Διαγώνισμα *Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου*

1ο Επαναληπτικό Διαγώνισμα

Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα A

A.1. Για την επιβράδυνση των νετρονίων (n) στους πυρηνικούς αντιδραστήρες, προκαλούμε την κρούση τους με ακίνητους πυρήνες. Αν οι κρούσεις θεωρηθούν κεντρικές ελαστικές, για να επιτύχουμε τα νετρόνια να έχουν μηδενική κινητική ενέργεια μετά την κρούση, θα πρέπει αυτά να συγκρουστούν με πυρήνες :

(γ) υδρογόνου ($m_H = m_n$)

A.2. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:

(γ) όταν η σταθερά απόσβεσης μεγαλώνει, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα.

A.3. Ο συντονισμός είναι μια περίπτωση εξαναγκασμένης ταλάντωσης όπου το πλάτος ταλάντωσης του συστήματος γίνεται μέγιστο διότι:

(α) ο διεγέρτης του προσφέρει ενέργεια με τον άριστο τρόπο.

A.4. Ένα σώμα εκτελεί ταλάντωση που προέρχεται από τη σύνθεση των απλών αρμονικών ταλαντώσεων: $x_1 = A_1 \eta\mu\omega t$ και$x_2 = A_2 \eta\mu(\omega t + \pi/3)$. Οι δύο ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο στην ίδια διεύθυνση. Η ταλάντωση που εκτελεί το σώμα:

(δ) είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

Α.5.

(α) Από τη σύνθεση δύο ταλαντώσεων που έχουν την ίδια διεύθυνση και την ίδια θέση ισορροπίας, αλλά οι συχνότητές τους διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, προκύπτει μια νέα αρμονική ταλάντωση. **Λάθος**

(β) Στην απλή αρμονική ταλάντωση, το ταλαντούμενο σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα όταν ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του είναι μηδενικός. **Σωστό**

(γ) Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται στα στερεά αλλά όχι στα υγρά και στα αέρια. **Λάθος**

(δ) Το φαινόμενο Doppler εμφανίζεται μόνο όταν υπάρχει σχετική κίνηση πηγής - παρατηρητή. **Σωστό**

(ε) Μια σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε μια ακλόνητη επιφάνεια και συγκρούεται ελαστικά με αυτήν. Για τη σφαίρα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. **Λάθος**

Θέμα Β

Β.1. Ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A σε λείο οριζόντιο επίπεδο . Όταν το Σ_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας m_2. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με το $1/4$ της ενέργειας της ταλάντωσης του Σ_1 πριν την κρούση, τότε ο λόγος m_1/m_2 των μαζών των δύο σωμάτων είναι ίσος με:

(β) $1/3$

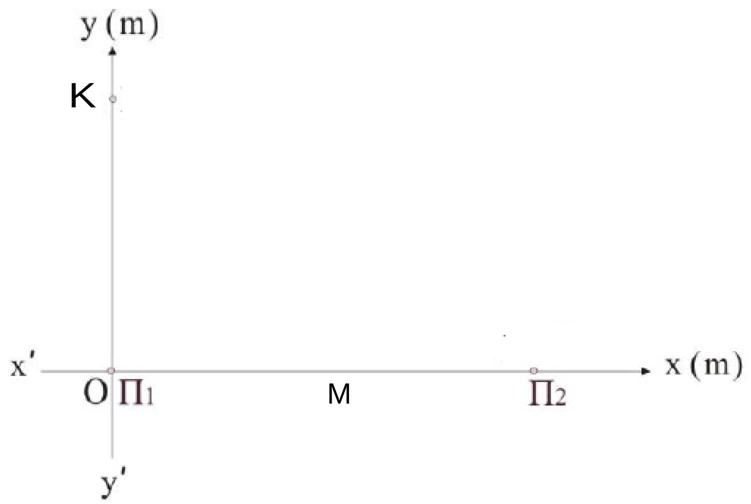
Για την κρούση εφαρμόζω την Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$m_1 \upsilon_1 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \Rightarrow \upsilon_\kappa = ...$$

Από την δεδομένη σχέση των κινητικών ενεργειών και αντικαθιστώντας την ταχύτητα του συσσωματώματος θα καταλήξω σε σχέση για τις μάζες:

$$K' = \frac{K}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow ... \Rightarrow 3m_1 = m_2$$

Β.2. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο σύγχρονες πηγές ιδίου πλάτους Π_1 και Π_2 που δημιουργούν αρμονικά κύματα μήκους κύματος λ στην επιφάνεια ενός ελαστικού μέσου. Οι δύο πηγές απέχουν μεταξύ τους απόσταση 3λ, ενώ ένα υλικό σημείο Κ της επιφάνειας του ελαστικού μέσου απέχει απόσταση 4λ από την Π_1.



