

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

6ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Επαναληπτικό) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1α. (β) A1β. (γ)
A2α. (δ) A2β. (α)
A3α. (β) A3β. (α)
A4α. (β) A4β. (γ)
A5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Σ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Ο λόγος το περιόδων είναι ίσος με:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$$

Από το σχήμα προκύπτει πως $U_{\max,1} = U_{\max,2}$ και $A_2 = 2A_1 = 2A$.

$$U_{\max,1} = U_{\max,2} \Rightarrow \frac{1}{2}k_1A^2 = \frac{1}{2}k_2(2A)^2 \Rightarrow k_1 = 4k_2.$$

Με αντικατάσταση στην αρχική σχέση παίρνουμε:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} = \sqrt{\frac{k_2}{4k_2}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}$$

B2. Σωστή είναι η (β).

Δεν θα μπορούσε να είναι στάσιμο κύμα, γιατί βλέπουμε ότι τα σημεία που τη χρονική στιγμή t_1 βρισκόντουσαν στις θέσεις ισορροπίας, τη χρονική στιγμή

$t_1 + \frac{T}{4}$ βρίσκονται στις μέγιστες απομακρύνσεις.

Για να αποφασίσουμε προς τα πού διαδίδεται το κύμα θα στηριχθούμε στην παρατήρηση ότι σε ένα τρέχον κύμα όλα τα σημεία του υλικού εκτελούν διαδοχικά την κίνηση του προηγούμενού τους.

Αν το κύμα διαδίδεται προς τα αριστερά, στο στιγμιότυπο της χρονικής στιγμής t_1 τα προηγούμενα του σημείου Α βρίσκονται σε θετική απομάκρυνση και το σημείο Α μετά από χρονικό διάστημα $T/4$ θα έπρεπε να βρεθεί στη μέγιστη θετική απομάκρυνση.

Αν το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά, στο στιγμιότυπο της χρονικής στιγμής t_1 τα προηγούμενα του σημείου Δ βρίσκονται σε θετική απομάκρυνση και το σημείο Δ μετά από χρονικό διάστημα $T/4$ θα έπρεπε να βρεθεί στη μέγιστη θετική απομάκρυνση, αλλά αυτό βρίσκεται στο $-A$.

Από τη συγκριτική μελέτη των δύο γραφημάτων εύκολα προκύπτει ότι το κύμα διαδίδεται προς τα αριστερά.

B3. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli στα σημεία 1 και 2 της ρευματικής γραμμής του σχήματος.

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2, \quad (1)$$

Οι πιέσεις στα σημεία 1 και 2 είναι $p_1 = p_{\text{atm}} + \rho gh_1$ και $p_2 = p_{\text{atm}} + \rho gh_2$ αντίστοιχα. Αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_{\text{atm}} + \rho gh_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_{\text{atm}} + \rho gh_2 \quad \text{ή} \quad \rho g(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) \quad \text{ή}$$
$$2gh = v_2^2 - v_1^2, \quad (2)$$

Η παροχή του σωλήνα είναι σταθερή, επομένως $A_1 v_1 = A_2 v_2$ ή

$$v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2}, \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (2),(3) έχουμε

$$2gh = \frac{A_1^2}{A_2^2} v_1^2 - v_1^2 \quad \text{ή} \quad \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{2gh + v_1^2}{v_1^2} \quad \text{ή} \quad \frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{2gh + v_1^2}{v_1^2}}$$

B4. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Όταν ο παρατηρητής βρίσκεται στο χώρο (B) πλησιάζει την πηγή S_2 και αντιλαμβάνεται συχνότητα f_2 ενώ απομακρύνεται από την S_1 και αντιλαμβάνεται συχνότητα f_1 . Επομένως

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{f_s \frac{v_{\eta\chi} - v_A}{v_{\eta\chi}}}{f_s \frac{v_{\eta\chi} + v_A}{v_{\eta\chi}}} \Rightarrow \frac{9}{11} = \frac{v_{\eta\chi} - v_A}{v_{\eta\chi} + v_A} \Rightarrow v_A = \frac{v_{\eta\chi}}{10}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από την εξίσωση ταλάντωσης των πηγών $y = 0,05 \eta\mu(4\pi t)$ προκύπτει ότι:

$$A = 0,05\text{m και } \omega = 4\pi \text{rad/s.}$$

$$\text{Είναι } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} \text{s} \Rightarrow T = 0,5 \text{s.}$$

