεί
- (γ) θα έχει αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική
- (δ) θα είναι ίση με την ταχύτητα που θα αποκτήσει η σφαίρα Β.

1.11. Δύο μικρά σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Ο λόγος της ολικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των μαζών πριν και μετά την κρούση είναι $\frac{K_{ολ}^{(πριν)}}{K_{ολ}^{(μετά)}} = \frac{1}{4}$. Το ποσοστό της ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

- (α) 0%
- (β) 25%
- (γ) 50%
- (δ) 75%

1.12. Δύο σώματα με ίσες μάζες που κινούνται με μέτρα ταχυτήτων v_1 και v_2 συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση τα σώματα θα αποκτήσουν ταχύτητες με μέτρα v'_1 και v'_2 αντίστοιχα που θα δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

- (α) $v'_1 = v_1$ και $v'_2 = v_2$
- (β) $v'_1 = 0$ και $v'_2 = 0$
- (γ) $v'_1 = 0$ και $v'_2 = v_1$
- (δ) $v'_1 = v_2$ και $v'_2 = v_1$

1.13. Σώμα Α μάζας m κινείται με ταχύτητα v και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Β διπλάσιας μάζας. Οι ταχύτητες των σωμάτων Α και Β αμέσως μετά την κρούση έχουν:

- (α) ίδιες κατευθύνσεις.

- (β) αντίθετες κατευθύνσεις.
- (γ) κάθετες κατευθύνσεις.
- (δ) ίσα μέτρα και ίδια κατεύθυνση.

1.14. Σώμα Α μάζας m συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με σώμα Β τριπλάσιας μάζας. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος που προκύπτει είναι μηδέν, τότε οι σφαίρες Α και Β πριν την κρούση, έχουν:

- (α) ίσες ορμές.
- (β) αντίθετες ταχύτητες.
- (γ) αντίθετες ορμές.
- (δ) ίσες κινητικές ενέργειες.

1.15. Σφαίρα (1) συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα (2) τετραπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση:

- (α) η σφαίρα (1) παραμένει ακίνητη.
- (β) η σφαίρα (1) συνεχίζει να κινείται στην ίδια κατεύθυνση
- (γ) όλη η κινητική ενέργεια της σφαίρας (1) μεταφέρεται στην σφαίρα (2)
- (δ) ισχύει $\Delta \vec{P}_1 = -\Delta \vec{P}_2$, όπου $\Delta \vec{P}_1$, $\Delta \vec{P}_2$ οι μεταβολές των ορμών των δύο σφαιρών.

1.16. Δύο μικρά σώματα με μάζες m και $4m$, που κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίθετες κατευθύνσεις και ταχύτητες v_1 και v_2 αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται, τότε τα δύο σώματα πριν την κρούση είχαν:

- (α) αντίθετες ταχύτητες
- (β) ίσες ορμές
- (γ) αντίθετες ορμές
- (δ) ίσες κινητικές ενέργειες.

1.17. Μικρή σφαίρα, που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται ελαστικά και πλάγια με κατακόρυφο τοίχο. Στην περίπτωση αυτή:

- (α) Η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.
- (β) Ισχύει $\vec{v} = \vec{v'}$ (όπου $\vec{v}$ η ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση και $\vec{v'}$ η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση).
- (γ) Η ορμή της σφαίρας παραμένει σταθερή.
- (δ) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας δεν διατηρείται σταθερή.

1.18. Όταν δύο σφαίρες μικρών διαστάσεων, ίδιας μάζας, που κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, συγκρουστούν έκκεντρα και ελαστικά, τότε :

- (α) ανταλλάσσουν ταχύτητες.
- (β) ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.
- (γ) διατηρείται η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.
- (δ) δεν μεταβάλλεται η ορμή της κάθε σφαίρας κατά την κρούση.

1.19. Μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια και ελαστικά σε κατακόρυφο τοίχο με ορμή μέτρου p και γωνία πρόσπτωσης θ . Το μέτρο της μεταβολής της ορμής θα είναι :

- (α) $2p\sin\theta$ (β) $2p\eta\mu\theta$ (γ) p (δ) $2p$

1.20. Κατά την πλάγια ελαστική κρούση μιας σημειακής σφαίρας, που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με κατακόρυφο τοίχο :

- (α) η ορμή της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση είναι αντίθετη από την ορμή της λίγο πριν την κρούση.
- (β) η δύναμη που δέχεται η σφαίρα κατά την επαφή της με τον τοίχο μεταβάλλει την παράλληλη προς τον κατακόρυφο τοίχο συνιστώσα της ορμής της σφαίρας.
- (γ) η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται.
- (δ) η κινητική ενέργεια της σφαίρας δεν μεταβάλλεται.

1.21. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**.

- (α) Όταν η ολική ορμή ενός συστήματος κινούμενων σωμάτων είναι μηδέν, τότε και η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μηδέν.
- (β) Σκέδαση ονομάζουμε κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου στο οποίο τα "συγκρουόμενα" σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μικρές δυνάμεις για πολύ λίγο χρόνο.
- (γ) Μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η πλαστική κρούση.
- (δ) Σε μια πλαστική κρούση η ενέργεια διατηρείται σταθερή.
- (ε) Η ορμή ενός μονωμένου συστήματος δεν διατηρείται σταθερή σε μια ανελαστική κρούση.

1.22. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**.

- (α) Μικρή σφαίρα συγκρούεται ελαστικά και κάθετα σε κατακόρυφο τοίχο. Η ορμή και η κινητική ενέργεια της σφαίρας διατηρούνται σταθερά.
- (β) Στις μη κεντρικές κρούσεις δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των σωμάτων.

(γ) Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.

(δ) Κατά την διάρκεια μιας κεντρικής ελαστικής κρούσης η μέγιστη δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης των σωμάτων είναι σε κάθε στιγμή ίση με την Κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων.

(ε) Όταν δύο σώματα μικρών διαστάσεων και ίδιων μαζών συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, ανταλλάσσουν Κινητικές ενέργειες.

