ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

6ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. δ

2. α

3. δ

4. β.

5. α) Σωστό

β) Σωστό

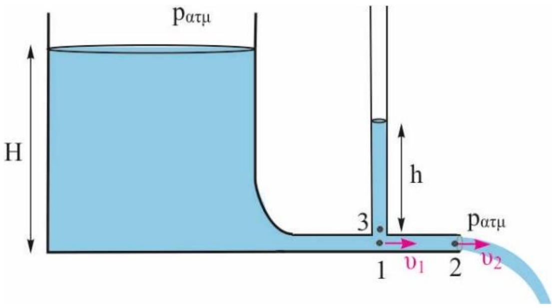
γ) Λάθος

δ) Σωστό

ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

1. Σωστή είναι η απάντηση (α).



Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2 του οριζόντιου σωλήνα.

$$\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 + p_2$$

Επειδή ο οριζόντιος σωλήνας είναι σταθερής διατομής από την εξίσωση της συνέχειας προκύπτει $\upsilon_1 = \upsilon_2$. Άρα $p_1 = p_2$

Επειδή στο σημείο 2 το νερό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα $p_2 = p_{\alpha\tau\mu}$, άρα

$$p_1 = p_{\alpha\tau\mu} \qquad \textbf{(1)}$$

Το σημείο 3 βρίσκεται στη βάση της κατακόρυφης στήλης νερού και είναι ακίνητο, άρα από την υδροστατική έχουμε:

$$p_3 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho_\nu g h \qquad \textbf{(2)}$$

Επειδή μεταξύ του σημείου 1 και 3 δεν υπάρχει κίνηση ρευστού, τα δύο σημεία έχουν την ίδια πίεση $p_1 = p_3$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει h=0

Άρα, σωστή είναι η απάντηση (α).

2. Σωστή είναι η α

$$\Delta K = K_{ολ,\,μετά} - K_{ολ,\,πριν} \quad \textbf{(1)}$$

$$K_{ολ,\,πριν} = 2K \quad \textbf{(2)}$$

$$K_{ολ,\,μετά} = \frac{1}{2}(m + 4m)V_κ^2 \quad \textbf{(3)}$$

Θα υπολογίσουμε το $V_κ$.

Πριν την κρούση έχουν ίδια κινητική ενέργεια,

$$K_A = K_B \;\text{ ή }\; \frac{1}{2}mυ_A^2 = \frac{1}{2}4mυ_B^2 \;\text{ ή }\; υ_A = \pm 2υ_B$$

Επειδή τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις δεκτή είναι η $υ_A = -2υ_B$ ή $υ_B = -\frac{υ_A}{2}$.

Η διατήρηση της ορμής για την κρούση δίνει:

$p_{ολ,\,μετά} = p_{ολ,\,πριν}$, παίρνοντας τα θετικά προς τα δεξιά έχουμε:

$$mυ_A - 4m\frac{υ_A}{2} = (m + 4m)V_κ \;\text{ ή }\; V_κ = -\frac{υ_A}{5}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (3) παίρνουμε:

$$K_{ολ,\,μετά} = \frac{1}{2}5m\left(-\frac{υ_A}{5}\right)^2 = \frac{1}{2}mυ_A^2\,\frac{1}{5} \;\text{ ή }\; K_{ολ,\,μετά} = \frac{K}{5} \quad \textbf{(4)}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) των (2) και (4) παίρνουμε:

$$\Delta K = \frac{K}{5} - 2K \;\text{ ή }\; \Delta K = -\frac{9}{5}K$$

3. Σωστή είναι η γ.

Για το σύστημα πλατφόρμα + παιδί η στροφορμή διατηρείται καθώς δεν υπάρχουν εξωτερικές ροπές.

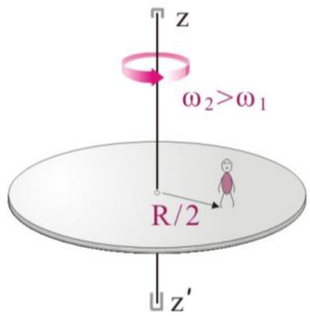
$$L_{ολ,πριν} = L_{ολ,μετά} \text{ ή } \left(I_{πλατφ} + mR^2\right)\omega_1 = \left(I_{πλατφ} + m\left(R/2\right)^2\right)\omega_2 \text{ ή } \omega_2 = \frac{I_{πλατφ} + mR^2}{I_{πλατφ} + m\left(R/2\right)^2}\omega_1$$

Άρα $\omega_2 > \omega_1$

Επίσης ισχύει:

$\Delta L_{ολ} = 0$ ή $\Delta L_{πλατφ} + \Delta L_{παιδ} = 0$ **(1)**

Όμως, $\Delta L_{πλατφ} = L_{πλατφ,τελ} - L_{πλατφ,αρχ} > 0$ καθώς $\omega_2 > \omega_1$.



