Διαγώνισμα *Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου*

1ο Επαναληπτικό (24 Μαρτίου 2019)

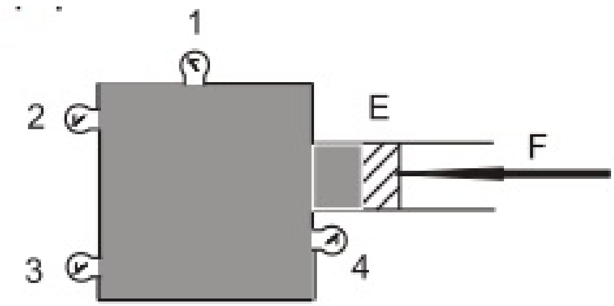
Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα Α

Α.1. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο

(β) όταν η σταθερά απόσβεσης b μεγαλώνει, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα

Α.2. Το δοχείο του σχήματος είναι γεμάτο με υγρό και κλείνεται με έμβολο Ε στο οποίο ασκείται δύναμη F.



Όλα τα μανόμετρα 1, 2, 3, 4 δείχνουν πάντα

(β) την ίδια πίεση, όταν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας

Α.3. Ένα σύστημα σώμα-ελατήριο εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μικρής απόσβεσης. Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Για να αυξήσουμε το πλάτος της ταλάντωσης πρέπει:

(γ) να αντικαταστήσουμε το ελατήριο με άλλο μεγαλύτερης σταθεράς.

Α.4. Σε ένα οριζόντιο σωλήνα σταθερής διατομής ρέει πραγματικό ρευστό. Κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής:

(γ) η παροχή παραμένει σταθερή και η πίεση ελαττώνεται.

Α.5.

(α) Κατά την σύνθεση δύο ταλαντώσεων που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και έχουν την ίδια διεύθυνση η ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης είναι πάντα ίση με το άθροισμα των ενεργειών των επιμέρους ταλαντώσεων. **Λάθος**

(β) Σε ένα στάσιμο κύμα όλα τα σημεία του μέσου τα οποία ταλαντώνονται φτάνουν ταυτόχρονα σε θέσεις μέγιστης απομάκρυνσης. **Σωστό**

(γ) Όταν ένας παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα μια ακίνητη ηχητική πηγή, η συχνότητα του ήχου που ακούει είναι συνεχώς μεγαλύτερη από τη συχνότητα που παράγει η πηγή. **Σωστό**

(δ) Αν σε ένα αρχικά ακίνητο ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί σταθερή δύναμη της οποίας ο φορέας διέρχεται από το κέντρο μάζας του, το σώμα θα περιστραφεί. **Λάθος**

(ε) Περίοδος ενός διακροτήματος ονομάζεται ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς της απομάκρυνσης . **Λάθος**

Θέμα Β

Β.1. Σώμα βάρους w, ισορροπεί στο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k που έχει το άλλο άκρο του στερεωμένο σε οροφή. Εκτρέπουμε το σώμα μέχρι την θέση που η δύναμη του ελατηρίου μηδενίζεται και από αυτή την θέση το αφήνουμε ελεύθερο. Το σώμα θα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το μέγιστο μέτρο της δύναμης επαναφοράς του σώματος θα είναι ίσο με:

(α) w

Α τρόπος:

Η θέση Φυσικού μήκους του ελατηρίου είναι και η ακραία θέση της ταλάντωσης του σώματος. Η δύναμη επαναφοράς σε κάθε χρονική στιγμή θα ισούνται με:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{w} + \vec{F}_{\varepsilon\lambda} = -D\vec{x}$$

Στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης η δύναμη επαναφοράς θα έχει μέγιστο μέτρο. Η θέση φυσικού μήκους είναι μια ακραία θέση, άρα αφού εκεί $F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Rightarrow \Sigma F = w$

Β τρόπος:

Στην θέση ισορροπίας του σώματος το ελατήριο είναι επιμηκυσμένο κατά Δl_o *και ισχύει ότι:*

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow k\Delta l_o = w \Rightarrow \Delta l_o = \frac{w}{k}$$

η θέση φυσικού μήκους είναι και ακραία θέση, άρα $\Delta l_o = A$. *Για την μέγιστη δύναμη επαναφοράς ισχύει ότι:*

$$\Sigma F = -Dx \Rightarrow \Sigma F_{max} = kA = w$$

Β.2. Για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα πάνω σε μια χορδή μήκους L υπάρχουν δύο τρόποι.**Α τρόπος**: Στερεώνοντας ακλόνητα τα δύο άκρα της χορδής και διεγείροντας την με κατάλληλη συχνότητα. **Β τρόπος:** Στερεώνοντας ακλόνητα το ένα άκρο της χορδής και διεγείροντας με κατάλληλη συχνότητα το ελεύθερο άκρο της, το οποίο θα ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος.