(στ) Αν μικρή σφαίρα συγκρουστεί κάθετα και ελαστικά με λείο κατακόρυφο τοίχο έχοντας ορμή μέτρου p , η μεταβολή του μέτρου της ορμής της είναι ίση με $2p$.

2. Θέμα Β - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

2.1. Σώμα Α μάζας m_A προσπίπτει με ταχύτητα v_A σε ακίνητο σώμα Β μάζας m_B , με το οποίο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση το σώμα Α γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το $1/3$ της αρχικής του τιμής. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_B}{m_A}$ είναι:

(α) $\frac{1}{3}$

(β) $\frac{1}{2}$

(γ) 2

(δ) 3

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.2. Μεταλλική συμπαγής σφαίρα Σ_1 κινούμενη προς ακίνητη μεταλλική συμπαγή σφαίρα Σ_2 , τριπλάσιας μάζας από τη Σ_1 , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτή. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της Σ_1 που μεταβιβάζεται στη Σ_2 κατά την κρούση είναι:

(α) 30%

(β) 25%

(γ) 75%

(δ) 100%

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.3. Τρεις μικρές σφαίρες Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$ και $m_3 = 3m$ αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα Σ_1 ταχύτητα μέτρου v_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη δεύτερη ακίνητη σφαίρα Σ_2 . Στη συνέχεια η δεύτερη σφαίρα Σ_2 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με την τρίτη ακίνητη σφαίρα Σ_3 . Η τρίτη σφαίρα αποκτά τότε ταχύτητα μέτρου v_3 . Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{v_3}{v_1}$ είναι:

(α) $\frac{1}{3}$

(β) $\frac{1}{2}$

(γ) 1

(δ) 2

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.4.** Ένα σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου v_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα που είναι αρχικά ακίνητο. Είναι δυνατόν μετά την κρούση η ταχύτητα του πρώτου σώματος να έχει μέτρο $v'_1 = 3m/s$ ίδιας φοράς με την αρχική του ταχύτητα και η ταχύτητα του δεύτερου σώματος να έχει μέτρο $v'_2 = 4m/s$.

- (α) όχι
(β) ναι
(γ) μόνο αν τα σώματα έχουν ίδιες μάζες

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.5.** Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι είναι δυνατόν η αρχική ορμή ενός συστήματος δύο σωμάτων που συγκρούονται πλαστικά να είναι μηδέν, και μετά την κρούση η τελική ορμή του συστήματος να είναι μηδέν ενώ η κινητική ενέργεια του συστήματος να είναι διάφορη του μηδενός. Ο παραπάνω ισχυρισμός:

- (α) είναι ψευδής.
(β) είναι αληθής.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.6.** Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα v . Στην πορεία του συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $M = 3m$. Η απόλυτη τιμή της μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας $\Delta K_{ολ}$ του συστήματος είναι αντίστοιχα:

- (α) $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = 0$, $|\Delta K_{ολ}| = \frac{mv^2}{3}$
(β) $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = mv$, $|\Delta K_{ολ}| = \frac{mv^2}{3}$
(γ) $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = 0$, $|\Delta K_{ολ}| = \frac{3mv^2}{8}$
(δ) $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = \frac{3mv}{4}$, $|\Delta K_{ολ}| = \frac{3mv^2}{8}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

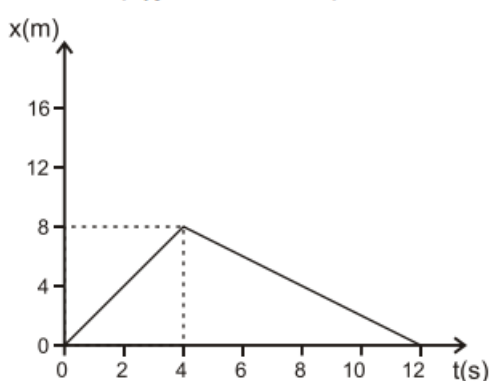
- 2.7.** Ένα σώμα μάζας m_1 συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Αν η σύγκρουση θεωρηθεί ελαστική και η αρχική κινητική ενέργεια του m_1 είναι K_1 , η κινητική ενέργεια που χάνει το m_1 είναι:

- (α) $\Delta K_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} K_1$
(β) $\Delta K_1 = \frac{(m_1 + m_2)^2}{m_1 m_2} K_1$

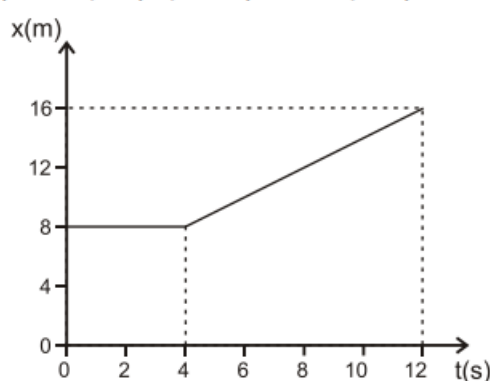
$$(\gamma) \Delta K_1 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} K_1$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.8.** Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η θέση x κάθε σώματος στην ευθεία γραμμή, που τα ενώνει, μετριέται από κοινή αρχή. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος m_1 φαίνεται στο Σχήμα 4 και του σώματος m_2 στο Σχήμα 5. Δίνεται ότι $m_1 = 1\text{ kg}$ και ότι η διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων κατά την κεντρική κρούση είναι αμελητέα.



