
Τρέχον Αρμονικό Κύμα

3ο Σετ Ασκήσεων - Οκτώβρης 2015

Επιμέλεια: Δρ. Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου, Φυσικός

<http://www.perifysikhs.com>

1. Θέμα Α - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1.1. Κατά τη διάδοση ενός κύματος σε ένα ελαστικό μέσο:

- α. μεταφέρεται ύλη
- β. μεταφέρεται μόνο ενέργεια
- γ. όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου έχουν, την ίδια χρονική στιγμή, την ίδια φάση.
- δ. μεταφέρονται ενέργεια και ορμή με ορισμένη ταχύτητα.

1.2. Όταν ένα κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης, τότε μεταβάλλεται:

- α. η ταχύτητα και το μήκος κύματος του
- β. η συχνότητα και το μήκος κύματος του
- γ. μόνο η ταχύτητα του
- δ. μόνο το μήκος κύματος του.

1.3. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα χωρίς απώλειες ενέργειας:

- α. Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος
- β. Κατά μήκος του ελαστικού μέσου σχηματίζονται πυκνώματα και αραιώματα.
- γ. Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- δ. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $v = \omega A$.

1.4. Αν η συχνότητα των ταλαντώσεων της πηγής παραγωγής ενός αρμονικού κύματος που διαδίδεται σε ένα ελαστικό μέσο διπλασιαστεί, τότε θα :

- α. διπλασιαστεί το πλάτος του
- β. διπλασιαστεί η περίοδος του
- γ. υποδιπλασιαστεί η ταχύτητα του
- δ. υποδιπλασιαστεί το μήκος κύματος του.

1.5. Κατά τη διάδοση ενός αρμονικού κύματος πάνω σε ένα γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο:

- α. Η απομάκρυνση των διαφόρων σημείων του μέσου είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου.
- β. Όλα τα σημεία του μέσου έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια φάση.
- γ. Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δύο ορισμένων σημείων του μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι σταθερή.
- δ. Οι θέσεις των σημείων του μέσου σε μια ορισμένη χρονική στιγμή αποτελούν το στιγμιότυπο του κύματος.

1.6. Ένα αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$. Το στιγμιότυπο του κύματος παριστάνει:

- α. την απομάκρυνση y των διαφόρων σημείων του μέσου, ως συνάρτηση της απόστασης τους x από την πηγή, μια ορισμένη χρονική στιγμή.
- β. την απομάκρυνση y ενός σημείου του ελαστικού μέσου, ως συνάρτηση του χρόνου t .
- γ. την ταχύτητα της ταλάντωσης των διαφόρων σημείων του μέσου, ως συνάρτηση της απόστασης τους x από την πηγή, μια ορισμένη χρονική στιγμή.
- δ. την ταχύτητα της ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου, ως συνάρτηση του χρόνου t .

1.7. Σ' ένα γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο διαδίδεται αρμονικό κύμα με μήκος κύματος λ . Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δύο σημείων του μέσου που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\frac{\lambda}{2}$ είναι:

α. $\frac{\pi}{2}$

β. $\frac{\pi}{4}$

γ. π

δ. 2π

1.8. Ένα αρμονικό κύμα περιγράφεται από την εξίσωση

$$y = 0,1\eta\mu 2\pi(2t - 0,1x)(S.I)$$

Η διαφορά φάσης της ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου σε δύο χρονικές στιγμές που διαφέρουν κατά $\Delta t = 1/6s$, είναι ίση με:

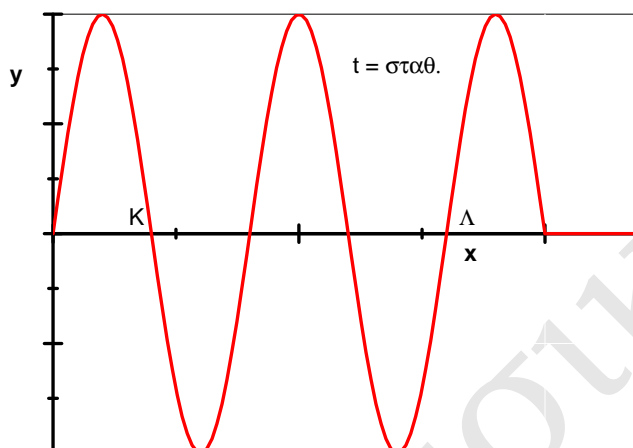
α. $\frac{3\pi}{2}$

β. $\frac{2\pi}{3}$

γ. $\frac{\pi}{2}$

δ. π

- 1.9.** Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t . Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Κ και Λ του μέσου είναι:



α. $\Delta\phi = \frac{3\pi}{2}$

β. $\Delta\phi = 0$

γ. $\Delta\phi = 3\pi$

δ. εξαρτώμενη από την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

- 1.10.** Η εξίσωση γραμμικού αρμονικού κύματος είναι $y = 0,1\eta\mu 2\pi(2t - 0,1x)(S.I.)$.

α. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $20\ m/s$.

β. Η απόσταση δύο σημείων, τα οποία κάποια χρονική στιγμή έχουν διαφορά φάσης $\frac{3\pi}{2}$, είναι $d = 15m$.

