ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
5ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ -ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (β) Α1β. (δ)

Α2α. (δ) Α2β. (γ)

Α3α. (β) Α3β. (β)

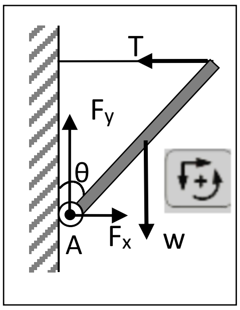
Α4α. (α) Α4β. (δ)

Α5. α. Λ β. Σ γ. Σ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η σωστή επιλογή είναι η **γ.**

Στην ομογενή ράβδο, έστω μήκους L, ασκούνται οι εξής δυνάμεις

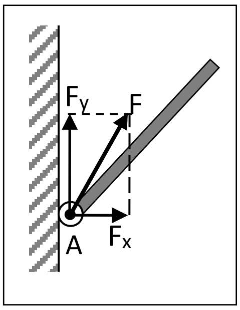


- το βάρος της w, στο κέντρο της και κατακόρυφο
- η τάση του νήματος T, οριζόντια προς το σημείο στήριξης του νήματος
- η δύναμη F από την άρθρωση, για την οποία στο διπλανό σχήμα, βλέπουμε τις δύο κάθετες συνιστώσες της F_X και F_y.

Η ράβδος ισορροπεί, άρα θα ισχύουν οι σχέσεις

- $\Sigma F_x=0 \Rightarrow F_x = T$ (1)
- $\Sigma F_y=0 \Rightarrow w = F_y$ (2)
- $\Sigma\tau_{(A)}=0 \Rightarrow TL\sigma\upsilon\nu\theta - w\dfrac{L}{2}\eta\mu\theta = 0 \Rightarrow T = \dfrac{w}{2}\varepsilon\varphi\theta \Rightarrow T = \dfrac{\sqrt{3}}{2}w$

Η δύναμη F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο ισούται με τη συνισταμένη των δύο κάθετων συνιστωσών της και έχει μέτρο, που βρίσκεται με τη βοήθεια των σχέσεων (1) και (2).

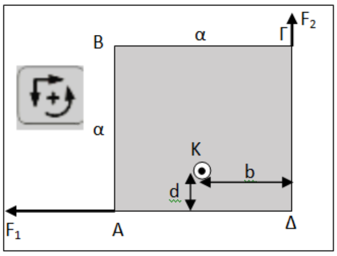


$$F = \sqrt{F_x{}^2 + F_y{}^2} = \sqrt{T^2 + w^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}w\right)^2 + w^2} = \sqrt{\frac{3}{4}w^2 + w^2} = \sqrt{\frac{7}{4}w^2} \Rightarrow$$

$$F = \frac{w\sqrt{7}}{2}$$

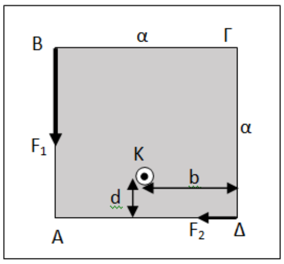
Άρα σωστή είναι η σχέση **γ.**

Β2. Η σωστή επιλογή είναι η **γ.**



Η πλάκα ισορροπεί, άρα θα ισχύει $\tau_{ολ(Κ)}=0$. Έτσι στην πρώτη περίπτωση ισχύει:

$$\tau_{ολ(Κ)}=0 \Rightarrow \tau_{F_1(K)}+\tau_{F_2(K)}=0 \Rightarrow F_2 b - F_1 d = 0 \Rightarrow$$
$$F_2 b - 3F_2 d = 0 \Rightarrow b = 3d$$

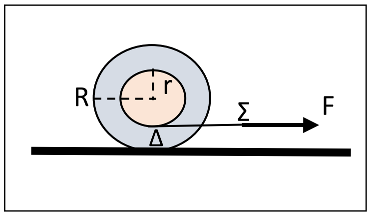


Για την ισορροπία της δεύτερης περίπτωσης ισχύει:

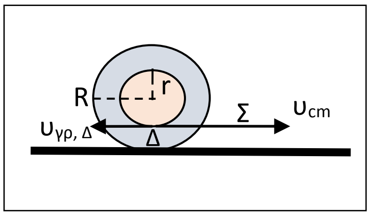
$$\tau_{ολ(Κ)}=0 \Rightarrow \tau_{F_1(K)}+\tau_{F_2(K)}=0 \Rightarrow F_1(\alpha-b)-F_2 d=0 \Rightarrow$$
$$3F_2(\alpha-b)-F_2 d=0 \Rightarrow F_2 d = 3F_2\alpha - 3F_2 3d \Rightarrow$$
$$d = 3\alpha - 3\cdot 3d \Rightarrow 10d = 3\alpha \Rightarrow d=\frac{3}{10}\alpha$$