Μετά την συμβολή των δύο κυμάτων, το πηλίκο των μέγιστων ταχυτήτων ταλάντωσης του σημείου Κ και του σημείου Μ που βρίσκεται στο μέσο της ευθείας που ενώνει τις δύο πηγές $\frac{\upsilon_{max(K)}}{\upsilon_{max(M)}}$είναι:

(β) 1

Από το πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτει ότι: $r_2 = \sqrt{d^2 + r_1^2} = 5\lambda$. *Άρα για το σημείο Κ ισχύει ότι* $r_2 - r_1 = \lambda$, *οπότε είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής. Αντίστοιχα το σημείο Μ αφού είναι στο μέσο των πηγών είναι επίσης σημείο ενισχυτικής συμβολής.*

$$\frac{\upsilon_{max(K)}}{\upsilon_{max(M)}} = \frac{\omega A'_K}{\omega A'_M} = \frac{2A}{2A} = 1$$

Β.3. Σώμα Σ_1 μάζας m κινείται προς ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $3m$ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{5}$ και συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με αυτό. Στο σώμα Σ_2 είναι κατάλληλα στερεωμένη ηχητική πηγή S,που εκπέμπει κύματα σταθερής συχνότητας f_S , ενώ στο Σ_1 είναι κατάλληλα στερεωμένος δέκτης ηχητικών κυμάτων, Δ. Αν το μήκος κύματος που αντιλαμβάνεται ο δέκτης πριν την κρούση είναι λ_1 και αυτό που αντιλαμβάνεται μετά την κρούση είναι λ_2, τότε ο λόγος $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}$ είναι:

(β) $\dfrac{10}{11}$

Για την κρούση ισχύει:

$$\upsilon_1' = \frac{m-3m}{m_3 m}\upsilon_1 = -\frac{\upsilon_1}{2}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m}{m+3m}\upsilon_1 = \frac{\upsilon_1}{2}$$

Αφού αρχικά η πηγή είναι ακίνητη ο δέκτης αντιλαμβάνεται μήκος κύματος $\lambda_1 = \lambda_s$. *Για το μήκος κύματος μετά την κρούση ισχύει:*

$$\lambda_2 = \lambda_s + \upsilon_2' T = \lambda_s + \frac{\lambda_s}{10} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{11}{10}\lambda_s = \frac{11}{10}\lambda_1$$

Θέμα Γ

Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με το ίδιο πλάτος και την ίδια συχνότητα διαδίδονται με αντίθετες κατευθύνσεις σε γραμμικό ελαστικό μέσο το οποίο ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'Ox$. Το κάθε κύμα εξαναγκάζει το σημείο Ο($x = 0$) σε ταλάντωση της μορφής $y_o = A\eta\mu(\omega t)$. Τα κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα με εξίσωση:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu(5\pi x)\eta\mu(8\pi t) \quad (S.I.)$$

Το υλικό σημείο Γ $(x = \dfrac{7}{15}m)$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση για την οποία οι ακραίες θέσεις απέχουν απόσταση $1m$.

Γ.1 Να γραφτούν οι εξισώσεις των οδεύοντων κυμάτων.

Από τα δεδομένα προκύπτουν ότι $\lambda = 0,4m$ *και* $f = 4Hz$. *Για την ταλάντωση του σημείο Γ το πλάτος είναι* $2A'_\Gamma = 1m \Rightarrow A'_\Gamma = 0,5m$, *άρα:*

$$A' = |2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)| \Rightarrow A = 0,5m$$

Οι δύο εξισώσεις των κυμάτων στο $(S.I.)$ *θα είναι:*

$$y_1 = 0,5\eta\mu\left(8\pi t - 5\pi x\right) \quad y_2 = 0,5\eta\mu\left(8\pi t + 5\pi x\right)$$

Γ.2 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του υλικού σημείου Γ, τη στιγμή που το Ο βρίσκεται στη μέγιστη θετική του απομάκρυνση.