Το κύμα διαδίδεται με σταθερή ταχύτητα. Άρα η απόσταση του σημείου Κ από την πρώτη πηγή θα είναι:

$$r_1 = v \cdot t_1 = 2\text{m/s} \cdot 1\text{s} \quad \text{ή} \quad r_1 = 2\text{m.}$$

Η απόσταση του σημείου Κ από την δεύτερη πηγή θα είναι ομοίως, $r_2 = v \cdot t_2$.

Το κύμα από την πηγή Π₂ φτάνει στο σημείο Κ όταν η πηγή Π₂ έχει εκτελέσει 4 πλήρεις ταλαντώσεις, δηλαδή $t_2 = 4T = 4 \cdot 0,5\text{s}$ ή $t_2 = 2\text{s}$.

$$\text{Οπότε, } r_2 = v \cdot t_2 = (2\text{m/s}) \cdot 2\text{s} \quad \text{ή} \quad r_2 = 4\text{m.}$$

Γ2. Το σημείο Κ μετά την συμβολή των δύο κυμάτων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση, με συχνότητα ίδια με τη συχνότητα των δύο κυμάτων που συμβάλλουν. Άρα $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5\text{s}} \Rightarrow f = 2\text{Hz}$.

Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής, $u = \lambda f$, οπότε $\lambda = 1\text{m}$.

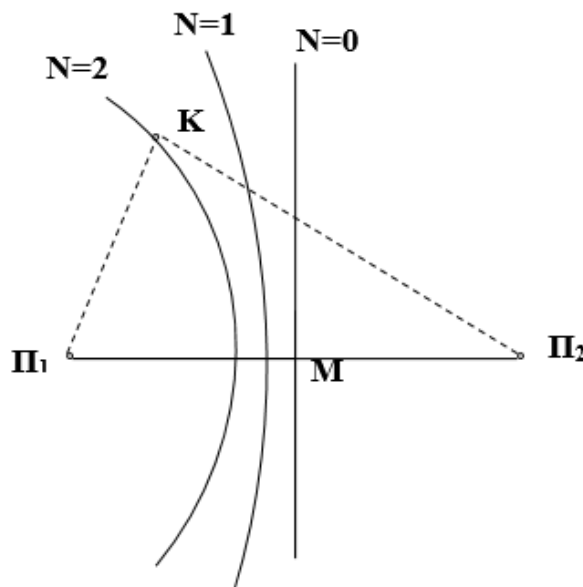
Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Κ μετά την συμβολή των δύο κυμάτων θα είναι:

$$A_K' = 2A \left| \sin 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \right| = 2 \cdot 0,05 \left| \sin 2\pi \frac{4\text{m} - 2\text{m}}{2 \cdot 1\text{m}} \right| = 0,1 \cdot |\sin 2\pi| \Rightarrow A_K' = 0,1\text{m.}$$

Το σημείο Κ είναι λοιπόν ένα σημείο ενισχυτικής συμβολής.

Γ3. Θα βρούμε το σημείο Κ σε ποια υπερβολή ενισχυτικής συμβολής ανήκει. Είναι $r_2 - r_1 = N \cdot \lambda \Rightarrow 4\text{m} - 2\text{m} = N \cdot 1\text{m} \Rightarrow N = 2$.

Κατά συνέπεια ανάμεσα στην υπερβολή ενίσχυσης που περνά από το σημείο Κ ($N = 2$) και την μεσοκάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα Π₁Π₂, που είναι η υπερβολή ενίσχυσης με $N = 0$, περνά μία υπερβολή ενίσχυσης, αυτή που αντιστοιχεί σε $N = 1$.