Άρα σωστή είναι η σχέση **γ.**

Β3. Η σωστή επιλογή είναι η **α.**



Το σημείο Σ του νήματος έχει την ίδια ταχύτητα με το σημείο Δ της τροχαλίας, αφού το νήμα που ενώνει τα σημεία είναι αβαρές και μη εκτατό. Το σημείο Δ έχει γραμμική ταχύτητα $\upsilon_{γρ,Δ}$, λόγω της στροφικής του κίνησης και υ_{cm}, λόγω της μεταφορικής του. Για να βρούμε τη συνολική ταχύτητα του σημείου Δ, $\upsilon_Δ$, θα βρούμε τη συνισταμένη των δύο ταχυτήτων υ_{cm} και $\upsilon_{γρ,Δ}$.



Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, τα σημεία Σ και Δ έχουν ταχύτητα μέτρου

$$\upsilon_Σ = \upsilon_Δ = \upsilon_{cm} - \upsilon_{γρ,Δ} = \omega R - \omega r$$

όπου ω, η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας.

Για την επιτάχυνση των σημείων Δ και Σ ισχύει

$$\alpha_Σ = \alpha_Δ = \frac{\Delta\upsilon_Δ}{\Delta t} = \frac{\Delta(\upsilon_{cm}-\upsilon_{γρ,Δ})}{\Delta t} = \frac{\Delta\upsilon_{cm}}{\Delta t} - \frac{\Delta\upsilon_{γρ,Δ}}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_Σ = \alpha_{cm} - \alpha_{γρ,Δ} \Rightarrow \quad \alpha_Σ = \alpha_{γων}R - \alpha_{γων}r$$

όπου $\alpha_{γων}$, η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.

Η τροχαλία εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Το κέντρο μάζας της μετατοπίζεται κατά Δx_{cm}, που δίνεται από τη σχέση

$$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t^2$$

Το σημείο Σ, στο ίδιο χρονικό διάστημα, μετατοπίστηκε κατά

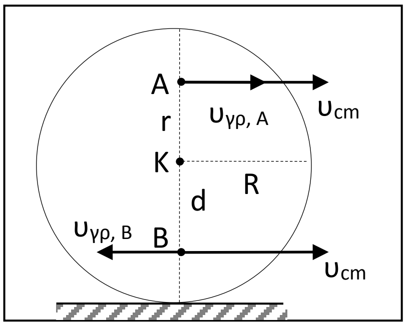
$$\Delta x_\Sigma = \frac{1}{2}\alpha_\Sigma t^2 = \frac{1}{2}(\alpha_{\gamma\omega\nu}R - \alpha_{\gamma\omega\nu}r)t^2 = \frac{1}{2}(\alpha_{cm} - \frac{\alpha_{cm}}{R}r)t^2 = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 - \frac{1}{2}\frac{\alpha_{cm}}{R}rt^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_\Sigma = \Delta x_{cm} - \Delta x_{cm}\frac{r}{R} \Rightarrow \Delta x_\Sigma = \Delta x_{cm}(1-\frac{r}{R})$$

Άρα σωστή είναι η σχέση **α.**

Β4. Η σωστή επιλογή είναι η **β.**

Έστω το σημείο Β βρίσκεται σε απόσταση d, από το κέντρο Κ του δίσκου. Το σημείο Α έχει γραμμική ταχύτητα $\upsilon_{\gamma\rho,A}$, λόγω της στροφικής του κίνησης και υ_{cm}, λόγω της μεταφορικής του. Όταν η διάμετρος είναι κατακόρυφη, η συνολική ταχύτητα του σημείου Α, θα είναι η συνισταμένη των δύο ταχυτήτων υ_{cm} και $\upsilon_{\gamma\rho,A}$, που είναι ομόρροπες.



Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, το σημείο Α έχει ταχύτητα μέτρου

$$\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho,A} = \omega R + \omega r$$

όπου ω, η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου.