γ. Η διαφορά φάσης ενός σημείου μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_1 = 20s$ και $t_2 = 25s$ είναι $5\pi rad$.

δ. Το πλησιέστερο προς την πηγή του κύματος σημείο, που ταλαντώνεται σε αντίθεση φάσης μ' αυτήν, απέχει από την πηγή $5m$.

- 1.11.** Η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος, που διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου στη διεύθυνση του ημιάξονα Ox είναι

$$y = 10\eta\mu 2\pi(10t - 20x) \quad (x, y \text{ σε } cm, t \text{ σε } s).$$

α. Η περίοδος του κύματος είναι $0,5s$.

β. Το μήκος κύματος του κύματος είναι $\lambda = 20m$.

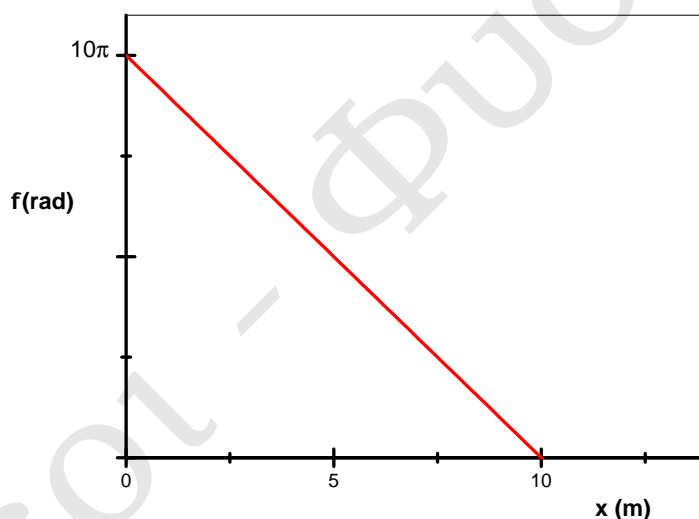
γ. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $v = 0,5m/s$.

δ. Ένα σημείο που απέχει από την πηγή $5cm$ καθυστερεί φασικά κατά $\frac{\pi}{4} rad$.

1.12. Κατά μήκος του άξονα $x'x$, και κατά την αρνητική του κατεύθυνση διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η αρχή Ο του άξονα αρχίζει την $t = 0$ να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Οι φάσεις της ταλάντωσης δύο σημείων Μ και Ν του μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι $\phi_M = \frac{9\pi}{2}$ και $\phi_N = \frac{3\pi}{2}$ αντίστοιχα.

- Η εξίσωση που περιγράφει το κύμα είναι $y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda})$
- Το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο Μ προς το σημείο Ν.
- Η απόσταση ανάμεσα στα σημεία Μ και Ν είναι περιττό πολλαπλάσιο του $\lambda/2$.
- Η γραφική παράσταση της εξίσωσης $y = f(t)$ για $x = \text{σταθ.}$ εκφράζει την περιοδικότητα που παρουσιάζει η κίνηση ενός σημείου του μέσου.

1.13. Στο διάγραμμα του οχήματος δίνεται η γραφική παράσταση $\phi = f(x)$ κατά τη χρονική στιγμή $t = 2s$, για ένα αρμονικό κύμα που παράγεται στη θέση $x = 0$ τη χρονική στιγμή $t = 0$.



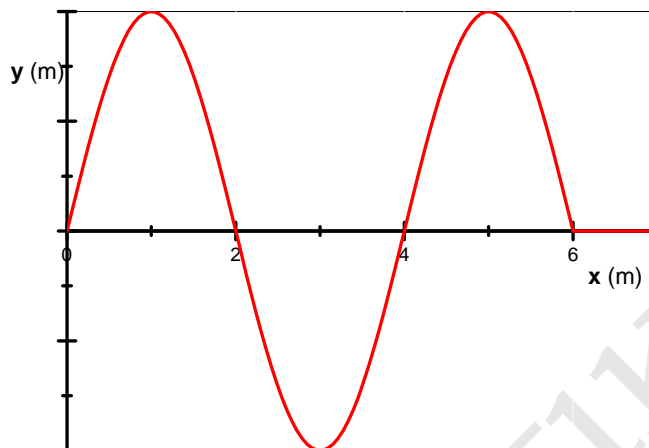
Το μήκος κύματος του κύματος είναι:

- $1m$
- $2m$
- $5m$
- $10m$

1.14. Μια πηγή Ο που βρίσκεται στη θέση $x = 0$ του άξονα $x'x$, αρχίζει, την $t = 0$, να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 0,04\eta\mu 4\pi t (S.I.)$. Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα με ταχύτητα $v = 50m/s$,

- Η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι $y = 0,04\eta\mu 2\pi(2t - \frac{x}{25})(S.I.)$.
- Το σημείο Μ, που απέχει από την πηγή του κύματος απόσταση $x = 500m$, θα αρχίσει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 10s$.
- Το σημείο Μ, την $t_2 = 20s$, θα έχει ταχύτητα $v_M = -16\pi cm/s$.
- Το σημείο Μ καθυστερεί φασικά της πηγής κατά $30\pi rad$.