Γ4. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Κ είναι:

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,5} - \frac{2+4}{2} \right) \text{ (SI)} \Rightarrow$$

$$y = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi (2t - 3) \text{ (SI)} .$$

Άρα, η εξίσωση της ταχύτητας του σημείου Κ συναρτήσει του χρόνου θα είναι:

$$v = 0,1 \cdot 4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi (2t - 3) \Rightarrow v = 0,4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi (2t - 3) \text{ (SI)} .$$

Τη χρονική στιγμή $t = 4,75 \text{ s}$ η ταχύτητα του σημείου Κ είναι

$$v = 0,4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi (2 \cdot 4,75 - 3) = 0,4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 13\pi = 0,4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu\pi \Rightarrow v = -0,4\pi \text{ m/s} .$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση, με την επίδραση της δύναμης F και της στατικής τριβής T_σ . Για την μεταφορική της κίνηση, ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής δίνει

$$\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \Rightarrow F - T_\sigma = m\alpha_{cm} \Rightarrow T_\sigma = F - m\alpha_{cm} \quad (1)$$

Για την στροφική κίνηση έχουμε

$$\Sigma \tau = I\alpha_\gamma \Rightarrow Fr + T_\sigma R = I\alpha_\gamma \Rightarrow Fr + T_\sigma R = \frac{1}{2} mR^2 \alpha_\gamma \quad (2)$$

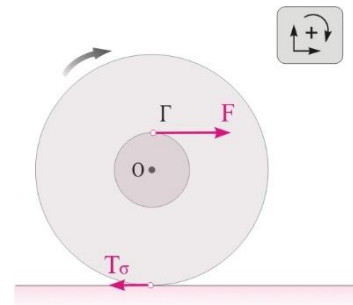
Επειδή ο κύλινδρος κυλιέται η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συνδέεται με τη γωνιακή του επιτάχυνση με τη σχέση $\alpha_{cm} = \alpha_\gamma R$ (3)

Η σχέση (2) με τη βοήθεια της (3) γίνεται: $Fr + T_\sigma R = \frac{1}{2} mR\alpha_{cm}$ (4)

Αντικαθιστώντας τη σχέση (1) στη σχέση (4) υπολογίζουμε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου

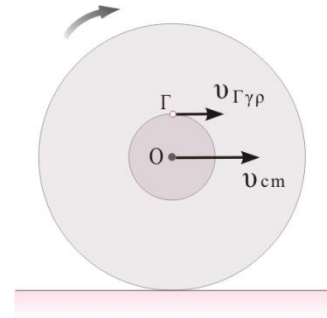
$$Fr + (F - m\alpha_{cm})R = \frac{1}{2} mR\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2}{3} \frac{F}{m} \left(1 + \frac{r}{R} \right) \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\text{N}}{1,25\text{kg}} \left(1 + \frac{5 \cdot 10^{-2}\text{m}}{20 \cdot 10^{-2}\text{m}} \right) \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} .$$



Δ2. Το σημείο εφαρμογής, Γ, της δύναμης F, έχει ταχύτητα που προκύπτει από τη σύνθεση της ταχύτητας του κέντρου μάζας και της γραμμικής του ταχύτητας

$$v_{\Gamma} = v_{cm} + v_{\gamma\rho,\Gamma}$$



Από αυτή τη σχέση προκύπτει

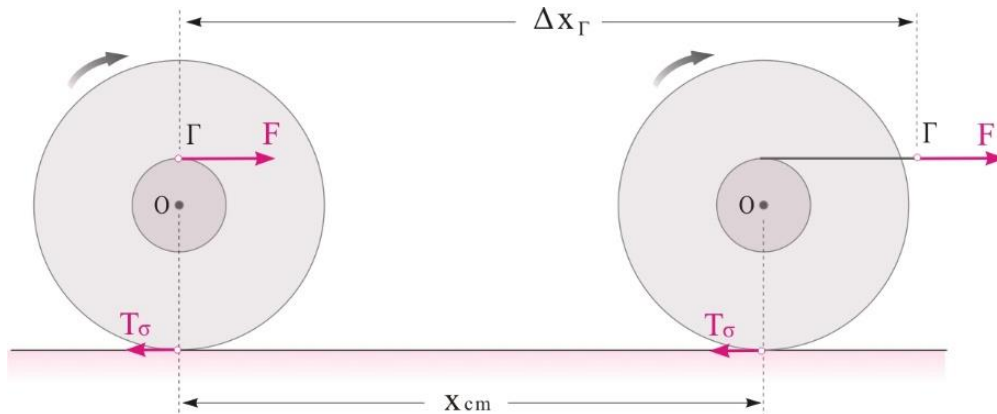
$$\frac{dv_{\Gamma}}{dt} = \frac{dv_{cm}}{dt} + \frac{dv_{\gamma\rho,\Gamma}}{dt} \Rightarrow \frac{dv_{\Gamma}}{dt} = \frac{dv_{cm}}{dt} + \frac{d(\omega r)}{dt} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\Gamma} = \alpha_{cm} + \alpha_{\gamma} r \Rightarrow \alpha_{\Gamma} = \alpha_{cm} + \frac{\alpha_{cm}}{R} r \Rightarrow$$