Ομοίως για το σημείο Β έχουμε

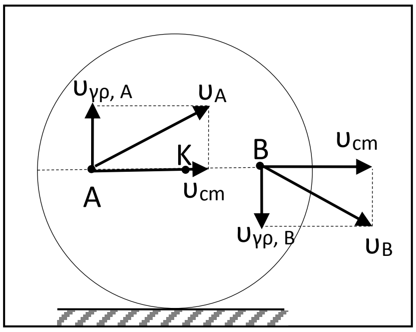
$$\upsilon_B = \upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma\rho,B} = \omega R - \omega d$$

Από τα δεδομένα του θέματος έχουμε ότι η διαφορά των μέτρων των ταχυτήτων των δύο σημείων ισούται με τη υ_{cm}. Άρα

$$\upsilon_A - \upsilon_B = \upsilon_{cm} \Rightarrow (\omega R + \omega r) - (\omega R - \omega d) = \upsilon_{cm} \Rightarrow \omega r + \omega d = \upsilon_{cm} = \omega R \Rightarrow r + d = R$$

Όμως, $r = \frac{2R}{3}$, άρα $d = \frac{R}{3}$

Όταν η διάμετρος είναι οριζόντια, η ταχύτητα του κέντρου μάζας και οι γραμμικές ταχύτητες των δύο σημείων είναι κάθετες, έτσι χρησιμοποιούμε το πυθαγόρειο θεώρημα για να υπολογίσουμε τις συνολικές ταχύτητες των δύο σημείων. Για το σημείο Α είναι



$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{\gamma\rho,A}^2} = \sqrt{(\omega R)^2 + (\omega r)^2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_A = \sqrt{(\omega R)^2 + \left(\omega\frac{2R}{3}\right)^2} = \omega R\sqrt{1+\frac{4}{9}} \Rightarrow \upsilon_A = \omega R\sqrt{\frac{13}{9}}$$

Ομοίως για το σημείο Β

$$\upsilon_B = \sqrt{\upsilon_{cm}{}^2 + \upsilon_{\gamma\rho,B}{}^2} = \sqrt{(\omega R)^2 + (\omega d)^2} \Rightarrow \upsilon_B = \sqrt{(\omega R)^2 + \left(\omega \frac{R}{3}\right)^2} = \omega R\sqrt{1+\frac{1}{9}} \Rightarrow$$

$$\upsilon_B = \omega R\sqrt{\frac{10}{9}}$$

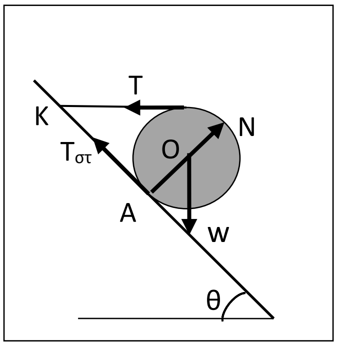
Άρα, ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων των δύο σημείων ισούται με

$$\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = \frac{\omega R\sqrt{\frac{13}{9}}}{\omega R\sqrt{\frac{10}{9}}} \Rightarrow \frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = \sqrt{1,3}$$

Άρα σωστή είναι η σχέση **β.**

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στο δίσκο ασκούνται οι εξής τέσσερις δυνάμεις



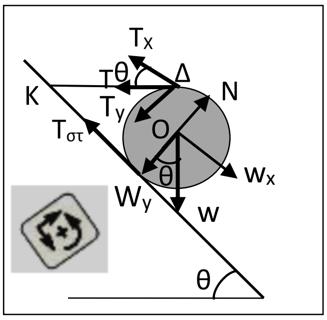
- το βάρος του w, στο κέντρο του, κατακόρυφο
- η τάση του νήματος T, οριζόντια προς το σημείο στήριξης του νήματος K
- η δύναμη στήριξης N από το κεκλιμένο επίπεδο, κάθετη σ' αυτό
- η στατική τριβή $T_{\sigma\tau}$, που όπως θα φανεί στη συνέχεια, πρέπει να έχει τη φορά του διπλανού σχήματος

Ο δίσκος ισορροπεί, άρα θα ισχύουν οι συνθήκες ισορροπίας για το στερεό σώμα:

$\tau_{\text{ολ}}$=0 ως προς οποιοδήποτε σημείο, $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$

