
1ο Διαγώνισμα Β Τάξης Ενιαίου Λυκείου

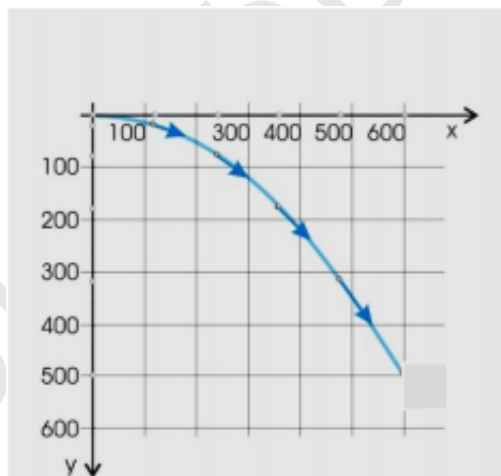
Κυριακή 15 Νοέμβρη 2015

Φυσική Προσανατολισμού - Μηχανική

Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα Α

A.1 Μια σφαίρα βάλλεται από ένα ύψος με αρχική οριζόντια ταχύτητα \vec{v}_0 . Στο σχήμα φαίνονται οι συντεταγμένες της θέσης της σφαίρας μετρημένες σε m .



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας ισούται με:

(α) $60m/s$

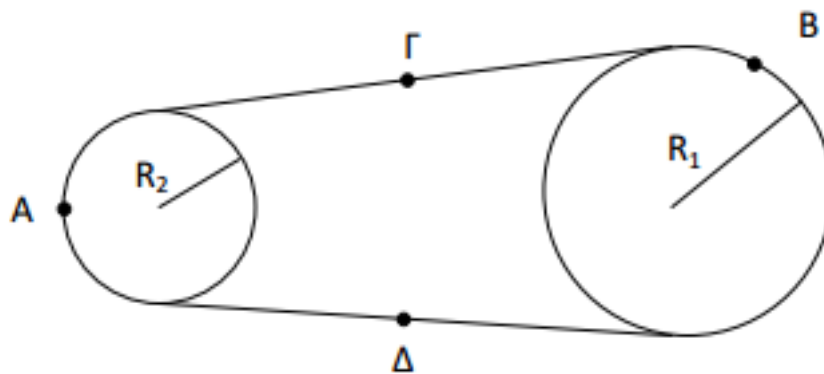
A.2 Ένα σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ και περίοδο T . Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος σε χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{T}{4}$ θα είναι ίσο με :

$$(\beta) \sqrt{2}m\omega R$$

A.3 Η γραμμική ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση έχει διεύθυνση :

(α) εφαπτόμενη στην κυκλική τροχιά.

A.4 Δύο τροχοί Α και Β με ακτίνες R_2 και R_1 αντίστοιχα συνδέονται με ιμάντα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Οι συχνότητες περιστροφής του συνδέονται με τη σχέση :

$$(\alpha) \frac{f_A}{f_B} = \frac{R_1}{R_2}$$

A.5 Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη. **[5 × 1 = 5 μονάδες]**

(α) Η αρχή της Επαλληλίας ισχύει μόνο στην Οριζόντια βολή. **Λάθος**

(β) Στις ελαστικές κρούσεις μέρος της ενέργειας του συστήματος των σωμάτων χάνεται ως θερμότητα στο περιβάλλον. **Λάθος**

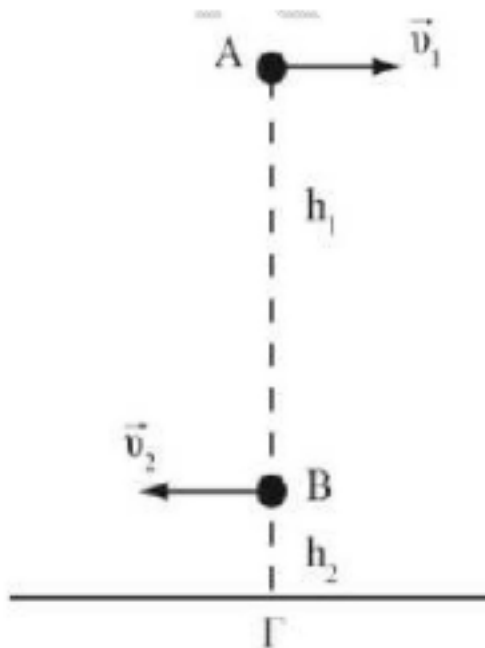
(γ) Ένα σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση δεν επιταχύνεται. **Λάθος**