Σχήμα 4



Σχήμα 5

Η κρούση των δύο σωμάτων είναι:

(α) ελαστική

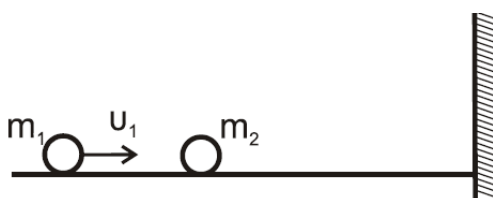
(β) ανελαστική

(γ) πλαστική

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαναληπτικές Πανελληνίες - Ιούνης 2015

- 2.9.** Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας m_1 με ταχύτητα μέτρου v_1 . Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 ($m_2 > m_1$). Μετά την κρούση με τη μάζα m_1 , η m_2 συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών m_1 και m_2 , μετά την κρούση της m_2 με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι:

(α) $\frac{1}{3}$

(β) $\frac{1}{2}$

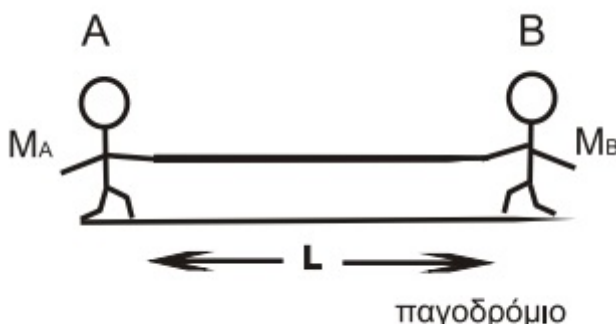
(γ) 1

(δ) 3

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες - Ιούνης 2014

- 2.10.** Δύο μαθητές Α και Β, με μάζες m_A και m_B ($m_A < m_B$), στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ενός παγοδρομίου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι δύο μαθητές κρατάνε τις άκρες ενός σχοινιού σταθερού μήκους L . Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν ταυτόχρονα το σχοινί και κινούνται στην ίδια ευθεία. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα οι μαθητές αγκαλιάζονται και παραμένουν αγκαλιασμένοι.



Οι αγκαλιασμένοι μαθητές:

- (α) Θα κινηθούν προς τα αριστερά.
 (β) Θα κινηθούν προς τα δεξιά.
 (γ) Θα παραμείνουν ακίνητοι.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες - Ιούνης 2016

- 2.11.** Ένα βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια και ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου v_o . Κάποια στιγμή εκρηγνύεται σε δύο κομμάτια ίσης μάζας $m_1 = m_2 = \frac{m}{2}$. Το ένα από αυτά αμέσως μετά την έκρηξη κινείται σε διεύθυνση κάθετη προς την αρχική διεύθυνση κίνησης και με ταχύτητα μέτρου $v_1 = v_o$. Η ταχύτητα του άλλου κομματιού μπορεί να αναλυθεί σε δύο κάθετες συνιστώσες που έχουν μέτρα:

- (α) v_o και v_o
 (β) v_o και $2v_o$
 (γ) $2v_o$ και $2v_o$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.12.** Δύο σφαίρες Α και Β με μάζες m και $4m$ κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες μέτρου v_1 και v_2 πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας πριν την κρούση είναι K . Αν οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά η μεταβολή της Κινητικής ενέργειας του συστήματος εξαιτίας της κρούσης θα είναι:

(α) $-\frac{9}{5}K$

(β) $-\frac{4}{5}K$

(γ) $-\frac{3}{5}K$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.13.** Σφαίρα Α, μάζας m_1 , που κινείται με ταχύτητα $\vec{v}$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητη σφαίρα Β, μάζας m_2 . Ο λόγος $\frac{K'_1}{K'_2}$ των τελικών κινητικών ενεργειών των δύο σφαιρών είναι:

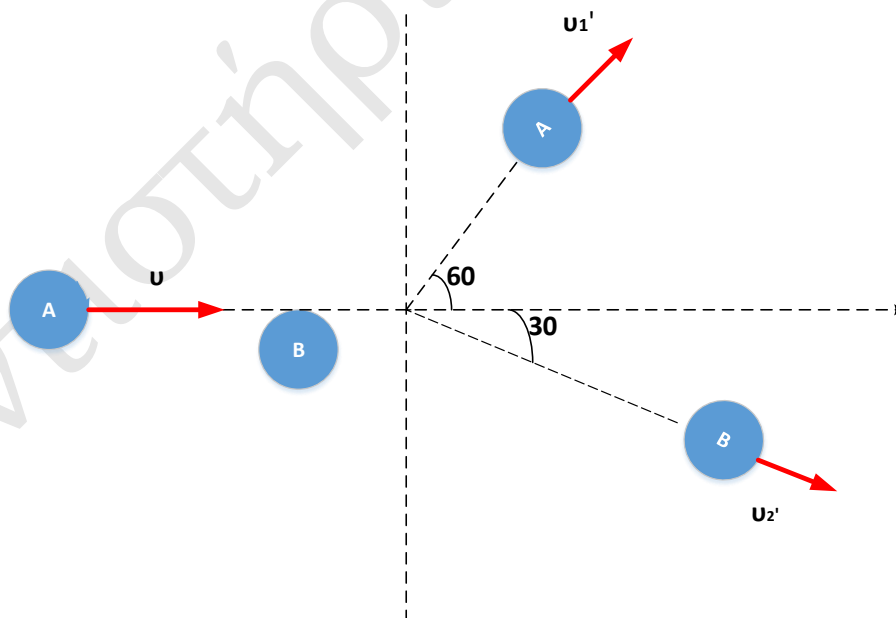
(α) $\frac{(m_1 - m_2)^2}{4m_1m_2}$

(β) $\frac{(m_1 + m_2)^2}{2m_1m_2}$

(γ) $\frac{(m_1 - m_2)^2}{2m_1m_2}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 2.14.** Σφαίρα Α μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα $\vec{v}$ και συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β, μάζας m_2 . Οι σφαίρες μετά την κρούση κινούνται στις κατευθύνσεις που φαίνονται στο σχήμα (κάτοψη). Ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών θα είναι:



(α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$

(β) $\frac{m_1}{m_2} = 1$

(γ) $\frac{m_1}{m_2} = 2$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

- 2.15.** Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m και $4m$ αντίστοιχα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά. Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων προς την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων είναι ίσος με

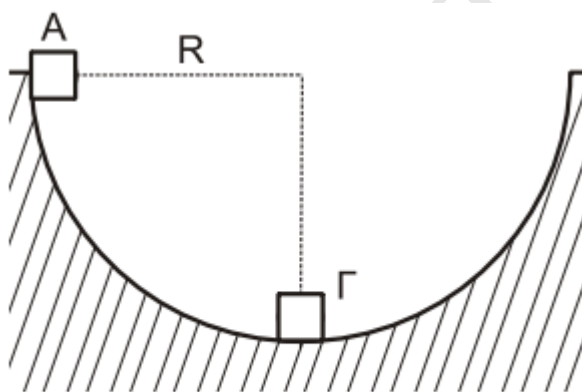
(α) $\frac{1}{4}$

(β) $\frac{1}{5}$

(γ) $\frac{1}{10}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Επαναληπτικές Πανελληνίες - Σεπτέμβρης 2017**

- 2.16.** Από το εσωτερικό άκρο Α ενός ημισφαιρίου ακτίνας R (Σχήμα 4) αφήνεται ελεύθερη μάζα m_1 αμελητέων διαστάσεων. Στο κατώτατο σημείο Γ του ημισφαιρίου είναι ακίνητη μια πανομοιότυπη μάζα m_2 ($m_1 = m_2 = m$) αμελητέων διαστάσεων. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.