Από την (1) προκύπτει:

$\Delta L_{παιδ} < 0$ ή $L_{παιδ,τελ} - L_{παιδ,αρχ} < 0$ ή $L_{παιδ,τελ} < L_{παιδ,αρχ}$

Άρα η στροφορμή του παιδιού μειώνεται.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων ισχύει: $\upsilon = \lambda f$ ή $\lambda = \dfrac{1,6\,m/s}{2\,Hz}$ ή $\lambda = 0,8\,m$

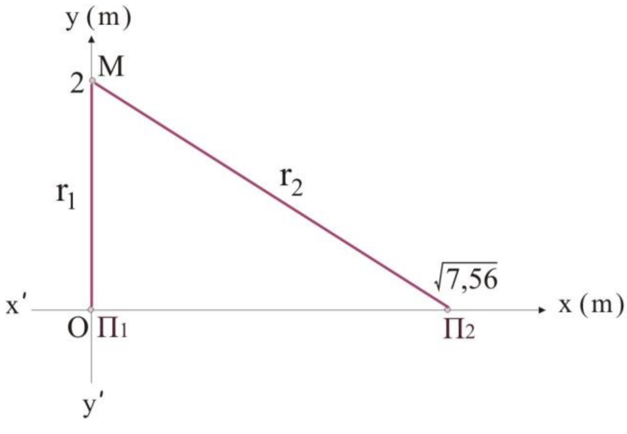
Θεωρούμε ότι η ταλάντωση γίνεται στον κατακόρυφο άξονα z. Με αντικατάσταση στη γενική εξίσωση του τρέχοντος κύματος προκύπτει

$$z_1 = 0,1ημ2\pi\left(2t - \frac{y}{0,8}\right), \text{(S.I.)}$$

Γ2. Το σημείο Μ λόγω της πηγής $Π_1$ θα ταλαντωθεί σύμφωνα με τη σχέση:

$$z_{M1} = 0,1ημ2\pi\left(2t - \frac{2}{0,8}\right), \text{(S.I.) ή}$$

$$z_{M1} = 0,1ημ2\pi\left(2t - 2,5\right), \text{(S.I.)} \quad με\ t \geq 1,25s$$



Η απόσταση του Μ από την πηγή $Π_2$ είναι

$$\left(Π_2M\right) = \sqrt{(Π_1Π_2)^2 + (OM)^2} = \sqrt{7,56 + 2^2}\,m \text{ ή } \left(Π_2M\right) = 3,4m$$

Άρα το Μ λόγω της πηγής $Π_2$ θα ταλαντωθεί σύμφωνα με τη σχέση:

$$z_{M2} = 0,1ημ2\pi\left(2t - \frac{3,4}{0,8}\right), \text{(S.I.) ή } z_{M2} = 0,1ημ2\pi\left(2t - 4,25\right), \text{(S.I.) με } t \geq 2,125s$$

Γ3. Το Μ ξεκινά σύνθετη ταλάντωση αφού φθάσει και το δεύτερο κύμα. Το κύμα από την πηγή $Π_2$ φτάνει στο σημείο Μ τη στιγμή που η φάση της $y_{M2} = f(t)$ είναι ίση με μηδέν.

$$2\pi(2t_2 - 4,25) = 0 \text{ ή } t_2 = 2,125s$$

(Εναλλακτικά: $t_2 = \frac{(\Pi_2 M)}{\upsilon} = \frac{3,4m}{1,6m/s}$ ή $t_2 = 2,125s$)

Τη ζητούμενη χρονική περίοδο έχει φθάσει και το δεύτερο κύμα, άρα το πλάτος ταλάντωσης βρίσκεται από τον τύπο του πλάτους για συμβολή κυμάτων από σύγχρονες πηγές.

$$A' = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right) = 2\cdot 0,1\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{3,4-2}{2\cdot 0,8}\right)m = 0,2\sigma\upsilon\nu\frac{7\pi}{4} \text{ ή } A' = 0,1\sqrt{2}m$$

Γ4. Τα σημεία ενισχυτικής συμβολής που βρίσκονται πάνω στην υπερβολή Ν=2 ικανοποιούν τη σχέση $r_2 - r_1 = 2\lambda$.