(δ) Σε κάθε κρούση ισχύει η διατήρηση της Ορμής. **Λάθος**

(ε) Η περίοδος περιστροφής της Γής γύρω από τον άξονα της είναι 365 μέρες. **Λάθος**

Θέμα Β

B.1. Τα σώματα Α και Β εκτοξεύονται οριζόντια από ύψη h_1 και h_2 από το έδαφος αντίστοιχα με ταχύτητες μέτρων v_1 και $v_2 = 2v_1$.



Αν για τα ύψη ισχύει ότι: $h_1 = 4h_2$ τότε:

(α) Αν t_1 και t_2 οι χρόνοι πτώσης στο έδαφος για τα σώματα Α και Β αντίστοιχα ισχύει:

$$(β) t_1 = 2t_2$$

Στον κατακόρυφο άξονα κάθε σώμα θα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Άρα όταν φτάνει στο έδαφος θα ισχύει: $y = h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Για να συγκρίνω τους χρόνους:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{\frac{2h_1}{g}}}{\sqrt{\frac{2h_2}{g}}} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \sqrt{4} = 2$$

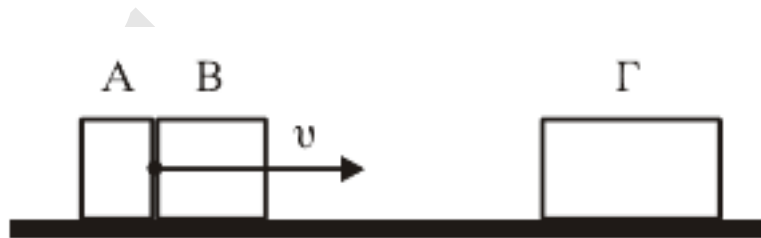
(III) Όταν τα σώματα φτάσουν στο έδαφος στις θέσεις Α' και Β' αντίστοιχα, τότε για τις αποστάσεις τους από το σημείο Γ θα ισχύει:

$$\mathbf{(a)} \quad (\Gamma A') = (\Gamma B')$$

Στον οριζόντιο άξονα κάθε σώμα θα εκτελεί Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση με ταχύτητα την ταχύτητα εκτόξευσης. Όταν φτάνει στο έδαφος θα έχει διανύσει την μέγιστη οριζόντια απόσταση $x = v_x t$. Άρα για τα δύο σώματα συγκρίνω:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2} = \frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1 \Rightarrow x_1 = x_2$$

B.2. Δύο σώματα, το Α με μάζα m_1 και το Β με μάζα m_2 , είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα v . Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας $4m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



Μετά την κρούση το Α σταματά, ενώ το Β κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα κινείται με ταχύτητα $\frac{v}{3}$. Τότε θα ισχύει:

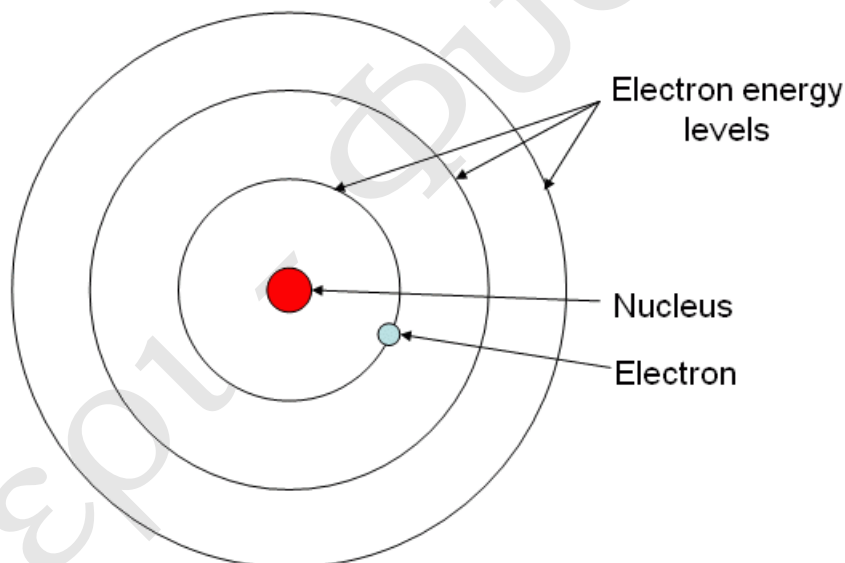
$$\mathbf{(a)} \quad \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Για την κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής, αφού το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο.