Η εξίσωση ταλάντωσης του σημείο Γ θα είναι:

$$y_\Gamma = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{3}\right)\eta\mu(\omega t) = A\eta\mu(\omega t)$$

*Άρα θα βρίσκεται σε συμφωνία φάσης με το σημείο Ο, άρα όταν το Ο θα είναι σε μέγιστη θετική απομάκρυνση το ίδιο θα κάνει και το υλικό σημείο Γ, άρα η ζητούμενη ταχύτητα θα είναι μηδέν. (** Βέβαια όλα τα ταλαντούμενα σημεία του στάσιμου κύματος διέρχονται ταυτόχρονα από την Θέση ισορροπίας, άρα όταν το Ο ακινητοποιείται στιγμιαία το ίδιο συμβαίνει και για τα υπόλοιπα.)*

Γ.3 Υλικό σημείο Δ έχει εξίσωση ταχύτητας $\upsilon_\Delta = -4\sqrt{2}\pi\sigma\upsilon\nu(8\pi t)$ $(S.I.)$. Αν το σημείο Δ βρίσκεται μεταξύ της 6ης κοιλίας και του 6ου δεσμού του θετικού ημιάξονα, να προσδιορίσετε τη τετμημένη της θέσης του.

Για το σημείο Δ ισχύει ότι:

$$\upsilon_\Delta = \omega 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\sigma\upsilon\nu(\omega t) \Rightarrow 8\pi\sigma\upsilon\nu\left(5\pi x\right) = -4\sqrt{2}\pi \Rightarrow$$

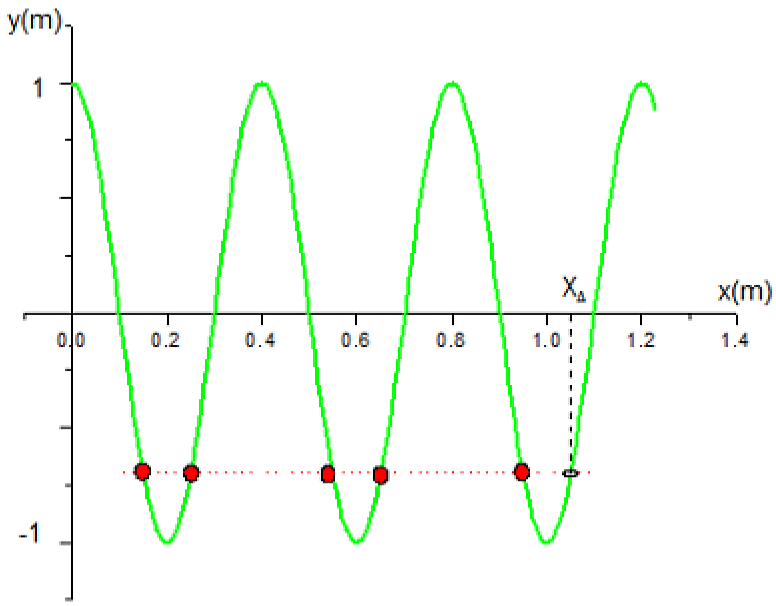
$$συν\left(5\pi x\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 5\pi x = 2\kappa\pi \pm \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = 0,4\kappa \pm 0,15$$

Όπου βέβαια κ ακέραιος αριθμός που θα προσδιοριστεί περιορίζοντας το σημείο Δ ανάμεσα στον 6ο δεσμό $\left((2 \cdot 5 + 1)\frac{\lambda}{4} = 1,1m\right)$ *και την 6η κοιλία* $\left(\frac{5\lambda}{2} = 1m\right)$.

$$1 < x < 1,1 \Rightarrow .....\kappa = 3 \Rightarrow ...x = 1,05m$$

Γ.4 Να υπολογίσετε το πλήθος των σημείων του τμήματος ΟΔ της χορδής, τα οποία κάθε χρονική στιγμή έχουν ίση απομάκρυνση και ίση ταχύτητα με το Δ.

Σχεδιάζω το στιγμιότυπο :

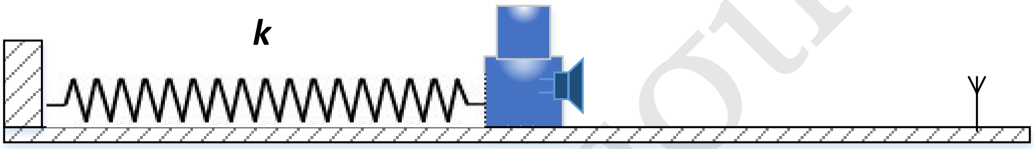


Υπάρχουν 5 ακόμη σημεία της χορδής που έχουν ίση απομάκρυνση και ίση ταχύτητα με το Δ.

Στιγμιότυπο από τις λύσεις του $study4exams$

Θέμα Δ

Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 8kg$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, έχοντας ενσωματωμένη πάνω του αβαρή πηγή ηχητικών κυμάτων συχνότητας $f_S = 678Hz$. Πάνω στο Σ_1 τοποθετούμε δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2kg$ και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο να βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Εκτρέπουμε το σύστημα επιμηκύνοντας το ελατήριο κατά $d = 0,2m$ και σε μια στιγμή που την θεωρούμε ως $t_o = 0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί από την παραπάνω θέση, εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση.