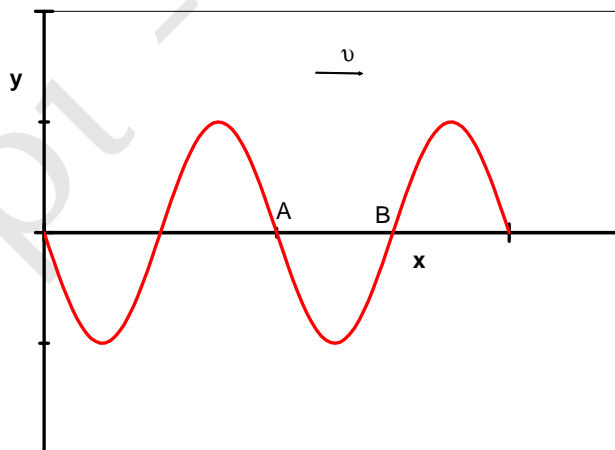
- 1.15.** Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει το στιγμιότυπο ενός αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή $t = 10s$. Το σημείο Ο άρχισε να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$.



Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος στο ελαστικό μέσο είναι:

- α. $0,2m/s$ β. $20m/s$ γ. $0,6m/s$ δ. $60m/s$

- 1.16.** Το διπλανό σχήμα παριστάνει το στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος, το οποίο διαδίδεται προς τα δεξιά την $t = 2T$.



Προς ποια κατεύθυνση κινούνται τα σημεία A και B του ελαστικού μέσου ;

- α. και τα δύο σημεία κινούνται προς τα πάνω.
 β. και τα δύο σημεία κινούνται προς τα κάτω.
 γ. το σημείο A κινείται προς τα πάνω και το σημείο B προς τα κάτω.
 δ. το σημείο A κινείται προς τα κάτω και το σημείο A προς τα πάνω.

2. Θέμα Β - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

2.1. Δύο μηχανικά κύματα ίδιας συχνότητας διαδίδονται σε ελαστική χορδή. Αν λ_1 και λ_2 τα μήκη κύματος αυτών των κυμάτων ισχύει :

α. $\lambda_1 < \lambda_2$

β. $\lambda_1 > \lambda_2$

γ. $\lambda_1 = \lambda_2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.2. Η γραφική παράσταση της φάσης σε συνάρτηση με το χρόνο, για ένα σημείο (διαφορετικό της πηγής Ο) ενός ελαστικού γραμμικού μέσου στο οποίο διαδίδεται ένα εγκάρσιο γραμμικό αρμονικό κύμα, κατά τη θετική φορά, είναι μία ευθεία :

α. αύξουσα.

β. φθίνουσα.

γ. παράλληλη στον άξονα t .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.3. Η γραφική παράσταση της φάσης των διαφόρων σημείων ενός γραμμικού ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται, προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x' , ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, σε συνάρτηση με την απόστασή τους από την πηγή Ο, κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, είναι μία ευθεία :

α. παράλληλη στον άξονα x .

β. φθίνουσα.

γ. αύξουσα.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.4. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδεται αρμονικό εγκάρσιο κύμα προς τη θετική κατεύθυνση. Αν λ το μήκος κύματος και T η περίοδος αυτού του κύματος, τότε η διαφορά φάσης $\Delta\phi$ μεταξύ δύο χρονικών στιγμών t_1 και t_2 με $t_2 > t_1$, ενός σημείου του μέσου το οποίο ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t' < t_1$, δίνεται από τη σχέση :

α. $2\pi \frac{t_2 - t_1}{T}$

β. $\pi \frac{t_2 - t_1}{T}$

γ. $2\pi \frac{t_2 - t_1}{\lambda}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.5. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδεται αρμονικό εγκάρσιο κύμα προς τη θετική κατεύθυνση. Αν λ το μήκος κύματος και T η περίοδος αυτού του κύματος, τότε η διαφορά φάσης $\Delta\phi$ την ίδια χρονική στιγμή μεταξύ δύο σημείων του μέσου τα οποία έχουν ξεκινήσει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t' < t_1$ και που απέχουν απόσταση Δx δίνεται από την σχέση :

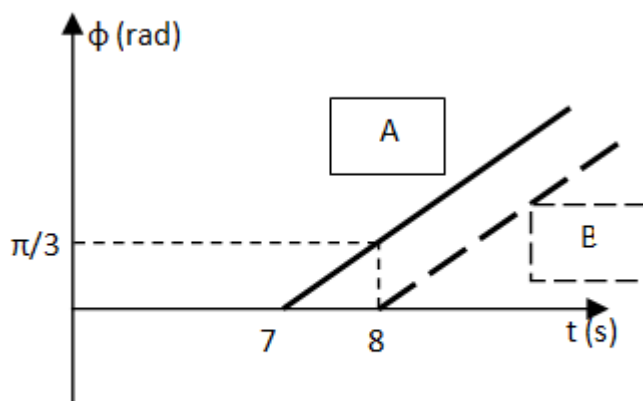
α. $2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$