$$\alpha_{\Gamma} = 2 \frac{m}{s^2} + \frac{2 \frac{m}{s^2}}{20cm} \cdot 5cm \Rightarrow \alpha_{\Gamma} = 2,5 \frac{m}{s^2}.$$

Η μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της δύναμης F τη χρονική στιγμή t=2s είναι

$$\Delta x_{\Gamma} = \frac{1}{2} \alpha_{\Gamma} t^2 \Rightarrow \Delta x_{\Gamma} = \frac{1}{2} 2,5 \frac{m}{s^2} \cdot (2s)^2 \Rightarrow \Delta x_{\Gamma} = 5m.$$



Η μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι

$$x_{cm} = \frac{1}{2} \alpha_{cm} t^2 \Rightarrow x_{cm} = \frac{1}{2} 2 \frac{m}{s^2} \cdot (2s)^2 \Rightarrow x_{cm} = 4m.$$

Δ3. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφικής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου είναι

$$\frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} = \Sigma \tau \cdot \omega = I \alpha_{\gamma} \omega = \frac{1}{2} m R^2 \frac{\alpha_{cm}}{R} \frac{v_{cm}}{R} \Rightarrow \frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} = \frac{1}{2} m \alpha_{cm} v_{cm} \quad (5)$$

Η ταχύτητα του κέντρου μάζας τη χρονική στιγμή t=2s είναι

$$v_{cm} = \alpha_{cm} t \Rightarrow v_{cm} = 2 \frac{m}{s^2} \cdot 2s \Rightarrow v_{cm} = 4 \frac{m}{s}.$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (5) βρίσκουμε το ρυθμό μεταβολής της στροφικής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t=2s

$$\frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} = \frac{1}{2} m \alpha_{cm} v_{cm} \Rightarrow \frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} = \frac{1}{2} \cdot 1,25kg \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot 4 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} = 5 \frac{J}{s}.$$

Δ4. Το έργο που έχει παραχθεί από τη δύναμη F μέχρι τη χρονική στιγμή $t=2s$ είναι
 $W_F = F\Delta x_{\Gamma} \Rightarrow W_F = 3N \cdot 5m \Rightarrow W_F = 15J.$

Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t=2s$ είναι

$$K_{ολ} = K_{\mu} + K_{\pi} \Rightarrow K_{ολ} = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot I\omega^2 = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mR^2\omega^2 \Rightarrow$$

$$K_{ολ} = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{4}mv_{cm}^2 = \frac{3}{4}mv_{cm}^2 \Rightarrow K_{ολ} = \frac{3}{4}1,25kg \cdot \left(4 \frac{m}{s}\right)^2 \Rightarrow K_{ολ} = 15J.$$

Όπως παρατηρούμε το έργο που έχει παραχθεί από τη δύναμη F και η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου έχουν ίσες τιμές, κάτι που προβλέπει και το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, αφού η στατική τριβή δεν προσφέρει ούτε αφαιρεί ενέργεια.

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:
Τα θέματα επιμελήθηκαν οι Δημήτριος Κλαυδιανός, Πρόδρομος Κορκίζογλου, Μπετσάκος Παναγιώτης, Ποντικός Ηλίας, Σδρίμας Ιωάννης, Δουκατζής Βασίλειος Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τους Παλόγο Αντώνιο, Στεφανίδη Κωνσταντίνο.