Αν f_A και f_B οι ελάχιστες απαιτούμενες συχνότητες για την δημιουργία στασίμου κύματος στην χορδή με τον Α και τον Β τρόπο αντίστοιχα τότε για τον λόγο $\frac{f_A}{f_B}$ ισχύει:

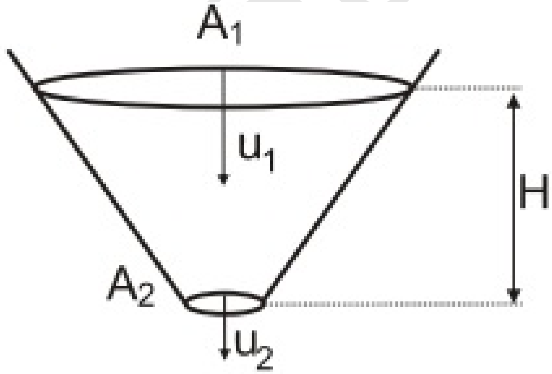
(α) 2

Για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα σε χορδή πεπερασμένου μήκους L θα πρέπει να ¨χωράει¨, άρα το μήκος κύματος να είναι¨κβαντισμένο¨.

Στην περίπτωση που η χορδή είναι στερεωμένη και στα δύο άκρα της πρέπει $L = \frac{\lambda_A}{2}$ *και στην περίπτωση που το ένα άκρο είναι ελεύθερο πρέπει* $L = \frac{\lambda_B}{4}$.
Άρα:

$$\lambda_B = 2\lambda_A \Rightarrow \frac{\upsilon_\delta}{f_B} = 2\frac{\upsilon_\delta}{f_A} \Rightarrow f_A = 2f_B$$

Β.3. Σε ανοιχτό κωνικό δοχείο που περιέχει ιδανικό ρευστό αφαιρούμε τον πυθμένα με αποτέλεσμα το ρευστό να αρχίσει να ρέει. Κάποια χρονική στιγμή το περιεχόμενο ρευστό στο δοχείο έχει ύψος H. Η ταχύτητα του ρευστού στην επιφάνεια εμβαδού A_1 είναι ίση με υ_1 ενώ η αντίστοιχη ταχύτητα του ρευστού στον πυθμένα εμβαδού $A_2 = \frac{A_1}{6}$ είναι ίση με υ_2



Τότε το ύψος H ισούται με:

(β) $\frac{35\upsilon_1^2}{2g}$

Από την εξίσωση της συνέχειας προκύπτει ότι:

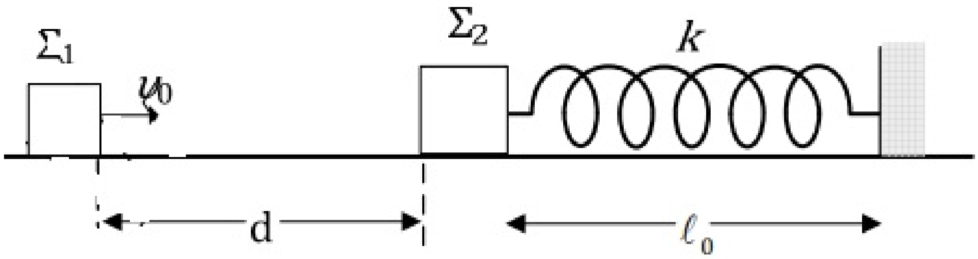
$$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon_2}{6}$$

Από την εξίσωση Bernoulli για δύο σημεία που βρίσκονται πάνω στην ίδια ρευματική γραμμή προκύπτει:

$$P_1 = \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + \rho g H = P_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Rightarrow H = \frac{1}{2g}\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right) = \frac{35\upsilon_1^2}{2g}$$

Θέμα Γ

Σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 1kg$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 4kg$. Θεωρούμε ως $t_o = 0$ την στιγμή που το Σ_1 απέχει $d = 11m$ από το Σ_2 και έχει ταχύτητα υ_o. Το Σ_2 είναι ακίνητο και στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 80N/m$ και φυσικού μήκους l_o, που έχει το δεύτερο άκρο του ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο.