$$\begin{aligned}\vec{P}_{\text{ολ(πριν)}} &= \vec{P}_{\text{ολ(μετά)}} \Rightarrow (m_1 + m_2)v = (m_2 + 4m_1)\frac{v}{3} \Rightarrow 3m_1 + 3m_2 = m_2 + 4m_1 \\ &\Rightarrow 2m_2 = m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2\end{aligned}$$

B.3. Σύμφωνα με το **ατομικό πρότυπο του Bohr** στο κέντρο του ατόμου βρίσκεται ο πυρήνας και τα ηλεκτρόνια περιστρέφονται σε καθορισμένες τροχιές ακτίνας r , εξαιτίας της ηλεκτρικής έλξης από τον πυρήνα. Σας δίνεται ότι η μικρότερη επιτρεπόμενη απόσταση του ηλεκτρονίου από τον πυρήνα είναι r_0 (θεμελιώδης στάθμη).

Το ηλεκτρόνιο μπορεί με κατάλληλες διεργασίες να βρεθεί σε μεγαλύτερες αποστάσεις από τον πυρήνα, υπό την προϋπόθεση ότι αυτές είναι καθορισμένες (διεγερμένες στάθμες).



Αν γνωρίζεται ότι η ακτίνα της τροχιάς του ηλεκτρονίου στην 1η διεγερμένη στάθμη είναι $r = 4r_0$, τότε ο λόγος της συχνότητας περιφοράς του ηλεκτρονίου στην Θεμελιώδη στάθμη (f_0) προς την συχνότητα του ηλεκτρονίου στην 1η διεγερμένη στάθμη (f_1) θα είναι:

$$\text{(a)} \quad \frac{f_0}{f_1} = 8$$

Ανάμεσα στο ηλεκτρόνιο και το πρωτόνιο ασκείται ηλεκτρική δύναμη Coulomb:

$$F_{\eta\lambda} = k_c \frac{|q_p| \cdot |q_e|}{r^2} = k_c \frac{e^2}{r^2}$$

Το ηλεκτρόνιο εκτελεί Κυκλική κίνηση εξαιτίας της ηλεκτρικής έλξης του πυρήνα. Άρα:

$$F_{\text{κεντ}} = F_{\eta\lambda} \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = k_c \frac{e^2}{r^2} \Rightarrow m\omega^2 r = k_c \frac{e^2}{r^2} \Rightarrow \omega^2 = k_c \frac{e^2}{mr^3} \Rightarrow \omega = \sqrt{k_c \frac{e^2}{mr^3}}$$

Για τις δύο στάθμες θα ισχύει ότι:

$$\frac{\omega_o}{\omega_1} = \frac{\sqrt{k_c \frac{e^2}{mr_o^3}}}{\sqrt{k_c \frac{e^2}{mr^3}}} = \sqrt{\frac{r^3}{r_o^3}} = \sqrt{\frac{(4r_o)^3}{r_o^3}} = \sqrt{4^3} = \sqrt{4 \cdot 4^2} \Rightarrow \frac{\omega_o}{\omega_1} = 8 \Rightarrow \frac{2\pi f_o}{2\pi f_1} = 8$$