Από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτει : $r_2 = \sqrt{r_1^2 + 7,56}$

Άρα η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$\sqrt{r_1^2 + 7,56} - r_1 = 2\lambda \text{ ή } \sqrt{r_1^2 + 7,56} = 2\lambda + r_1 \text{ ή } r_1 = \frac{7,56 - 4\lambda^2}{4\lambda} = \frac{7,56 - 4\cdot 0,8^2}{4\cdot 0,8}m \text{ ή } r_1 = \frac{5}{3,2}m$$

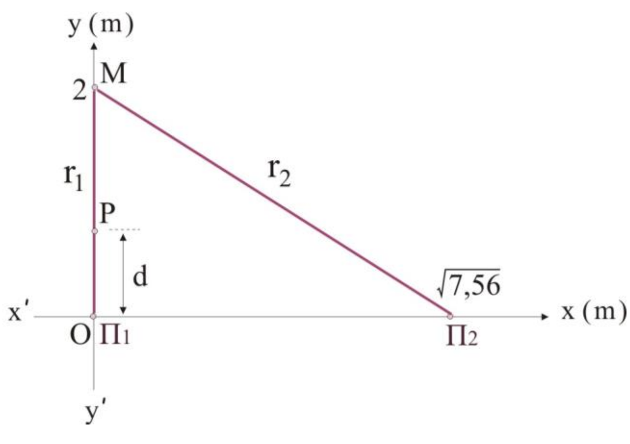
Επειδή $0 < \frac{5}{3,2}m < 2m$, η ενισχυτική υπερβολή για Ν=2 διέρχεται από το ευθύγραμμο τμήμα ΟΣ.

Γ5. Αν η πηγή έχει αρχική φάση π/2, τότε το κύμα που δημιουργείται και διαδίδεται στην διεύθυνση $Π_1Σ$ περιγράφεται από την εξίσωση $y'_1 = 0,1\eta\mu\left[2\pi\left(2t - \frac{x}{0,8}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$, (S.I.)

Επειδή η πηγή έχει αρχική φάση,την t=0 το κύμα από την $Π_1$ έχει διαδοθεί σε απόσταση d, μέχρι το σημείο Ρ, το οποίο θα έχει φάση ίση με μηδέν.

$$2\pi\left(2\cdot 0 - \frac{d}{0,8}\right) + \frac{\pi}{2} = 0 \text{ ή } x_1 = 0,2m$$

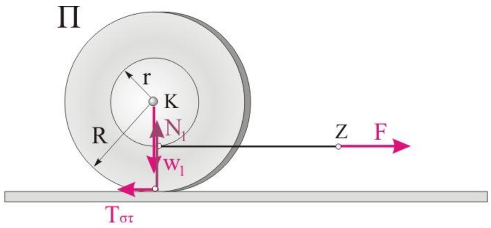
Έτσι, το σημείο Ρ και η πηγή $Π_2$ τη χρονική στιγμή t=0 και κάθε μελλοντική στιγμή είναι σε συμφωνία φάσης και μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους τύπους της συμβολής για σύγχρονες πηγές.



$$A'' = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{r_2-(r_1-0,2)}{2\lambda}\right) = 2\cdot 0,1\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{3,4-1,8}{2\cdot 0,8}\right)m = 0,2\sigma\upsilon\nu 2\pi \text{ ή } A' = 0,2m$$