Σχήμα 4

- A.** Η μάζα m_1 συγκρούεται με τη μάζα m_2 κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η μάζα m_2 θα ανέλθει σε ύψος H ως προς το κατώτατο σημείο του ημισφαιρίου ίσο με:

(α) $\frac{R}{4}$

(β) R

(γ) $\frac{3R}{2}$

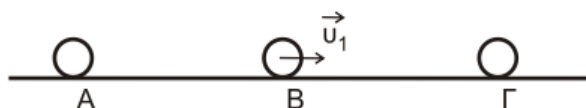
- B.** Η μάζα m_1 συγκρούεται με τη μάζα m_2 μετωπικά και πλαστικά. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα ανέλθει σε ύψος h ως προς το κατώτατο σημείο του ημισφαιρίου ίσο με:

(α) $\frac{R}{4}$

(β) R

(γ) $\frac{3R}{2}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Επαναληπτικές Πανελληνίες - Σεπτέμβρης 2018**



- 2.17.** Τρεις σφαίρες Α, Β, Γ ίδιων διαστάσεων με μάζες $m_A = 2m$, $m_B = m$ και $m_\Gamma = 2m$, αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με τα κέντρα τους στην ίδια ευθεία, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η σφαίρα Β έχει τεθεί από εξωτερικό αίτιο σε κίνηση με σταθερή ταχύτητα v_1 προς τα δεξιά χωρίς να περιστρέφεται. Η σφαίρα Β, αφού συγκρουστεί με τη σφαίρα Γ στη συνέχεια συγκρούεται με τη σφαίρα Α. Αν όλες οι κρούσεις είναι κεντρικές και ελαστικές ο λόγος της τελικής προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Β είναι:

- (α) $\frac{1}{81}$ (β) 81 (γ) $\frac{4}{81}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Επαναληπτικές Πανελλήνιες - Σεπτέμβρης 2019**

- 2.18.** Σε λείο οριζόντιο επίπεδο μια σφαίρα Σ_1 μάζας m μικρών διαστάσεων συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη όμοια σφαίρα Σ_2 ίσης μάζας m , η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες Σ_1 και Σ_2 κινούνται με ταχύτητες $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ αντίστοιχα. Η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{v}_1$ με το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{v}_2$ είναι:

- (α) 60° (β) 90° (γ) 120°

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Επαναληπτικές Πανελλήνιες - Σεπτέμβρης 2019**

- 2.19.** Μικρή σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου v_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα Σ_2 μάζας m_2 με $m_1 < m_2$. Κατά την κρούση αυτή, ποσοστό επί τοις εκατό (%) ίσο με Π_1 της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 μεταφέρεται ως κινητική ενέργεια στη σφαίρα Σ_2 . Αν αντιστρέψουμε τη διαδικασία, δηλαδή αν η σφαίρα Σ_2 , κινούμενη με ταχύτητα μέτρου v_2 , συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με την ακίνητη σφαίρα Σ_1 , τότε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_2 , που μεταφέρεται στη σφαίρα Σ_1 , ισούται με Π_2 . Για τα ποσοστά Π_1 και Π_2 ισχύει:

- (α) $\Pi_1 < \Pi_2$ (β) $\Pi_1 = \Pi_2$ (γ) $\Pi_1 > \Pi_2$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Πανελλήνιες - Ιούνιος 2020**

- 2.20.** Σε οριζόντιο δάπεδο βρίσκεται αρχικά ακίνητο κιβώτιο μάζας M . Δύο υλικά σημεία μάζας m_1 και m_2 που κινούνται οριζόντια και αντίθετα, συγκρούονται ταυτόχρονα με το κιβώτιο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Το m_1 που κινείται προς τα δεξιά, έχει μάζα $m_1 = \frac{m_2}{4}$ και ταχύτητα μέτρου v ακριβώς πριν την κρούση. Το m_2 που κινείται προς τα αριστερά, έχει επίσης ταχύτητα μέτρου v ακριβώς πριν την κρούση. Το m_1 διαπερνά το κιβώτιο χάνοντας το 84% της αρχικής του ενέργειας, ενώ το m_2 σφηνώνεται στο κιβώτιο.



Σχήμα 2

Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση, αποκτά ταχύτητα προς τα αριστερά μέτρου $V = \frac{v}{10}$ (Να θεωρήσετε ότι η κρούση είναι ακαριαία και οι πορείες των υλικών σημείων μέσα στο κιβώτιο κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν επηρεάζουν τη συνολική μάζα του συστήματος και επιτρέπουν το ένα να διαπερνά και το άλλο να ενσωματώνεται ταυτόχρονα). Η μάζα του κιβωτίου είναι:

(α) $M = 3m_1$

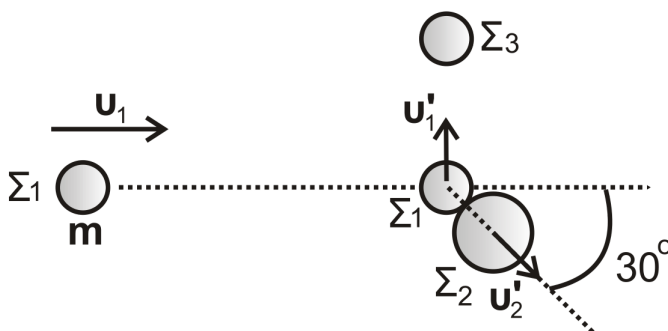
(β) $M = 3m_2$

(γ) $M = 30m_1$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Πανελλήνιες - Σεπτέμβρης 2021

- 2.21.** Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα Σ_1 μάζας $m_1 = m$ που κινείται με ταχύτητα v_1 , συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2 = 2m$, η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Αμέσως μετά την κρούση, η σφαίρα Σ_1 κινείται κάθετα στην αρχική της διεύθυνση με ταχύτητα v'_1 και η σφαίρα Σ_2 κινείται με ταχύτητα v'_2 σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία 30° με την αρχική διεύθυνση κίνησης της σφαίρας Σ_1 . Στη συνέχεια, η σφαίρα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_3 μάζας $m_3 = m$ που βρίσκεται ακίνητη στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα 3.