Θέμα Γ

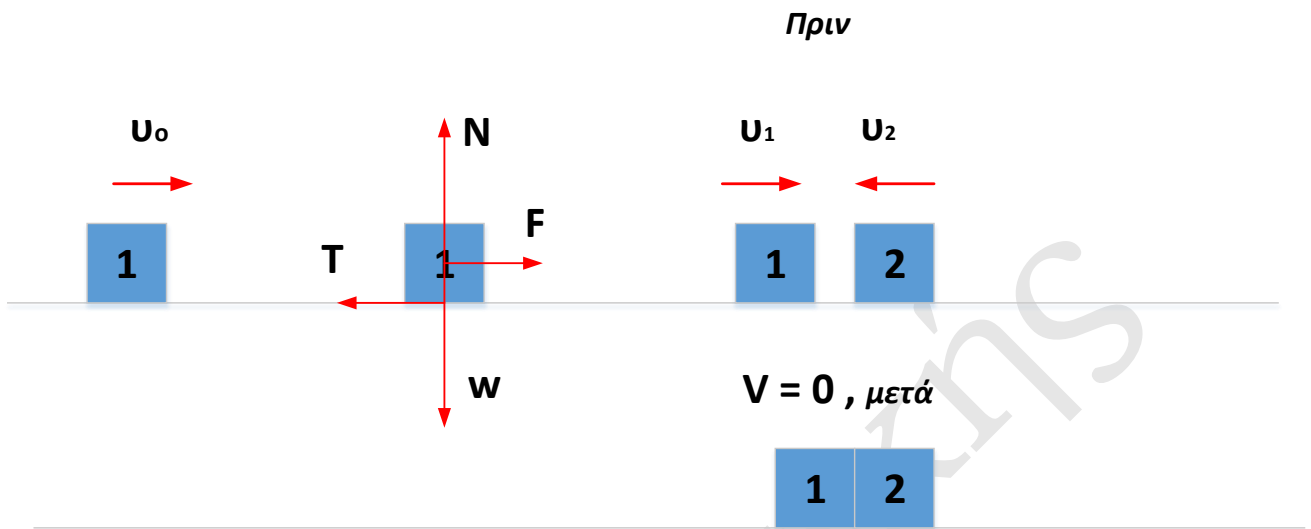
Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{kg}$ ξεκινά να κινείται με ταχύτητα μέτρου v_o σε οριζόντιο δάπεδο που εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0,2$ με την βοήθεια σταθερής δύναμης $F = 5\text{N}$. Αφού διανύσει διάστημα $s = 1\text{m}$ καταργείται η δύναμη F ενώ ταυτόχρονα συναντά δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2\text{kg}$, το οποίο έχει ταχύτητα $v_2 = 4\text{m/s}$ αντίθετης φοράς από την v_o .

Τα δυο σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά και το συσσωμάτωμα που προκύπτει παραμένει ακίνητο. Να βρεθούν:

Γ.1 Η ταχύτητα του m_1 λίγο πριν την κρούση.

Εφαρμόζω την Διατήρησης της Ορμής για την κρούση:

$$\vec{P}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{P}_{\text{ολ(μετά)}} \Rightarrow m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0 \Rightarrow v_1 = 8\text{m/s}$$



Γ.2 Η μεταβολή της ορμής του Σ_2 και του Σ_1 εξαιτίας της κρούσης.

$$\Delta P_1 = P_{1\text{μετα}} - P_{1\text{πριν}} = 0 - m_1 v_1 = -8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Delta P_2 = P_{2\text{μετα}} - P_{2\text{πριν}} = 0 - m_2 v_2 = +8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Γ.3 Η δύναμη που άσκησε το Σ_1 στο Σ_2 και το Σ_2 στο Σ_1 κατά την διάρκεια της κρούσης, αν η κρούση διήρκεσε $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$.

$$F_{12} = \frac{\Delta P_2}{\Delta t} = +800 \text{ N}$$

Και εξαιτίας της "Δράσης - Αντίδρασης" $F_{21} = -F_{12}$

Γ.4 Το μέτρο της αρχικής ταχύτητα \vec{v}_0 .