β. $\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$

γ. $\pi \frac{\Delta x}{2T}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.6.** Οι διπλανές γραφικές παραστάσεις αναφέρονται στη μεταβολή της φάσης σε συνάρτηση με το χρόνο δύο σημείων A και B ενός γραμμικού ελαστικού ομογενούς μέσου στο οποίο διαδίδεται αρμονικό εγκάρσιο κύμα. Αν τα σημεία A και B θεωρηθούν υλικά σημεία ίδιας μάζας, για την κινητική ενέργεια ταλάντωσης K την χρονική στιγμή $t = 8\text{ s}$, θα ισχύει:



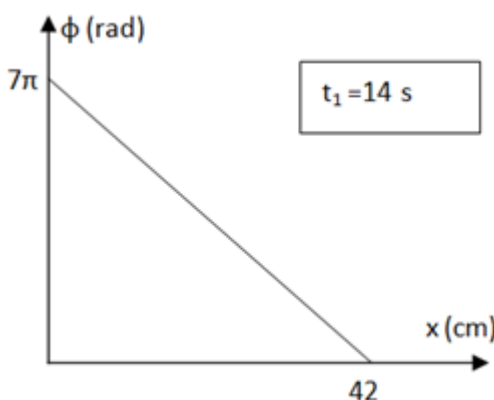
α. $K_A < K_B$

β. $K_A = K_B$

γ. $K_A > K_B$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.7.** Η παρακάτω γραφική παράσταση αναφέρεται στη μεταβολή της φάσης ϕ σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή γραμμικού αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 14\text{ s}$:



- 1.** Η περίοδος του κύματος είναι ίση με:

α. 1 s

β. 2 s

γ. 4 s

- 2.** Το μήκος κύματος είναι ίσο με:

α. 10cm

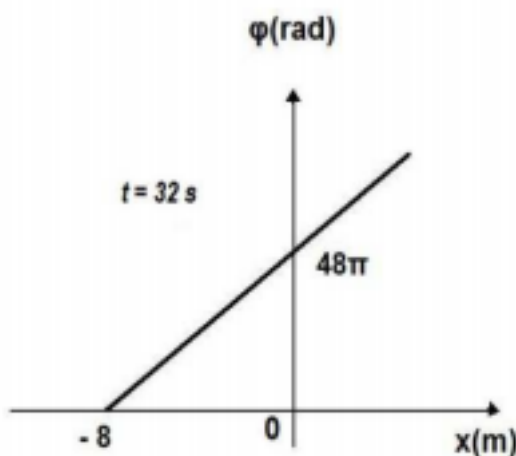
β. 12cm

γ. 14cm

Να θεωρήσετε ότι η πηγή του κύματος βρίσκεται στη θέση O ($x = 0$) και τη χρονική στιγμή $t = 0$ ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας της με θετική ταχύτητα.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.8.** Δίνεται η γραφική παράσταση $\phi(x)$ για αρμονικό κύμα μηδενικής φάσης που διαδίδεται σε μια χορδή, την χρονική στιγμή $t = 32s$.



Για την χρονική στιγμή t ισχύει:

- α. Το σημείο O που είναι η αρχή των αξόνων ξεκινά να ταλαντώνεται και το κύμα διαδίδεται προς τα αρνητικά.
- β. Το σημείο O που είναι η αρχή των αξόνων έχει πραγματοποιήσει 24 πλήρεις ταλαντώσεις και το κύμα διαδίδεται προς τα αρνητικά.
- γ. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $0,25m/s$ και το κύμα διαδίδεται προς τα θετικά.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **ΟΕΦΕ 2015**

- 2.9.** Δύο αρμονικά εγκάρσια κύματα (1) και (2) διαδίδονται σε ελαστική χορδή κατά την θετική κατεύθυνση. Αν είναι γνωστό ότι το πλάτος και το μήκος του δεύτερου κύματος είναι διπλάσια του πρώτου (δηλ $A_2 = 2A_1$, $\lambda_2 = 2\lambda_1$), τότε για τα μέτρα των μέγιστων επιταχύνσεων ταλάντωσης των μορίων της ελαστικής χορδής θα ισχύει:

α. $\frac{\alpha_{max1}}{\alpha_{max2}} = 2$

β. $\frac{\alpha_{max1}}{\alpha_{max2}} = 4$

γ. $\frac{\alpha_{max1}}{\alpha_{max2}} = \frac{1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.10.** Το άκρο Ο ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του ημιάξονα Ox , αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση: $y = 5\eta\mu 2\pi t$ (το y σε cm και το t σε s). Η ταλάντωση του σημείου Ο διαδίδεται στο μέσο με ταχύτητα $v = 1m/s$. Σημείο Β του μέσου απέχει από το Ο κατά $x = 1m$. Η ταχύτητα του σημείου Β του μέσου τις χρονικές στιγμές $t_1 = 0,5s$ και $t_2 = 2s$ έχει τιμές, αντίστοιχα:

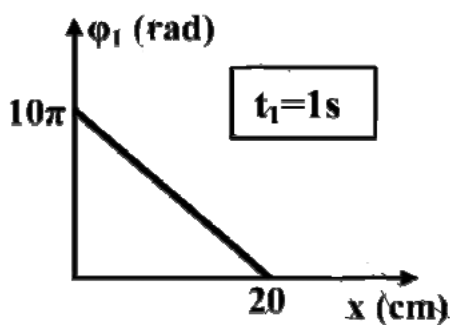
α. $v_1 = -0,1\pi m/s$ και $v_2 = -0,1\pi m/s$