Σχήμα 3

Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος των σφαιρών Σ_1 και Σ_3 προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1 , πριν την κρούση της με τη σφαίρα Σ_2 , είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{2}$

(β) $\frac{1}{3}$

(γ) $\frac{1}{6}$

Να θεωρήσετε ότι: όλες οι σφαίρες είναι μικρών διαστάσεων, όλες οι κρούσεις είναι ακαριαίες, τα σώματα δεν αναπηδούν κατά την κρούση, κατά τις κρούσεις, δεν έχουμε απώλεια μάζας.

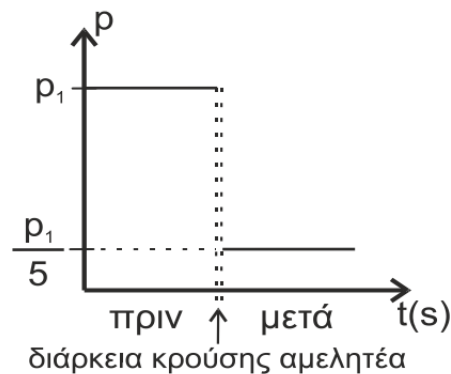
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Πανελλήνιες - Ιούνιος 2021

- 2.22.** Σφαίρα μάζας m_1 κινείται με ορμή μέτρου p_1 και συγκρούεται, κεντρικά και ελαστικά, με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 , όπως φαίνεται στο Σχήμα 3. Η γραφική παράσταση της ορμής της σφαίρας m_1 φαίνεται στο Σχήμα 4.



Σχήμα 3



Σχήμα 4

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταβιβάστηκε από τη σφαίρα μάζας m_1 στη σφαίρα μάζας m_2 κατά την κρούση είναι ίσο με:

(α) 64%

(β) 80%

(γ) 96%

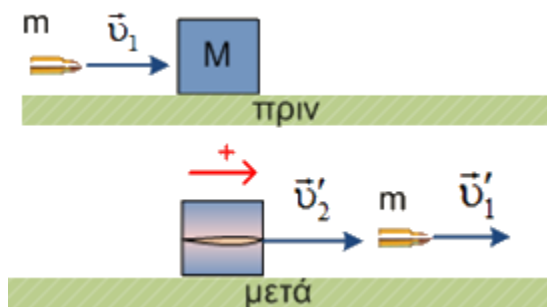
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Πανελλήνιες - Ιούνιος 2022

3. Θέμα Γ - Ασκήσεις

- 3.1.** Σώμα μάζας $M = 5kg$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 100m/s$ και μάζας $m = 0,2kg$, διαπερνά το σώμα χάνοντας το 75% της κινητικής του ενέργειας και εξέρχεται με ταχύτητα $\vec{v}_1'$. Να υπολογιστεί:

- (α) το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1'$ του βλήματος και της ταχύτητας $\vec{v}_2'$ του σώματος αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.



- (β) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο σώμα κατά την κρούση.
 (γ) Η μεταβολή της ορμής του βλήματος και του σώματος από τη στιγμή που ηρεμούσε το σώμα μέχρι την έξοδο του βλήματος.
 (δ) Η μέση δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της διέλευσης του βλήματος, αν αυτή διαρκεί $\Delta t = 0,01s$.

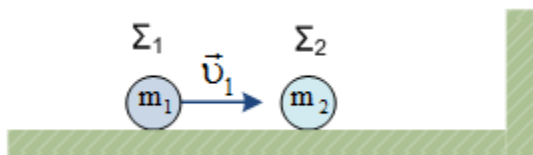
- 3.2.** Τρεις μικρές σφαίρες Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$ και $m_3 = 3m$ αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα Σ_1 ταχύτητα μέτρου v_1 . Όλες οι κρούσεις που ακολουθούν ανάμεσα στις σφαίρες είναι κεντρικές και ελαστικές. Να βρεθούν:



- (α) ο αριθμός των κρούσεων που θα γίνουν συνολικά.
 Αφού ολοκληρωθούν όλες οι κρούσεις των σφαιρών μεταξύ τους, να υπολογισθεί:
 (β) η τελική ταχύτητα κάθε σφαίρας.
 (γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής της πρώτης σφαίρας.
 (δ) το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 που μεταφέρθηκε στη τρίτη σφαίρα Σ_3 .

Δίνονται: η μάζα $m_1 = 2\text{kg}$ και $v_1 = 10\text{m/s}$.

- 3.3.** Μια σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $\vec{v}_1$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 μάζας m_2 ($m_2 > m_1$).



Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_2 συγκρούεται ελαστικά με κατακόρυφο επίπεδο τοίχο, που είναι κάθετος στη διεύθυνση της κίνησης των δυο σφαιρών.

- (α) Αν ο λόγος των μαζών των δυο σφαιρών είναι $\lambda = \frac{m_2}{m_1}$ να εκφράσετε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών Σ_1 και Σ_2 σε συνάρτηση με το λ και το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1$. Να βρεθεί:
- (β) για ποιες τιμές του λ η σφαίρα Σ_1 μετά την κρούση της με τη σφαίρα Σ_2 κινείται προς τα αριστερά.
- (γ) για ποια τιμή του λ , η σφαίρα Σ_2 , μετά τη κρούση της με τον τοίχο θα διατηρεί σταθερή απόσταση από την σφαίρα Σ_1 . Με βάση την παραπάνω τιμή του λ , να υπολογισθεί:
- (δ) ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_2 , που έχει μετά την κρούση της με τον τοίχο, προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1 .