Στην ευθεία που διέρχεται από την πηγή υπάρχει ακίνητος ανιχνευτής ηχητικών κυμάτων Α, όπως στο σχήμα. Ο Ανιχνευτής καταγράφει για πρώτη φορά ήχο συχνότητας $678Hz$ την $t_o = 0$ και καταγράφει ξανά για πρώτη φορά την ίδια συχνότητα την $t_1 = \frac{\pi}{5}s$. Να υπολογιστούν:

Δ.1 η σταθερά επαναφοράς του συστήματος, καθώς και η συχνότητα της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ_1,

Την $t_0 = 0$ βρίσκεται σε ακραία θέση, άρα δεν υπάρχει σχετική κίνηση ανάμεσα σε πηγή και ανιχνευτή, άρα $f_A = f_s$. Το ίδιο συμβαίνει για πρώτη φορά στην άλλη ακραία θέση την $t_1 = T/2$. Άρα προκύπτει ότι $T = 0,4\pi s \Rightarrow \omega = 5rad/s$. Η συχνότητα της ταλάντωσης θα είναι η ίδια και για τα δύο σώματα $f = 5/2\pi Hz$.

$$D = k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow 250N/m$$

Δ.2 η αλγεβρική τιμή της στατικής τριβής που δέχεται το Σ_2 την χρονική στιγμή $t_2 = \frac{\pi}{15}s$, *Η ταλάντωση ξεκινά από την ακραία θετική θέση οπότε η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας στο $(S.I.)$ θα δίνεται από την εξίσωση:*

$$x = A\eta\mu\,(\omega t + \phi_o) \Rightarrow x = 0,2\eta\mu\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Η στατική τριβή πάνω στο σώμα 2 είναι η μόνη δύναμη που του ασκείται, άρα θα είναι η δύναμη επαναφοράς του σώματος, οπότε για την ζητούμενη χρονική στιγμή θα προκύψει:

$$\Sigma F_2 = -D_2 x \Rightarrow T_s = -m_2\omega^2 x \Rightarrow T_s = -5N$$

Δ.3 η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο ανιχνευτής, όταν μηδενίζεται για πρώτη φορά ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος,

Την στιγμή που μηδενίζεται ο ρυθμός μεταβολής της ορμής για πρώτη φορά το σύστημα διέρχεται από την θέση ισορροπίας κινούμενο προς τα αριστερά με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης $\upsilon = \omega A = 1m/s$. Άρα η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο ανιχνευτής θα είναι:

$$f_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon} f_s \Rightarrow f_A = ...Hz$$

Δ.4 η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο ανιχνευτής, όταν η κινητική ενέργεια του συστήματος, είναι ίση με το 25% της ενέργειας ταλάντωσης για τρίτη φορά μετά την χρονική στιγμή $t_o = 0$,

Η Κινητική Ενέργεια θα είναι ίση με το 25% της ενέργειας, άρα η ταχύτητα θα είναι:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2 \Rightarrow \upsilon' = \pm\frac{\upsilon_{max}}{2}$$

Την τρίτη φορά το σώμα θα κινείται προς τα δεξιά πλησιάζοντας τον ανιχνευτή.

$$f'_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon'} f_s \Rightarrow f'_A = ...Hz$$

Δ.5 η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο ανιχνευτής, όταν το σύστημα των σωμάτων βρίσκεται σε θέση που το Σ_2 είναι έτοιμο να ολισθήσει.

Για να μην ολισθαίνει το σώμα 2 θα πρέπει:

$$T_s \leq \mu_s N \Rightarrow m_2 \omega^2 x \leq \mu_s m_2 g \Rightarrow x \leq 0,2m$$

Άρα όταν είναι έτοιμο να ολισθήσει είναι σε ακραία θέση, οπότε η ταχύτητα είναι μηδέν, άρα δεν υπάρχει σχετική κίνηση. $f_A = f_s$.

Δίνεται: *ο συντελεστής στατικής τριβής ανάμεσα στα δύο σώματα* $\mu_s = 0,5$, *η επιτάχυνση της βαρύτητας* $g = 10m/s^2$ *και η ταχύτητα του ήχου στον αέρα* $\upsilon_{\eta\chi} = 340m/s$. *Να θεωρήσετε ως θετική την φορά της θετικής εκτροπής.*

Επιμέλεια: Δρ. Μιχάλης Καραδημητρίου, Φυσικός