β. $v_1 = 0m/s$ και $v_2 = 0,1\pi m/s$

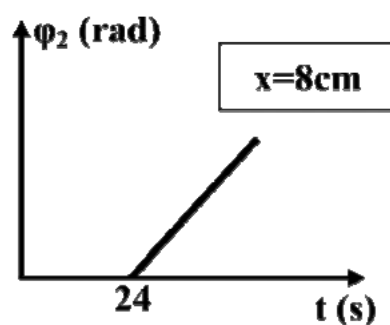
γ. $v_1 = -0,1\pi m/s$ και $v_2 = 0,1\pi m/s$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Θέματα Ομογενών 2015**

- 2.11.** Τα άκρα $O_1(x = 0)$ και $O_2(x = 0)$ δύο γραμμικών ελαστικών μέσων 1 και 2 αντίστοιχα εκτελούν ταλάντωση σύμφωνα με την εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$ και παράγονται εγκάρσια κύματα. Στο **σχήμα 1** φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης των σημείων του ελαστικού μέσου του κύματος 1 σε συνάρτηση με την θέση x των σημείων αυτών την χρονική στιγμή $t_1 = 1s$. Στο **σχήμα 2** φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης σε συνάρτηση με τον χρόνο στον οποίο διαδίδεται κύμα, ενός σημείου που βρίσκεται στη θέση $x = 8cm$ του ελαστικού μέσου 2.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Αν το κύμα διαδίδεται στο μέσο 1 με ταχύτητα v_1 και στο μέσο 2 με ταχύτητα v_2 , ο λόγος των μέτρων των δύο ταχυτήτων $\frac{v_1}{v_2}$ των μέτρων των δύο ταχυτήτων διάδοσης των κυμάτων είναι:

α. $\frac{v_1}{v_2} = 20$

β. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{60}$

γ. $\frac{v_1}{v_2} = 60$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **ΟΕΦΕ 2015**

3. Θέμα Γ - Ασκήσεις

3.1. Το σημείο Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, που περιγράφεται από την εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Το κύμα που δημιουργεί, διαδίδεται κατά μήκος ομογενούς γραμμικού ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά. Αν είναι γνωστό ότι:

- το σημείο Ο περνάει από τη θέση ισορροπίας του 30 φορές το λεπτό,
- η ολική ενέργεια ταλάντωσης της πηγής Ο είναι $2 \cdot 10^{-4} J$,
- κάθε στοιχειώδες τμήμα του ελαστικού μέσου θεωρείται υλικό σημείο μάζας $m = 1g$ και
- το κύμα φτάνει στο σημείο Σ, που απέχει από το Ο απόσταση $4m$, τη χρονική στιγμή $t = 2s$,

να υπολογίσετε:

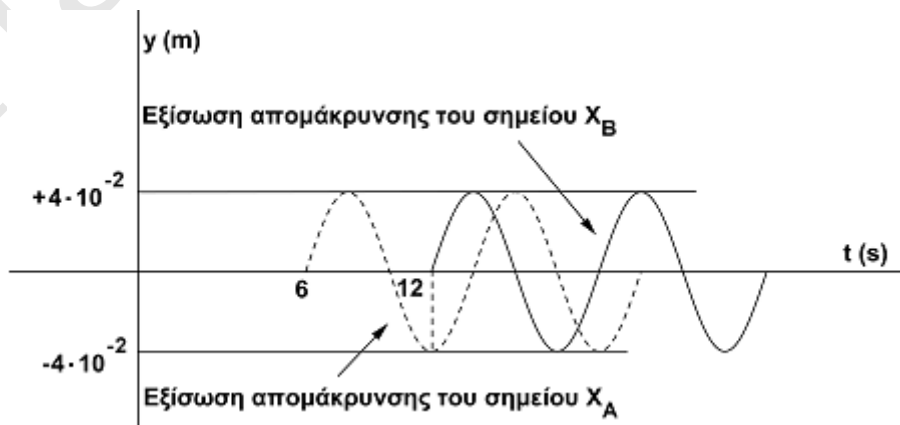
- α. την περίοδο του κύματος.
- β. το πλάτος του κύματος.
- γ. την ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος.
- δ. Να γράψετε την εξίσωση αυτού του κύματος.

Δίνεται ότι : $\pi^2 \simeq 10$

3.2. Εγκάρσιο γραμμικό κύμα που διαδίδεται σε ένα ομογενές ελαστικό μέσον και κατά τη θετική κατεύθυνση έχει εξίσωση $y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu(\pi t - 5\pi x)$, (S.I.). Η πηγή Ο δημιουργίας αυτού του κύματος βρίσκεται στη θέση $x = 0$ του άξονα $x'Ox$. Θεωρούμε ότι ένα σημείο Σ του ελαστικού μέσου βρίσκεται σε απόσταση $d = 0,3m$ από το Ο.