Κάποια στιγμή το Σ_1 θα συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το Σ_2. Αμέσως μετά την κρούση το Σ_2 θα αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2' = 4m/s$.

Γ.1 Να υπολογιστεί η αρχική ταχύτητα υ_o του Σ_1.

Για την ελαστική κρούση ισχύει ότι:

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = 10m/s$$

Εφαρμόζω ΘΜΚΕ για την επιβραδυνόμενη κίνηση του σώματος 1 πριν την κρούση:

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2 = W_T = -\mu m_1 g d \Rightarrow \upsilon_o = 12m/s$$

**Παραπάνω έλαβα υπόψη ότι $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = m_1 g$ και ότι $T = \mu N$.*

Γ.2 Να υπολογιστεί το % ποσοστό της κινητικής ενέργειας του Σ_1 που μεταβιβάστηκε στο Σ_2 κατά την κρούση.

$$\frac{K_2'}{K_1} \cdot 100\% = 64\%$$

Γ.3 Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του Σ_1,καθώς κινείται προς το Σ_2 την $t_1 = 0,5s$.

Υπολογίζω την επιτάχυνση από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F_x = m_1 \alpha \Rightarrow \mu N = m_1 \alpha \Rightarrow \alpha = 2m/s^2$$

Εφαρμόζω τις εξισώσεις κίνησης για να βρω την ταχύτητα την στιγμή t_1

$$\upsilon = \upsilon_o - \alpha t \Rightarrow \upsilon = 11m/s$$

Ο ζητούμενος ρυθμός μεταβολής θα είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F_x \cdot \upsilon = -T \cdot \upsilon = -22J/s$$

Γ.4 Να υπολογιστεί η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου

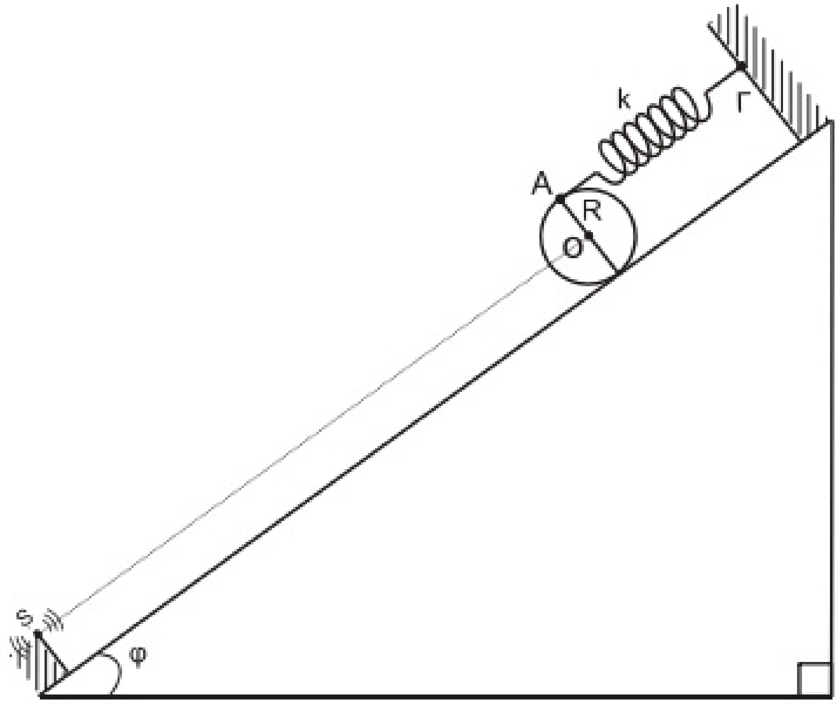
Εφαρμόζω ΘΜΚΕ μετά την κρούση μέχρι το σώμα να σταματήσει στιγμιαία στην θέση μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου:

$$0 - \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2'^2 = -TS + 0 - \frac{1}{2} k S^2 \Rightarrow .... \Rightarrow S = 0,8m$$

**Παραπάνω έλαβα υπόψη ότι* $T = \mu N = \mu m_2 g$ *και ότι το έργο της δύναμης του ελατηρίου προκύπτει από* $-\Delta U_{\varepsilon\lambda}$.