Για τον υπολογισμό της ολικής ροπής επιλέγουμε το κέντρο του δίσκου Ο. Οι δυνάμεις του βάρους και της στήριξης N δεν προκαλούν ροπή, αφού οι φορείς τους διέρχονται από το κέντρο Ο. Άρα, για τις άλλες δύο δυνάμεις έχουμε

$$\tau_{\text{ολ(O)}} = 0 \Rightarrow \tau_T + \tau_{T_{\sigma\tau}} = 0$$



Για να έχουν οι δύο δυνάμεις αντίθετη ροπή, πρέπει η στατική τριβή $T_{\sigma\tau}$ να έχει φορά προς τα πάνω, παράλληλα στο κεκλιμένο επίπεδο. Είναι

$$\tau_{\text{ολ(O)}} = 0 \Rightarrow TR - T_{\sigma\tau}R = 0 \Rightarrow T = T_{\sigma\tau}$$

Αναλύουμε το βάρος και την τάση του νήματος στο διπλανό ορθογώνιο σύστημα.

- $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow w_x - T_{\sigma\tau} - T_x = 0$ (1)

- $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w_y - T_y = 0$ (2)

Η σχέση (1) δίνει

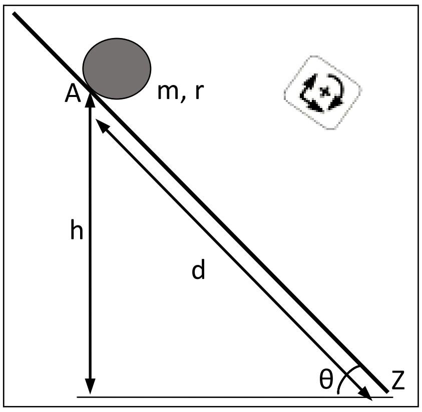
$$w_x = T_{\sigma\tau} + T_x \Rightarrow mg\eta\mu\theta = T_{\sigma\tau} + T\sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow mg\eta\mu\theta = T\left(1+\sigma\upsilon\nu\theta\right) \Rightarrow T = \frac{mg\eta\mu\theta}{1+\sigma\upsilon\nu\theta}$$

$$T = \frac{2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 0,8}{1,6} \Rightarrow T = 10N = T_{\sigma\tau}$$

Γ2. Η γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ με την οποία κατέρχεται ο δίσκος κυλιόμενος συνδέεται με την επιτάχυνση του κέντρου μάζας με τη σχέση

$$\alpha_{cm} = r\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{r} = \frac{\frac{16}{3}\frac{m}{s^2}}{0,1m} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{160}{3}\frac{rad}{s^2}$$

Γ3. Ο δίσκος φτάνει στο τέλος Ζ του κεκλιμένου επιπέδου με γωνιακή ταχύτητα ω=40rad/s. Η στροφική κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη – όπως και η μεταφορική - χωρίς αρχική ταχύτητα και η γωνιακή ταχύτητα ω δίνεται ως συνάρτηση του χρόνου από τη σχέση



$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} t \Rightarrow t = \frac{\omega}{\alpha_{\gamma\omega\nu}} = \frac{40\frac{rad}{s}}{\frac{160}{3}\frac{rad}{s^2}} \Rightarrow t = \frac{3}{4}s$$

Το μήκος d του κεκλιμένου επιπέδου, που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, ισούται με την μετατόπιση του κέντρου μάζας του σώματος. Άρα

$$d = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{16}{3}\frac{m}{s^2}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}s\right)^2 \Rightarrow d = 1,5m$$

Το ύψος h από το οποίο αφήσαμε το δίσκο να κινηθεί, βρίσκεται από το ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζεται. Είναι

$$\eta\mu\theta = \frac{h}{d} \Rightarrow h = d\cdot\eta\mu\theta \Rightarrow h = 1,5m\cdot 0,8 \Rightarrow h = 1,2m$$

Γ4. Η στροφική κίνηση του δίσκου είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, άρα η γωνία που διαγράφει ο δίσκος κατά την κάθοδό του δίνεται από τη σχέση

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}t^2 = \frac{1}{2}\frac{160}{3}\frac{rad}{s^2}\cdot\left(\frac{3}{4}s\right)^2 \Rightarrow \theta = 15rad$$