- α. Να υπολογισθούν το πλάτος Α, η περίοδος Τ και το μήκος λ του κύματος.
- β. Αν η πηγή του κύματος αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή $t = 0$:
 1. Ποια χρονική στιγμή φτάνει το κύμα στο σημείο Σ;
 2. Να βρεθεί η φάση και η απομάκρυνση του Σ τη στιγμή $t_1 = 2s$.
- γ. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο.
- δ. Να βρεθεί η απόσταση κατά τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος ενός ελαχίστου (κοιλιάδας) και του μεθεπόμενου μεγίστου (όρους).

- 3.3.** Η φάση γραμμικού αρμονικού κύματος που διαδίδεται σε ομογενές ελαστικό μέσο με πλάτος $A = 0,4m$, δίνεται από τη σχέση: $\phi = 5\pi t - \frac{5\pi x}{3}$ (S.I.). Κάποια χρονική στιγμή t_1 η φάση ενός σημείου Κ με απόσταση από την πηγή $x_K = 3,9m$, είναι ίση με $2,5\pi rad$.
- Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 .
 - Μέχρι που θα έχει διαδοθεί το κύμα εκείνη τη στιγμή;
 - Αν τα στοιχειώδη τμήματα του ελαστικού μέσου θεωρηθούν υλικά σημεία μάζας $m = 2 \cdot 10^{-3}kg$ το καθένα, πόση είναι η ολική ενέργεια ταλάντωσης καθενός από αυτά;
 - Να παρασταθεί το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 και να υπολογίσετε την απευθείας απόσταση μεταξύ του σημείου Κ και ενός άλλου σημείου Λ με $x_\Lambda = 3,6m$ τότε.
- 3.4.** Αρμονικό κύμα με εξίσωση $y = 0,2\eta\mu\pi(5t - 0,04x)$ (y σε m , t σε s , x σε cm) διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$.
- να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος καθώς και τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου.
 - να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες: **i)** το στιγμιότυπο του κύματος στο θετικό ημιάξονα τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,7s$. **ii)** τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του υλικού σημείου Μ ($x_M = 1,75m$) από τη Θ.Ι. του σε συνάρτηση με τον χρόνο.
 - να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των υλικών σημείων Μ και Λ ($x_\Lambda = 2,5m$) του ελαστικού μέσου για κάθε χρονική στιγμή μετά την έναρξη της ταλάντωσης και των δύο σημείων.
 - να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του υλικού σημείου Μ τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του από τη Θ.Ι. του ισούται με $0,1m$.
- 3.5.** Οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις αναφέρονται στην ταλάντωση δύο σημείων Α και Β ενός ομογενούς γραμμικού ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα προς τη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα $v = 2m/s$.



- α. Να υπολογίσετε το πλάτος A του κύματος.
- β. Να προσδιορίσετε τις θέσεις x_A και x_B των σημείων A και B .
- γ. Να βρείτε το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του σημείου A .
- δ. Ποια είναι η φάση του σημείου A την χρονική στιγμή $t_1 = 12s$;

Δίνεται: $\pi^2 \simeq 10$. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην θέση $x = 0$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$ ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας της με θετική ταχύτητα.

- 3.6.** Αρμονικό εγκάρσιο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση $y = 4 \cdot 10^{-2} \eta \mu 2\pi(t - \frac{x}{2})$ (S.I.) διαδίδεται σε ομογενή ελαστική χορδή που ταυτίζεται με τον ημιάξονα Ox . Τη χρονική στιγμή $t = 0$, το σημείο O ($x = 0$) αρχίζει την ταλάντωση του με μέγιστη θετική ταχύτητα.

- α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα, το μήκος κύματος και την ταχύτητά διάδοσης του κύματος.
- β. Για το σημείο A της χορδής που βρίσκεται στην θέση $x = 4m$, να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητα σε συνάρτηση με τον χρόνο και να την σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 4s$.
- γ. Αν θεωρήσουμε ότι στο σημείο A υπάρχει στοιχειώδης μάζα $2 \cdot 10^{-3}kg$, να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης και να σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες τη δυναμική ενέργεια της στοιχειώδους μάζας σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 4s$.
- δ. Τη χρονική στιγμή $t = 4s$, να βρείτε την οριζόντια απόσταση από το σημείο O εκείνου του σημείου το οποίο περνά από την απομάκρυνση $2 \cdot 10^{-2}m$ με θετική ταχύτητα για 1η φορά.

- 3.7.** Σε ελαστική χορδή η οποία ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα προς τη θετική φορά. Το υλικό σημείο της χορδής που βρίσκεται στην αρχή O του άξονα αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ με μέγιστη θετική ταχύτητα και φθάνει, κατά την διάρκεια της ταλάντωσης του, σε μέγιστη απόσταση $5mm$ από την θέση ισορροπίας του. Επίσης, το εν λόγω σημείο εκτελεί 15 πλήρεις ταλαντώσεις σε χρόνο $0,5s$. Τη χρονική στιγμή t_1 οι φάσεις των υλικών σημείων M και N της χορδής είναι $\phi_M = \frac{13\pi}{6}rad$ και $\phi_N = \frac{7\pi}{3}rad$, αντίστοιχα. Εάν η απόσταση των θέσεων ισορροπίας των υλικών σημείων M και N της χορδής είναι $\Delta x = 10cm$ τότε:

- α. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος.
- β. Να αποδείξετε ότι το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο N προς το σημείο M .
- γ. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο προπορεύεται η ταλάντωση του σημείου N σχετικά με την ταλάντωση του σημείου M .
- δ. Να υπολογίσετε την οριζόντια απόσταση από το υλικό σημείο N που απέχει ένα υλικό σημείο Λ της χορδής το οποίο τη χρονική στιγμή t_1 έχει φάση $\phi_\Lambda = 3\pi rad$.