- 3.4.** Σώμα μάζας $M = 2\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$. Μια μικρή μπάλα μάζας $m = 100\text{g}$ κινούμενη οριζόντια προς τα δεξιά, με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 100\text{m/s}$, συγκρούεται με το σώμα και επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 20\text{m/s}$. Να υπολογιστεί:

- (α) το μέτρο της ταχύτητας v'_2 του σώματος M αμέσως μετά την κρούση.
- (β) η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την κρούση. Σε ποιες μορφές ενέργειας μετατράπηκε;
- (γ) η μετατόπιση του σώματος μάζας M μέχρι να σταματήσει εξαιτίας της τριβής του με το επίπεδο.
- (δ) ο λόγος $\lambda = \frac{M}{m}$ των μαζών των δύο σωμάτων, αν η κρούση ήταν ελαστική.

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$.



- 3.5.** Σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 15\text{ m/s}$ κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 9\text{ m/s}$.

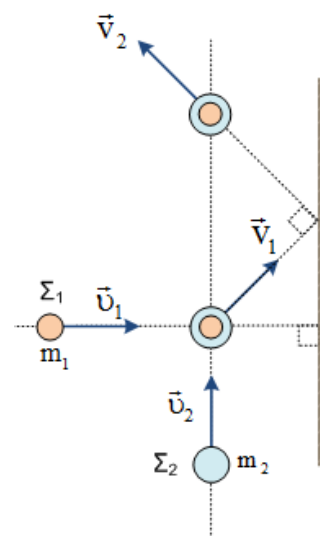
- (α) Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$
- (β) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση
- (γ) Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.
- (δ) Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι $\mu = 0,1$. Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$

- 3.6.** Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{ kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_1 = 12\text{ m/s}$ με κατεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο

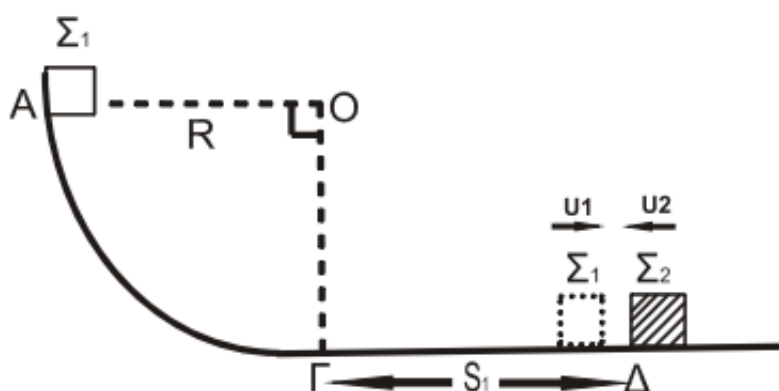
και συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2\text{ kg}$ που κινείται παράλληλα προς τον τοίχο με οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_2$. Το συσσωμάτωμα αποκτά ταχύτητα $\vec{v}_1$. Στη συνέχεια το συσσωμάτωμα συγκρούεται ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο. Μετά την ελαστική κρούση αποκτά ταχύτητα μέτρου $v_2 = 4\sqrt{2}\text{ m/s}$, η διεύθυνση της οποίας είναι κάθετη με τη $\vec{v}_1$. Οι κινήσεις των σωμάτων Σ_1 , Σ_2 και του συσσωματώματος γίνονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

- (α) το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας $\vec{v}_1$.
- (β) το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_2$.
- (γ) τη μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος εξαιτίας της ελαστικής κρούσης με τον τοίχο.
- (δ) το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν η χρονική διάρκεια της κρούσης του συσσωματώματος με τον τοίχο είναι $\Delta t = 0,01\text{ s}$.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

- 3.7.** Σώμα Σ_1 μάζας m_1 βρίσκεται στο σημείο Α λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ($\hat{A}\Gamma$). Η ακτίνα ΟΑ είναι οριζόντια και ίση με $R = 5 \text{ m}$. Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0,5$. Αφού διανύσει διάστημα $S_1 = 3,6 \text{ m}$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Δ με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3m_1$, το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το Σ_1 , με ταχύτητα μέτρου $v_2 = 4 \text{ m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.



Σχήμα 4

- (α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι κατακόρυφη.
- (β) Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
- (γ) Δίνεται η μάζα του σώματος $\Sigma_2, m_2 = 3 \text{ kg}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.
- (δ) Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 κατά την κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$. Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

Πανελλήνιες - Μάης 2016

4. Θέμα Δ - Προβλήματα

- 4.1.** Ένα πρωτόνιο Π_1 μάζας $m_1 = m$ κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 10^6 \text{ m/s}$ αλληλεπιδρά (συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά) με ένα άλλο ακίνητο πρωτόνιο Π_2 μάζας $m_2 = m$. Μετά την κρούση το πρωτόνιο Π_1 κινείται σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία $\theta = 30^\circ$ σε σχέση με την αρχική του πορεία.

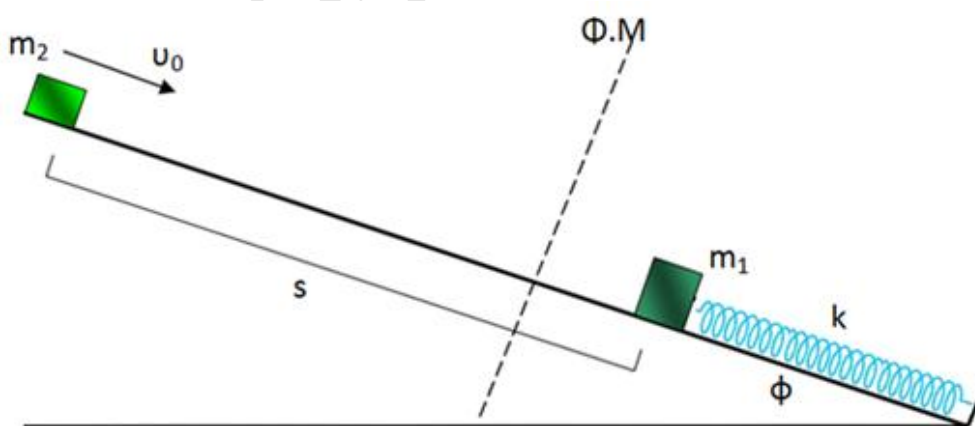
A. Να υπολογισθεί αμέσως μετά τη κρούση:

- (α) το μέτρο της ταχύτητας του πρωτονίου Π_1 .
- (β) η ταχύτητα του πρωτονίου Π_2 .