Το σώμα κινείται οριζόντια οπότε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w \Rightarrow N = m_1 g \Rightarrow T = \mu N = \mu m_1 g = 2N$$

Το Σ_1 επιταχύνεται, λίγο πριν την κρούση έχει ταχύτητα v_1 . Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας:

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_o^2 = (F - T)S \Rightarrow v_o = \sqrt{58} \text{ m/s}$$

Γ.5 Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας Σ_1 εξαιτίας της κίνησης του στο οριζόντιο δάπεδο και της πλαστικής κρούσης.

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = 0 - \frac{1}{2} m_1 v_o^2 \Rightarrow \Delta K = 29J$$

Θέμα Δ

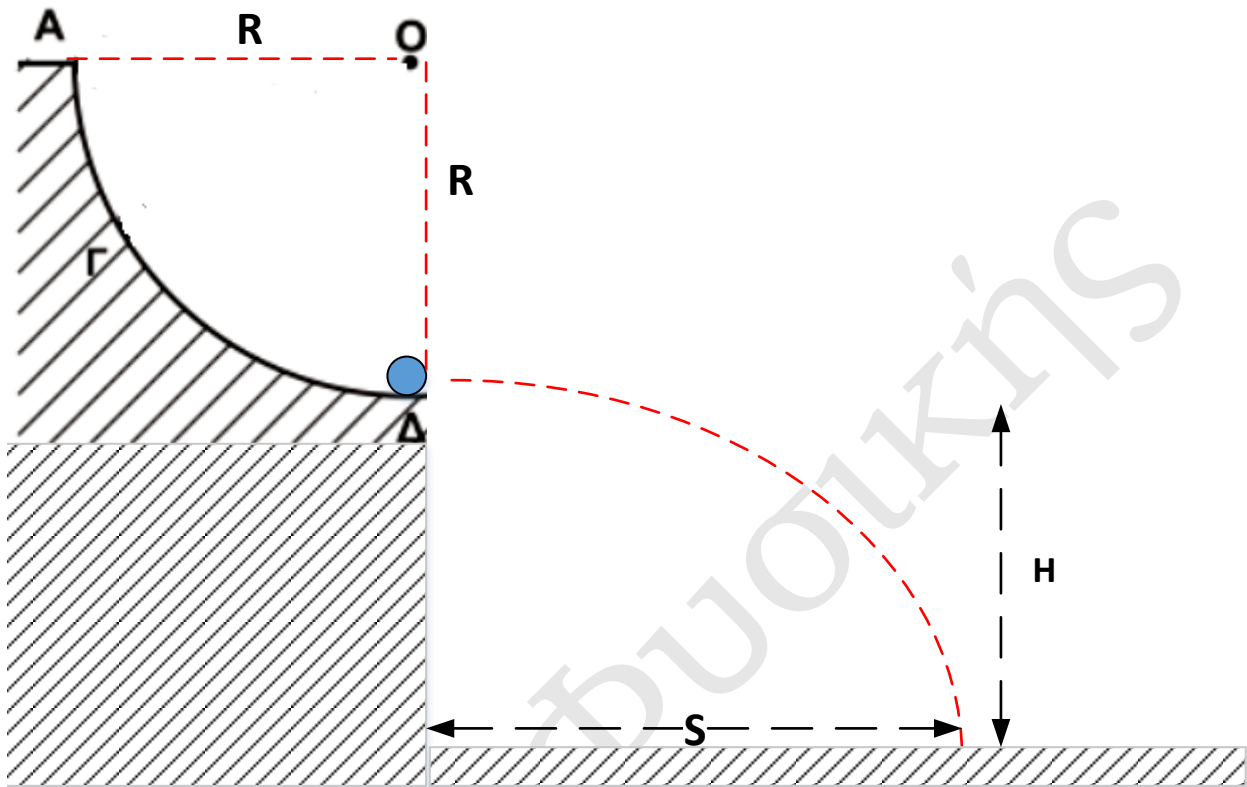
Μικρό σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων και μάζας $M = 9kg$ ηρεμεί στο κάτω άκρο λείου μεταλλικού οδηγού ακτίνας $R = 2m$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα φέρει εκρηκτικό μηχανισμό ο οποίος ενεργοποιείται την $t_o = 0$ με αποτέλεσμα το σφαιρίδιο να διασπάται σε δύο μέρη με το (1) να έχει μάζα $m_1 = 6kg$ και το (2) μάζα m_2 . Το (1) αμέσως μετά την έκρηξη θα κινηθεί πάνω στον οδηγό, μένοντας συνεχώς σε επαφή ενώ το (2) εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα εκτελώντας στην συνέχεια καμπυλόγραμμη κίνηση.