ΘΕΜΑ Δ

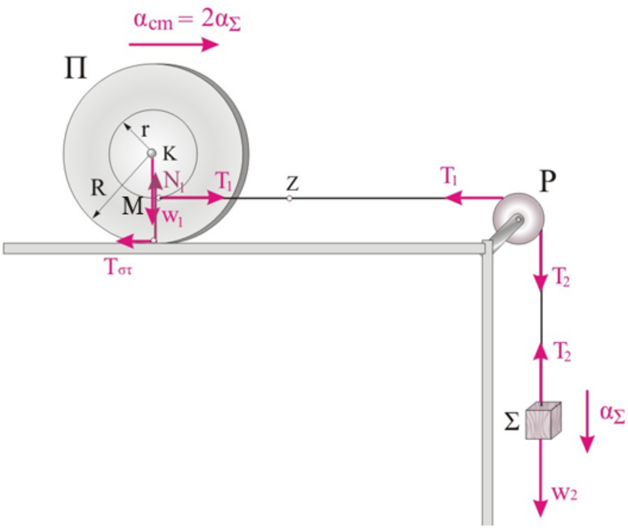
Δ1. Για τη μελέτη της μεταφορικής κίνησης σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στο κέντρο μάζας. Στο στερεό ασκούνται η δύναμη F, η στατική τριβή, το βάρος w_1 και η δύναμη στήριξης N_1. Η μεταφορική κίνηση γίνεται στον οριζόντιο άξονα. Επειδή η ασκούμενη δύναμη είναι προς τα δεξιά το κέντρο μάζας, K, του στερεού θα μετατοπιστεί προς τα δεξιά.



Δ2. Το κέντρο μάζας μετατοπίζεται προς τα δεξιά και σύμφωνα με την εκφώνηση κυλίεται, άρα το σώμα κυλίεται δεξιόστροφα. Το σημείο εφαρμογής Z της δύναμης και το σημείο M έχουν την ίδια ταχύτητα. $\upsilon_Z = \upsilon_M = \upsilon_{cm} - \omega r$ ή $\upsilon_Z = \upsilon_{cm} - \frac{\upsilon_{cm}}{R}r$

Παίρνοντας υπόψη ότι $r = \frac{R}{2}$ προκύπτει ή $\upsilon_Z = \frac{\upsilon_{cm}}{2}$ ή $\upsilon_Z = 0,5m/s$

$$L = I_K\omega = \frac{1}{4}M_1R^2\frac{\upsilon_{cm}}{R} = \frac{1}{4}M_1R\upsilon_{cm} \text{ ή } L = \frac{1}{4}2kg\cdot 0,2m\cdot 1m/s \text{ ή } L = 0,1kgm^2/s$$



Δ3. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα.

Ο Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής για την τροχαλία γράφεται:

$\Sigma\tau = I_{\tau\rho}\alpha_{\gamma\omega\nu}$ ή $T_2r_{\tau\rho} - T_1r_{\tau\rho} = I_{\tau\rho}\alpha_{\gamma\omega\nu}$

Επειδή η τροχαλία Ρ είναι αμελητέας μάζας, $I_{\tau\rho} = 0$, άρα $T_2 r_{\tau\rho} - T_1 r_{\tau\rho} = 0$ και $T_2 = T_1$.

Ο Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής για τη μεταφορική και στροφική κίνηση του στερεού Π γράφεται:

$\Sigma F = M_1 \alpha_{cm}$ ή $T_1 - T_{\sigma\tau} = M_1 \alpha_{cm}$ **(1)**

$\Sigma\tau = I_{\tau\rho} \alpha_{\gamma\omega\nu}$ ή $T_{\sigma\tau} R - T_1 r = I_K \alpha_{\gamma\omega\nu}$ **(2)**

Επειδή το σώμα Π κυλίεται , $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R$ **(3)**

Ο θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής για το σώμα Σ γράφεται:

$\Sigma F = M_2 \alpha_\Sigma$ ή $M_2 g - T_1 = M_2 \alpha_\Sigma$ **(4)**

Για να βρούμε τη σχέση μεταξύ α_Σ και α_{cm} σκεφτόμαστε ως εξής:

Αν το σώμα Σ κατέβει κατά Δy , το σημείο Ζ έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά $\Delta x_Z = \Delta y$.

Παίρνοντας χρονικούς ρυθμούς μεταβολής προκύπτει, $υ_Z = υ_\Sigma$

Παίρνοντας πάλι χρονικούς ρυθμούς μεταβολής των ταχυτήτων προκύπτει, $α_Z = α_\Sigma$.

Όμως $\alpha_Z = \alpha_M = \alpha_{cm} - \alpha_\gamma r$ ή $\alpha_Z = \alpha_{cm} - \dfrac{\alpha_{cm}}{R} r$

παίρνοντας υπόψη ότι $r = \dfrac{R}{2}$ προκύπτει : $\alpha_\Sigma = \alpha_Z = \dfrac{\alpha_{cm}}{2}$ **(5)**

Δ4.