4. Θέμα Δ - Προβλήματα

- 4.1.** Εγκάρσιο γραμμικό κύμα που διαδίδεται σε ένα ελαστικό ομογενές μέσον κατά τη θετική κατεύθυνση και έχει εξίσωση:

$$y = 6 \cdot 10^{-2} \eta\mu(2\pi t - 10\pi x) \quad , (S.I.)$$

Η πηγή Ο παραγωγής αυτού του κύματος βρίσκεται στη θέση $x = 0$ του ημιάξονα Ox και τη χρονική στιγμή $t = 0$ ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας της με θετική ταχύτητα.

- Να υπολογισθούν το πλάτος A , η περίοδος T , το μήκος κύματος λ και η ταχύτητα διάδοσης v του κύματος.
- Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης και της φάσης ενός σημείου Σ που απέχει $x_{\Sigma} = 0,4m$ από το O σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνουν οι γραφικές τους παραστάσεις.
- Αν το Σ θεωρηθεί υλικό σημείο με μάζα $m = 10^{-3}kg$ να εκφραστεί η κινητική του ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Πόσο απέχουν μεταξύ τους δύο σημεία M και N που έχουν την ίδια χρονική στιγμή φάσεις $\phi_M = \frac{2\pi}{3}rad$ και $\phi_N = \frac{\pi}{2}rad$;
- Να παρασταθεί το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 2,75s$.

- 4.2.** Μια πηγή O αρχίζει να εκτελεί, τη χρονική στιγμή $t = 0$, απλή αρμονική ταλάντωση. Το παραγόμενο από την πηγή γραμμικό αρμονικό κύμα, διαδίδεται σε ελαστικό ομογενές μέσο, προς τη θετική φορά του $x'Ox$. Τα σημεία του μέσου ταλαντώνονται εξαιτίας του κύματος και έχουν εξίσωση επιτάχυνσης:

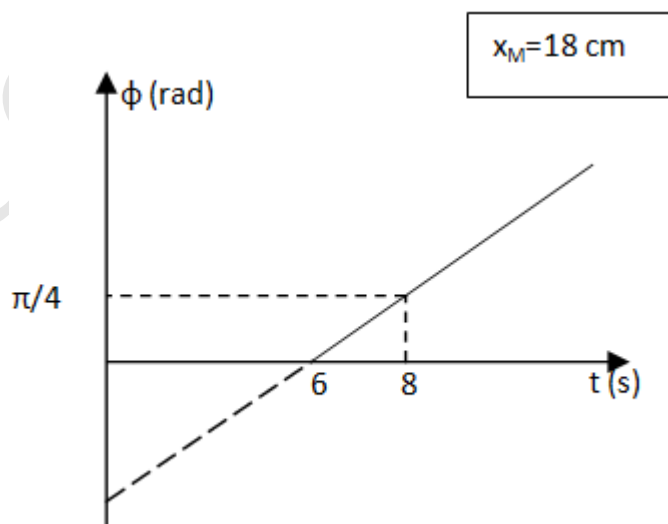
$$a = -\pi^2 \cdot 10^{-4} \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{2} - \frac{x}{4} \right) \quad (S.I.)$$

- Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα του κύματος.
- Να βρείτε την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου και την ταχύτητα διάδοσης αυτού του κύματος.
- Πότε θα βρίσκεται για 1η φορά στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης του ένα σημείο K που βρίσκεται σε απόσταση $x_K = 10m$ από την πηγή O .
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης ενός άλλου σημείου Λ που βρίσκεται σε απόσταση x_{Λ} από την πηγή O , κάποια στιγμή που το K θα βρίσκεται στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης του.

4.3. Κατά μήκος ελαστικής χορδής, η οποία θεωρούμε ότι ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του υλικού σημείου της χορδής που βρίσκεται στην αρχή O ($x = 0$) του άξονα είναι $y_o = A\eta\mu(100\pi t)$ (S.I.), ενώ η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης ενός υλικού σημείου K της χορδής είναι $y_k = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{3})$ (S.I.). Η θέση ισορροπίας του K βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα Ox' και απέχει από την αρχή O απόσταση $d = 0,3m$.

- Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- Να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος, εάν γνωρίζετε ότι η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των υλικών σημείων της χορδής ισούται με το μισό της ταχύτητας διάδοσης του κύματος.
- Να γράψετε την εξίσωση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την θέση q των υλικών σημείων της χορδής τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,1s$ και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.
- Να υπολογίσετε τον ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του υλικού σημείου K τις χρονικές στιγμές που η ταχύτητα του εν λόγω σημείου αλλάζει κατεύθυνση.