Αν το ύψος στο οποίο βρίσκεται ο οδηγός είναι $H = 1,8m$ από την επιφάνεια του εδάφους και μετά την έκρηξη το m_2 φτάνει σε οριζόντια απόσταση $s = 6m$ από την αρχική θέση τότε να υπολογίσετε:

Δ.1 Την ταχύτητα εκτόξευσης του τμήματος (2).

Το τμήμα (2) εκτελεί οριζόντια βολή, οπότε θα φτάνει στο έδαφος σε χρόνο t έχοντας διανύσει μέγιστη οριζόντια απόσταση $x = s$

$$y = h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,6s, \quad x = v_2 t \Rightarrow v_2 = \frac{s}{t} = 10m/s$$



Δ.2 Την κάθετη δύναμη που θα ασκηθεί στο τμήμα (1) αμέσως μετά την έκρηξη από τον οδηγό.

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την έκρηξη προκύπτει:

$$\vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετά)} \Rightarrow m_2 v_2 - m_1 v_1 = 0 \Rightarrow v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2 = 5 \text{ m/s}$$

* Όπου βέβαια $m_2 = M - m_1$

Το τμήμα (2) εκτελεί Κυκλική Κίνηση, στην οποία ασκούνται το βάρος και η κάθετη δύναμη από τον οδηγό.

$$\Sigma F_y = F_{κεντρ} \Rightarrow N - m_1 g = m_1 \frac{v_1^2}{R} \Rightarrow N = 135 \text{ N}$$

Δ.3 Την ενέργεια που απελευθερώθηκε από τον εκρηκτικό μηχανισμό.

$$E = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \left(\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2\right) - 0 = -75J$$

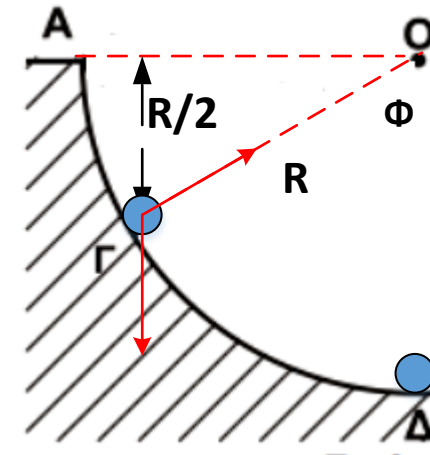
Δ.4 Την εξίσωση της τροχιάς $y = f(x)$ που θα εκτελέσει το τμήμα (2).

$$x = v_2t \Rightarrow t = \frac{x}{v_2}, y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_2}\right)^2 \Rightarrow y = \frac{x^2}{20} \quad (S.I)$$

Δ.5 Την κάθετη δύναμη που ασκεί ο ημισφαιρικός οδηγός στο τμήμα (1) την χρονική στιγμή που διέρχεται από το σημείο Γ. Δίνεται ότι η κατακόρυφη απόσταση του σημείου Γ από το σημείο Δ είναι $\frac{R}{2}$

Όταν το σώμα ανέλθει στο σημείο Γ έχει αποκτήσει ταχύτητα v την οποία θα βρω με το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας.

$$\frac{1}{2}m_1v^2 - \frac{1}{2}m_1v_1^2 = -m_1g\frac{R}{2} \Rightarrow v = \sqrt{5}m/s$$



Από το σχήμα προκύπτει ότι:

$$\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{\frac{R}{2}}{R} = \frac{1}{2}$$

Επειδή η κίνηση γίνεται σε κυκλική τροχία:

$$\Sigma F_y = F_{\text{κεντρ}} \Rightarrow N - w_y = m_1 \frac{v^2}{R} \Rightarrow N = m_1 \frac{v^2}{R} + m_1 g \sigma\upsilon\nu\phi \Rightarrow N = 45\text{N}$$