Ο αριθμός των περιστροφών του δίσκου είναι

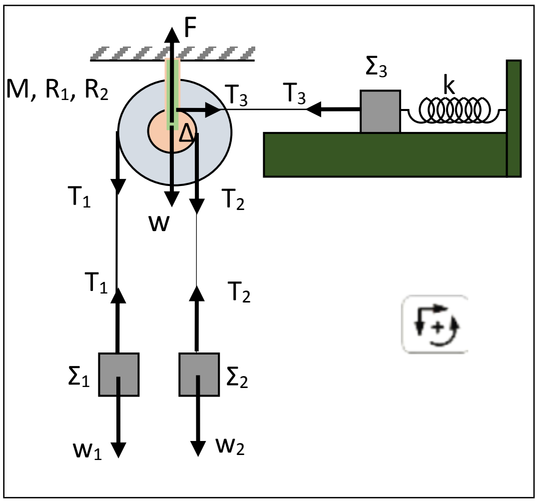
$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{15\text{rad}}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{7,5}{\pi} \text{ περιστροφές}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο σώμα $Σ_1$ ασκούνται το βάρος του και η τάση του αριστερού νήματος T_1 και λόγω της ισορροπίας του ισχύει

$$ΣF = 0 \Rightarrow w_1 - T_1 = 0 \Rightarrow m_1 g = T_1 \Rightarrow$$

$$T_1 = 1\text{kg} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow T_1 = 10\text{N}$$



Στη διπλή τροχαλία ασκούνται στην κατακόρυφη διεύθυνση οι εξής τέσσερις δυνάμεις

- το βάρος της w, στο κέντρο της
- η τάση του αριστερού νήματος T_1, προς τα κάτω
- η τάση του δεξιού νήματος T_2, προς τα κάτω
- η δύναμη F=40N από τον άξονα Δ, με φορά προς τα πάνω

Η τροχαλία ισορροπεί, άρα ισχύει η σχέση ισορροπίας των δυνάμεων για τον κατακόρυφο άξονα

$$ΣF_y = 0 \Rightarrow T_1 + T_2 + w - F = 0 \Rightarrow T_2 = F - Mg - T_1 \Rightarrow$$

$$T_2 = 40\text{N} - 2\text{kg} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 10\text{N} \Rightarrow T_2 = 10\text{N}$$

Στο σώμα $Σ_2$ ασκούνται το βάρος του και η τάση του δεξιού νήματος T_2 και λόγω της ισορροπίας του ισχύει

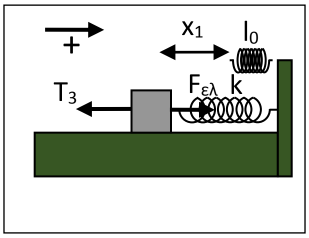
$$ΣF = 0 \Rightarrow w_2 - T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = m_2 g \Rightarrow m_2 = \frac{T_2}{g} = \frac{10\text{N}}{10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow m_2 = 1\text{kg}$$

Λόγω της ισορροπίας της τροχαλίας, για τη συνολική ροπή των δυνάμεων, ισχύει $τ_{ολ}=0$. Γράφουμε το $τ_{ολ}=0$ ως προς το κέντρο της τροχαλίας Δ.

$$τ_{ολ(Δ)} = 0 \Rightarrow τ_{T_1} + τ_{T_2} + τ_{T_3} = 0 \Rightarrow T_1 R_1 - T_2 R_2 - T_3 R_2 = 0 \Rightarrow T_3 = \frac{T_1 R_1 - T_2 R_2}{R_2} \Rightarrow$$

$$T_3 = \frac{10\text{N} \cdot 0,1\text{m} - 10\text{N} \cdot 0,05\text{m}}{0,05\text{m}} \Rightarrow T_3 = 10\text{N}$$

Δ2. Στη θέση ισορροπίας του σώματος $Σ_3$ το ελατήριο είναι παραμορφωμένο από το φυσικό του μήκος κατά x_1, άρα



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - T_3 = 0 \Rightarrow kx_1 = T_3 \Rightarrow x_1 = \frac{T_3}{k} = \frac{10N}{100\frac{N}{m}} \Rightarrow x_1 = 0{,}1m$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος $Σ_3$ από τη θέση ισορροπίας του σε σχέση με τον χρόνο είναι

$$x = A\eta\mu\left(\omega t + \phi_0\right)$$

Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα ξεκινάει χωρίς αρχική ταχύτητα, άρα η απόσταση x_1 θα ισούται με το πλάτος A της ταλάντωσης. Επίσης, ξεκινάει από την ακραία αρνητική θέση και η αρχική φάση είναι

$$-A = A\eta\mu\phi_0 \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = -1 \Rightarrow \phi_0 = \frac{3\pi}{2}rad$$