B. Να βρεθεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου Π_1 που μεταφέρεται στο πρωτόνιο Π_2 .

- (γ) στην παραπάνω κρούση.
- (δ) αν η κρούση ήταν κεντρική.

- 4.2.** Στο κάτω άκρο κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$ είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Στο πάνω ελεύθερο άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ που ισορροπεί. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και από απόσταση $s = 0,15 \text{ m}$ από το m_1 , βάλλεται προς τα κάτω δεύτερο σώμα $m_2 = 1 \text{ kg}$ με αρχική ταχύτητα $v_0 = \sqrt{3} \text{ m/s}$ και με κατεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου που συγκρούεται κεντρικά με το m_1 . Μετά την κρούση η κίνηση του m_2 αντιστρέφεται, και διανύοντας απόσταση $d = 0,05 \text{ m}$ σταματάει. Το m_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



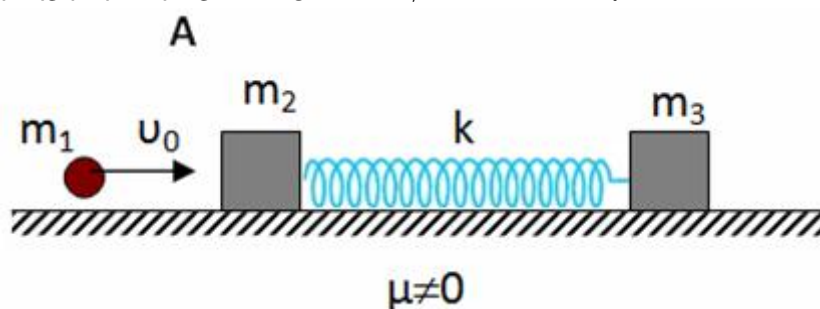
A. Να υπολογίσετε:

- (α) την ταχύτητα του σώματος m_2 ελάχιστα πριν την κρούση.
- (β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
- (γ) τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου από την αρχική του θέση.
- (δ) τη μέγιστη δυναμική ελαστική ενέργεια του ελατηρίου κατά την απλή αρμονική ταλάντωση του m_1 .

B. Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.

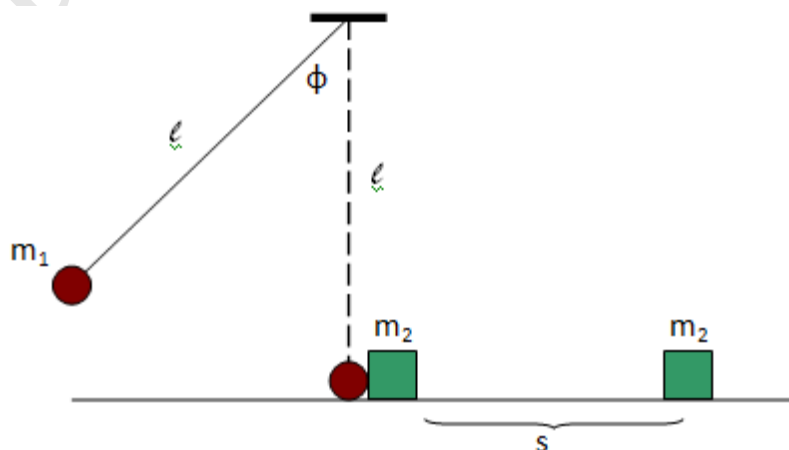
Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 4.3.** Στο σχήμα το σώμα μάζας $m_1 = 5 \text{ kg}$ συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με το σώμα μάζας $m_2 = 5 \text{ kg}$. Αν είναι γνωστό ότι το ιδανικό ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό μήκος του, ότι η μάζα του σώματος m_3 είναι $m_3 = 10 \text{ kg}$, η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = 10 \text{ N/m}$, ο συντελεστής τριβής μεταξύ σωμάτων και επιπέδου είναι $\mu = 0,4$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$, να υπολογίσετε:



- (α) τη μέγιστη επιτρεπτή παραμόρφωση του ελατηρίου ώστε να μην κινηθεί το m_3 .
 (β) τη μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει το m_1 ώστε να μην κινηθεί το m_3 .
 (γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής του m_1 στη διάρκεια της κρούσης.
 (δ) τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου του ερωτήματος α.

- 4.4.** Αρχικά η σφαίρα m_1 βρίσκεται ακίνητη και το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Εκτρέπουμε τη σφαίρα μάζας $m_1 = m$ από την αρχική της θέση ώστε το νήμα μήκους $l = 1,6 \text{ m}$ να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\phi = 60^\circ$ και την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν αυτή περάσει από την αρχική της θέση ισορροπίας συγκρούεται ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3m$ που βρισκόταν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές. Το σώμα m_2 μετά την κρούση, αφού διανύσει διάστημα s σταματάει. Να βρεθούν:

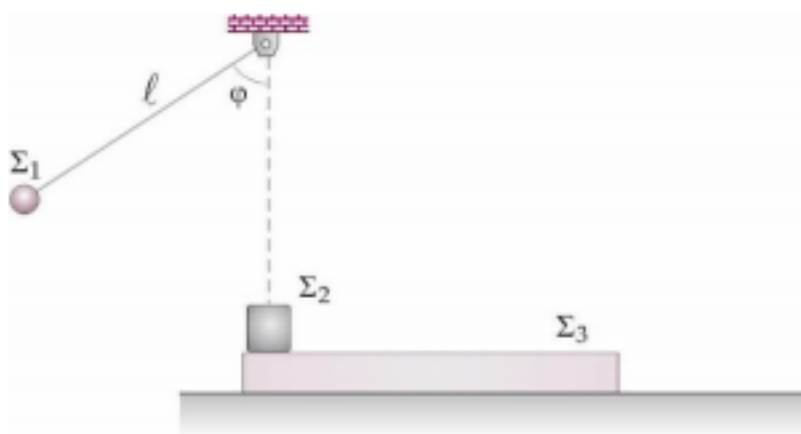


- (α) Το μέτρο της ταχύτητας v_1 του σώματος μάζας m ελάχιστα πριν την κρούση.