Η σχέση (2) με την βοήθεια της (3) δίνει:

$T_{\sigma\tau} R - T_1 \dfrac{R}{2} = \dfrac{1}{4} M_1 R^2 \dfrac{\alpha_{cm}}{R}$ ή $T_{\sigma\tau} - \dfrac{T_1}{2} = \dfrac{1}{4} M_1 \alpha_{cm}$ **(6)**

Μεταξύ των σχέσεων (1) και (6) κάνουμε απαλοιφή του $T_{\sigma\tau}$.

(1) $\Rightarrow T_{\sigma\tau} = T_1 - M_1 \alpha_{cm}$

(6)$\Rightarrow T_1 - M_1 \alpha_{cm} - \dfrac{T_1}{2} = \dfrac{1}{4} M_1 \alpha_{cm}$ ή $T_1 = \dfrac{5}{2} M_1 \alpha_{cm}$ **(7)**

Από τις σχέσεις (7) και (4) παίρνονταςυπόψη την (5) παίρνουμε:

$\Rightarrow M_2 g - \dfrac{5}{2} M_1 \alpha_{cm} = M_2 \dfrac{\alpha_{cm}}{2}$ ή $\alpha_{cm} = \dfrac{2M_2 g}{5M_1 + M_2}$

Αντικαθιστώντας $M_1 = M_2 = 2kg$, $g = 10m/s^2$ προκύπτει $\alpha_{cm} = \dfrac{10}{3} \dfrac{m}{s^2}$.

Δ5. Το νήμα και η τροχαλία είναι χωρίς μάζα. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα των σωμάτων είναι συντηρητικές, οπότε η μηχανική ενέργεια του συστήματος των Π, Σ, διατηρείται σταθερή. Η μείωση της δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του Σ και κινητική ενέργεια του Π.

$$U_\Sigma + K_\Sigma + K_\Pi = \text{σταθερό ή } \frac{dU_\Sigma}{dt} + \frac{dK_\Sigma}{dt} + \frac{dK_\Pi}{dt} = 0 \quad \text{ή} \quad \frac{dK_\Pi}{dt} = -\frac{dU_\Sigma}{dt} - \frac{dK_\Sigma}{dt} \qquad \textbf{(8)}$$

$$\frac{dU_\Sigma}{dt} = -\frac{M_2 g dy}{dt} = -M_2 g \upsilon_\Sigma = -M_2 g \alpha_\Sigma t = -M_2 g \frac{\alpha_{cm}}{2} t \ \text{ ή}$$

$$\frac{dU_\Sigma}{dt} = -2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot \frac{10}{6}\frac{m}{s^2} t \quad \text{ή} \quad \frac{dU_\Sigma}{dt} = -\frac{100}{3} t \ (SI)$$

$$\frac{dK_\Sigma}{dt} = \Sigma F \upsilon_\Sigma = \left(M_2 g - T_1\right)\alpha_\Sigma t \qquad \textbf{(9)}$$

Η τιμή του T_1 βρίσκεται από τη σχέση (7)

$$T_1 = \frac{5}{2} M_1 \alpha_{cm} = \frac{5}{2} \cdot 2kg \frac{10}{3} m/s^2 \ \text{ ή } \ T_1 = \frac{50}{3} N$$

Με αντικατάσταση στην (9) βρίσκουμε:

$$\frac{dK_\Sigma}{dt} = \left(M_2 g - T_1\right)\alpha_\Sigma t = \left(20 - \frac{50}{3}\right)\frac{10}{6} t \ (SI) \text{ ή } \frac{dK_\Sigma}{dt} = \frac{50}{9} t \ (SI)$$

Με αντικατάσταση στην (8) παίρνουμε:

$$\frac{dK_\Pi}{dt} = -\frac{dU_\Sigma}{dt} - \frac{dK_\Sigma}{dt} = \left(+\frac{100}{3} t - \frac{50}{9} t\right)(SI) \quad \text{ή} \quad \frac{dK_\Pi}{dt} = \frac{250}{9} t \, (SI).$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Κουσίδης Σταύρος** και **Ντούβαλης Γεώργιος,** Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τους **Παλόγο Αντώνιο** και **Στεφανίδη Κωνσταντίνο.**