Η γωνιακή συχνότητα ω ισούται με

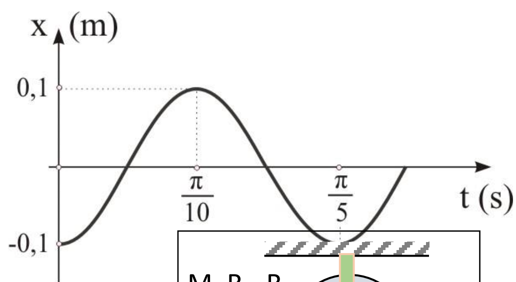
$$k = m_3\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_3}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100\frac{N}{m}}{1kg}} \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}$$

Έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος $Σ_3$ από τη θέση ισορροπίας του σε σχέση με τον χρόνο είναι $x = 0{,}1\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)$ (S.I)

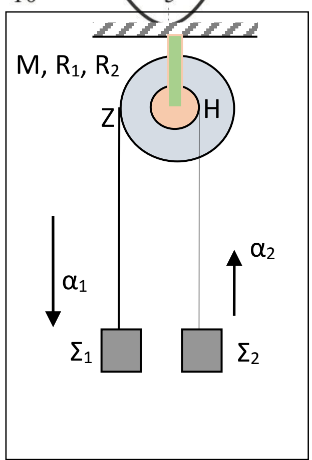
Η περίοδος της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{10\frac{rad}{s}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}s$$

Η γραφική παράσταση απομάκρυνσης του σώματος $Σ_3$ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο δείχνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Δ3. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $Σ_3$ μεγιστοποιείται για $3^η$ φορά μετά από χρονικό διάστημα



$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{2} + \frac{T}{2} = \frac{5T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{5\frac{\pi}{5}s}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{4}s$$

Το σώμα $Σ_1$ αρχίζει να κατέρχεται με επιτάχυνση $α_1=2m/s^2$.

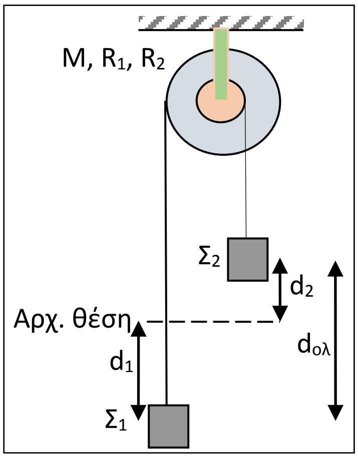
Η επιτάχυνση του σώματος $Σ_1$ ισούται με τη γραμμική (επιτρόχιο) επιτάχυνση της τροχαλίας στο σημείο Ζ που εφάπτεται το αριστερό σκοινί και είναι

$$\alpha_1 = \alpha_{γων} R_1 \Rightarrow \alpha_{γων} = \frac{\alpha_1}{R_1} = \frac{2m/s^2}{0,1m} \Rightarrow \alpha_{γων} = 20\,rad/s^2$$

Το σώμα $Σ_2$ κινείται προς τα πάνω, κάνοντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η επιτάχυνσή του ισούται με τη γραμμική επιτάχυνση της τροχαλίας στο σημείο Η που εφάπτεται το δεξιό σκοινί και είναι

$$\alpha_2 = \alpha_{γων} R_2 = 20\,rad/s^2 \cdot 0,05m \Rightarrow \alpha_2 = 1\frac{m}{s^2}$$

Το σώμα $Σ_1$ στο χρονικό διάστημα Δt κατεβαίνει κατά



$$d_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 \Delta t^2 = \frac{1}{2} 2\frac{m}{s^2} \cdot \left(\frac{\pi}{4}s\right)^2 \Rightarrow d_1 = \frac{5}{8}m$$

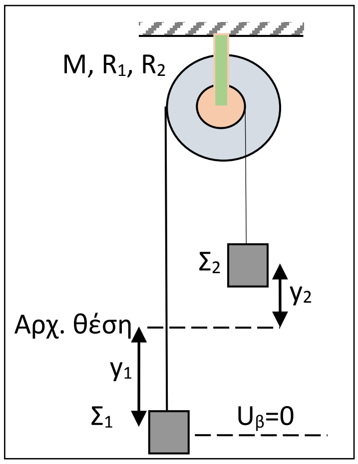
Το σώμα $Σ_2$ ανεβαίνει κατά

$$d_2 = \frac{1}{2}\alpha_2 \Delta t^2 = \frac{1}{2} 1\frac{m}{s^2} \cdot \left(\frac{\pi}{4}s\right)^2 \Rightarrow d_2 = \frac{5}{16}m$$