Θέμα Δ

Συμπαγής ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας $R = 0,1m$ είναι προσδεμένος σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100N/m$ στο σημείο A και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους γωνίας κλίσης ϕ όπως φαίνεται στο Σχήμα.Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ. Η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $\Delta l = 0,06m$.



Δ.1 Να υπολογίσετε τη μάζα του κυλίνδρου.

Εφαρμόζω τις συνθήκες ισορροπίας, λαμβάνοντας υπόψη ότι για να ισορροπεί ο κύλινδρος πρέπει να υπάρχει και στατική τριβή με φορά προς τα πάνω.

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T_s R = F_{\text{ελ}} \Rightarrow T_s = F_{\text{ελ}}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow w_x = T_s + F_{\text{ελ}} \Rightarrow mg\eta\mu\phi = 2k\Delta l$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι: $m = 2kg$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο κύλινδρος αποσπάται από το ελατήριο και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Να υπολογίσετε:

Δ.2 την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου,

– Μεταφορική Κίνηση

$$\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \Rightarrow w_x - T_s' = m\alpha_{cm} \tag{1}$$

– Περιστροφική Κίνηση

$$\Sigma\tau = I_{cm}\alpha_{\text{γων}} \Rightarrow T_s'R = \frac{1}{2}mR^2\alpha_{\text{γων}} \tag{2}$$

– Κύλιση Χωρίς Ολίσθηση

$$\upsilon_{cm} - \omega R = 0 \Rightarrow \upsilon_{cm} = \omega R \Rightarrow \alpha_{cm} = \alpha_{\text{γων}R} \tag{3}$$

Από (1),(2),(3) προκύπτει ότι: $\alpha_{cm} = 4m/s^2$

Δ.3 το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο κύλινδρος από το κεκλιμένο επίπεδο κατά τη διάρκεια της κύλισης του,

Από την σχέση (2) , (3) προκύπτει ότι: $T_s' = 4N$

Δ.4 τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t = 1sec$.

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F_x\upsilon_{cm} + \Sigma\tau\omega = \left(w_x - T_s'\right)\upsilon_{cm} - T_s'R\omega = w_x\upsilon_{cm} = 48J/s \tag{4}$$

****προφανώς*** $\upsilon_{cm} = \alpha_{cm}t$

Έστω ότι στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου είναι ενσωματωμένος σημειακός ανιχνευτής ηχητικών κυμάτων, ο οποίος φέρει λαμπάκι. Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου είναι στερεωμένη πηγή S ηχητικών κυμάτων, όπως φαίνεται στο Σχήμα, συχνότητας $f_s = 1700Hz$. Το λαμπάκι του ανιχνευτή ανάβει όταν ανιχνεύονται συχνότητες μεταξύ των τιμών $f_1 = 1750Hz$ και $f_2 = 1800Hz$

Δ.5 Κατά την κύλιση του κυλίνδρου στο κεκλιμένο επίπεδο να εξετάσετε αν το λαμπάκι θα ανάψει από τη χρονική στιγμή $t_1 = 1sec$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 2sec$.

Ο ανιχνευτής κατά την κάθοδο του κυλίνδρου αντιλαμβάνεται συχνότητα ίση με:

$$f_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_{cm}}{\upsilon_{\eta\chi}} = 1700 + 20t \quad (S.I.)$$

Την $t = 1s$ η συχνότητα είναι $f_1 = 1720Hz$ και την $t = 2s$ η συχνότητα είναι $f_2 = 1740Hz$. Άρα με δεδομένο ότι η συχνότητα είναι μια γραμμική συνάρτηση του χρόνου, το λαμπάκι δεν θα ανάψει στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

Επιμέλεια: Δρ. Μιχάλης Καραδημητρίου, Φυσικός

Πηγές: Πανελλήνιες Εξετάσεις , Είμαστε Μέσα

Καλή Επιτυχία!