- (β) Το συνημίτονο της τελικής γωνίας απόκλισης θ που θα σχηματίσει το νήμα με την κατακόρυφο μετά την ελαστική κρούση.
- (γ) Το διάστημα s μέχρι να σταματήσει το σώμα m_2 .
- (δ) Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του m_1 κατά την κρούση.

Δίνονται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου $\mu = 0,2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 4.5.** Το σφαιρίδιο Σ_1 του σχήματος έχει μάζα $m_1 = 1 \text{ kg}$ και είναι δεμένο στο μη ελαστικό και αβαρές νήμα μήκους $l_1 = 1,6 \text{ kg}$. Το σώμα Σ_2 έχει μάζα $m_2 = 3 \text{ kg}$, είναι τοποθετημένο στο άκρο της οριζόντιας σανίδας και παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu = 1/8$ με αυτήν. Η σανίδα Σ_3 έχει μάζα $m_3 = 5 \text{ kg}$ και δεν παρουσιάζει τριβές με το οριζόντιο δάπεδο.

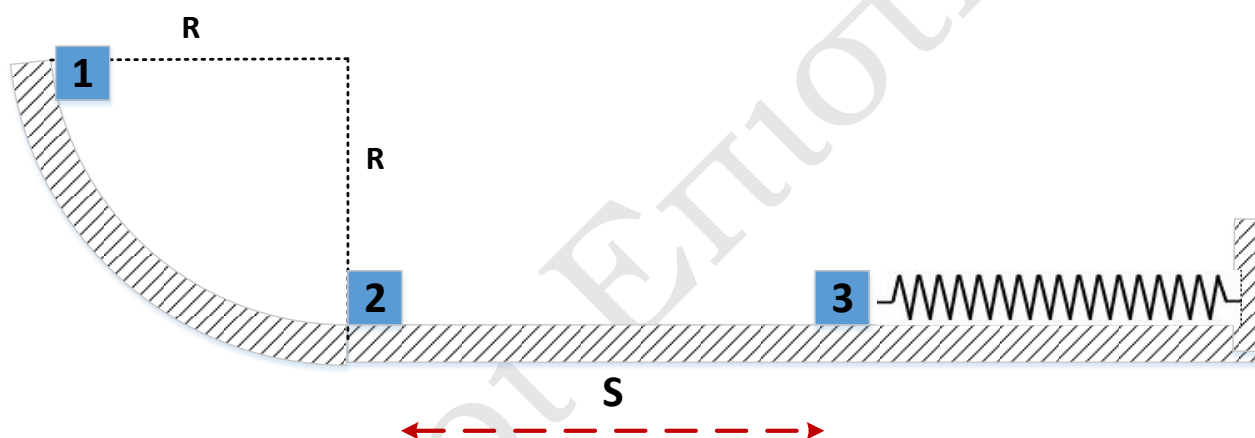


Εκτρέπουμε προς τα αριστερά το σφαιρίδιο με το νήμα τεντωμένο ώστε να σχηματίζει γωνία $\phi = 60^\circ$ με την κατακόρυφο. Ελευθερώνουμε το σφαιρίδιο. Καθώς αυτό διέρχεται από το χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του συγκρούεται ελαστικά με το σώμα Σ_2 , το οποίο κινούμενο προς τα δεξιά κινεί και τη σανίδα. Να βρείτε:

- (α) την ταχύτητα του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την ελαστική κρούση του με το σφαιρίδιο Σ_1 .
- (β) την κοινή ταχύτητα του συστήματος Σ_2 - σανίδα.
- (γ) τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον.
- (δ) το χρονικό διάστημα κίνησης του Σ_2 πάνω στην σανίδα μέχρι να αποκτήσουν την ίδια ταχύτητα.
- (ε) το ελάχιστο μήκος d της σανίδας ώστε το Σ_2 να μην πέσει κάτω από αυτήν.

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$

- 4.6.** Από την κορυφή λείου κατακόρυφου οδηγού σχήματος τεταρτοκυκλίου και ακτίνας $R = 1,25m$ αφήνεται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2kg$. Όταν το σώμα φτάνει στην βάση του τεταρτοκυκλίου συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3kg$. Μετά την κρούση το Σ_2 ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο τραχύ δάπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_1 = 0,1$ και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με σώμα Σ_3 μάζας $m_3 = 6kg$, αφού διανύσει απόσταση $S = 3,5m$. Το Σ_3 είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου, που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και έχει το άλλο άκρο του ακλόνητο σε κατακόρυφο τοίχο. Η σταθερά του ελατηρίου δίνεται $k = 112,5N/m$ και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο συσσωμάτωμα των Σ_2 και Σ_3 με το δάπεδο δίνεται $\mu_2 = 0,125$.



- (α) Να βρεθούν οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 μετά την μεταξύ τους κρούση.
- (β) Να βρεθεί η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου.
- (γ) Να βρεθεί το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας του Σ_1 που μετατράπηκε σε ενέργεια παραμόρφωσης του ελατηρίου, όταν το ελατήριο είναι στην θέση μέγιστης παραμόρφωσης.
- (δ) Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του Σ_1 την στιγμή που φτάνει στο μέγιστο ύψος μετά την κρούση του με το Σ_2

Σας δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$. Επίσης να θεωρήσετε τις διαστάσεις των σωμάτων αμελητέες και την διάρκεια των κρούσεων αμελητέα.

Πηγές: Study4exams.gr, ylikonet.gr Θέματα Πανελληνίων, Επαναληπτικά Θέματα ΟΕΦΕ.

#frontistiri