Τα σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ απέχουν κατακόρυφα κατά

$$d_{ολ} = d_1 + d_2 = \frac{5}{8}m + \frac{5}{16}m \Rightarrow d_{ολ} = \frac{15}{16}m$$

Δ4. Τα δύο σώματα απέχουν μεταξύ τους κατακόρυφα κατά 1,5m όταν



$$y_{ολ} = 1,5m \Rightarrow y_1 + y_2 = 1,5m \Rightarrow \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 + \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 = 1,5m \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}2 \cdot t^2 + \frac{1}{2}1 \cdot t^2 = 1,5\ (SI) \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot t^2 = 1,5\ (SI) \Rightarrow t = 1s$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος $Σ_2$ είναι

$$\frac{dK_2}{dt} = \frac{W_{ΣF_2}}{dt} = ΣF_2 \cdot \frac{dy_2}{dt} = ΣF_2 \cdot υ_2 = m_2 a_2 \cdot a_2 t \Rightarrow$$
$$\frac{dK_2}{dt} = 1kg \cdot \left(1\frac{m}{s^2}\right)^2 \cdot 1s \Rightarrow \frac{dK_2}{dt} = 1\frac{J}{s}$$

Δ5. Τα δύο σώματα απέχουν μεταξύ τους κατακόρυφα κατά 1,5m τη χρονική στιγμή t=1s, έχοντας διανύσει αποστάσεις

$$y_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 = \frac{1}{2} 2\frac{m}{s^2}\cdot(1s)^2 \Rightarrow y_1 = 1m$$

$$y_2 = \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 = \frac{1}{2} 1\frac{m}{s^2}\cdot(1s)^2 \Rightarrow y_2 = 0,5m$$

Εκείνη τη στιγμή το σώμα Σ_1 έχει κινητική ενέργεια

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1{}^2 = \frac{1}{2} m_1 (a_1 t)^2 = \frac{1}{2} 1kg \left(2\frac{m}{s^2}\cdot 1s\right)^2 \Rightarrow K_1 = 2J$$

Το σώμα Σ_2 έχει κινητική ενέργεια

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2{}^2 = \frac{1}{2} m_2 (a_2 t)^2 = \frac{1}{2} 1kg \left(1\frac{m}{s^2}\cdot 1s\right)^2 \Rightarrow K_2 = 0,5J$$

Αν θεωρήσουμε επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την κατώτερη θέση του σώματος Σ_1, τότε η αρχική μηχανική ενέργεια για το σύστημα των σωμάτων Σ_1, Σ_2 είναι:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} = U_{\alpha\rho\chi,1} + U_{\alpha\rho\chi,2} = m_1 g y_1 + m_2 g y_1 \Rightarrow E_{M(\alpha\rho\chi)} = 1kg\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot 1m + 1kg\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot 1m \Rightarrow$$
$$E_{M(\alpha\rho\chi)} = 20J$$

Η τελική μηχανική ενέργεια για το σύστημα των σωμάτων Σ_1, Σ_2 είναι:

$$E_{M(\tau\varepsilon\lambda)} = U_{\tau\varepsilon\lambda,1} + U_{\tau\varepsilon\lambda,2} + K_1 + K_2 \Rightarrow E_{M(\tau\varepsilon\lambda)} = m_2 g (y_1 + y_2) + K_1 + K_2 \Rightarrow$$
$$E_{M(\tau\varepsilon\lambda)} = 1kg\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot 1,5m + 2J + 0,5J \Rightarrow E_{M(\tau\varepsilon\lambda)} = 17,5J$$

Άρα, η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος Σ_1, Σ_2 είναι

$$\Delta E_M = E_{M(\tau\varepsilon\lambda)} - E_{M(\alpha\rho\chi)} \Rightarrow \Delta E_M = 17,5J - 20J \Rightarrow \Delta E_M = -2,5J$$

Η μείωση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια της τροχαλίας. Άρα, η τροχαλία αποκτά κινητική ενέργεια ίση με 2,5J.

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών.

Τα θέματα επιμελήθηκε ο **Παναγιώτης Μπετσάκος,** φυσικός.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Αντώνιο Παλόγο,** φυσικό.