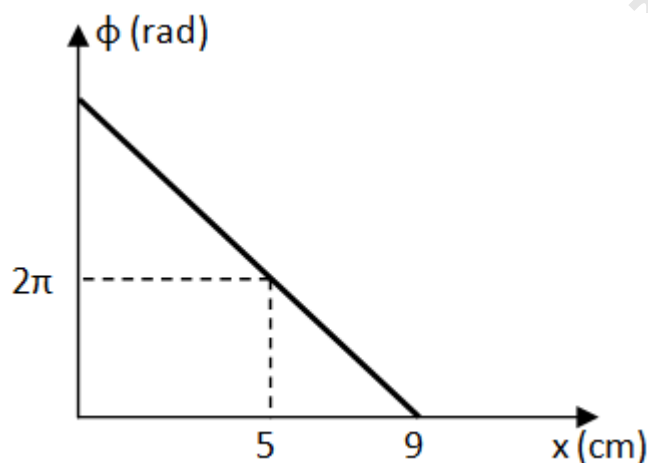
4.4. Η διπλανή γραφική παράσταση αναφέρεται στη μεταβολή της φάσης ϕ σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σημείου M ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους $A = 10cm$ προς τη θετική κατεύθυνση. Το σημείο M απέχει από την πηγή O παραγωγής κυμάτων απόσταση $x_M = 18cm$ και μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο μάζας $m = 2 \cdot 10^{-3}kg$. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στη θέση $x = 0$ και ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας τη χρονική στιγμή $t = 0$ με $V > 0$.



- Να υπολογίσετε την περίοδο και το μήκος του κύματος.
- Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

- γ. Να παρασταθεί γραφικά η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Μ καθώς και ενός άλλου σημείου Ν, που βρίσκεται δεξιά του Μ και απέχει από αυτό απόσταση $d = \frac{\lambda}{2}$, από τη θέση ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο σε κοινό διάγραμμα.
- δ. Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του σημείου Μ τη χρονική στιγμή $t = 8s$.

- 4.5.** Η παρακάτω γραφική παράσταση αναφέρεται στη μεταβολή της φάσης ϕ σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή γραμμικού αρμονικού κύματος, που διαδίδεται σε ομογενές ελαστικό μέσο κατά τη θετική κατεύθυνση, πλάτους $A = 2cm$ κάποια χρονική στιγμή t_1 . Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $v = 0,5cm/s$.

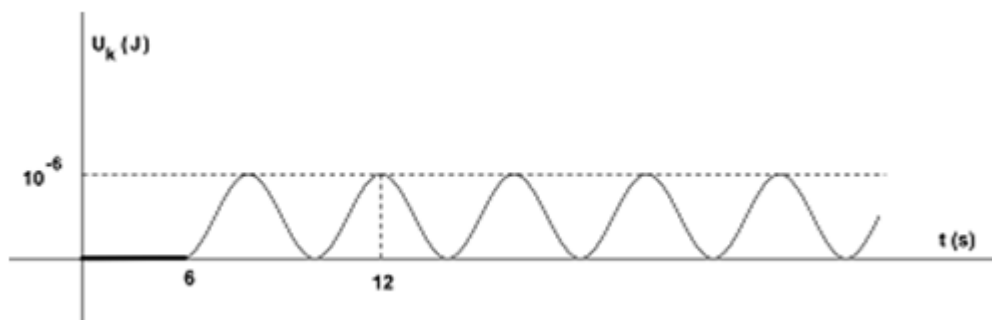


- α. Να υπολογίσετε την περίοδο και το μήκος του κύματος.
- β. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.
- γ. Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή t_1 .
- δ. Να γίνει η γραφική παράσταση 1) της ταχύτητας ταλάντωσης των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με τη θέση τους x τη χρονική στιγμή t_1 και 2) της φάσης σε συνάρτηση με το χρόνο για το σημείο Μ με $x_M = 5cm$.

Σημείωση: Η πηγή του κύματος βρίσκεται στη θέση $x = 0$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$, ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας της με θετική ταχύτητα.

- 4.6.** Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης ενός μορίου Κ ενός ομογενούς ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται γραμμικό αρμονικό εγκάρσιο κύμα σε συνάρτηση με το χρόνο. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $v = 2m/s$ και έχει μηδενική αρχική φάση. Κάθε μικρό τμήμα του σχοινιού μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο μάζας $m = 2 \cdot 10^{-3}kg$.

- α. Πόσο απέχει από την πηγή του κύματος το σημείο Κ στο οποίο αναφέρεται η παραπάνω γραφική παράσταση;



- β.** Να βρείτε το πλάτος και το μήκος κύματος αυτού του κύματος.
- γ.** Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
- δ.** Να κάνετε τη γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο και για ένα άλλο μόριο M του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 16m$.
- Να θεωρήσετε: $\pi^2 \simeq 10$.

4.7. Γραμμικό αρμονικό εγκάρσιο κύμα με πλάτος $A = 4 \cdot 10^{-3}m$ και περίοδο $T = 2s$, διαδίδεται σε ομογενές ελαστικό μέσο με ταχύτητα $v = 2cm/s$. Η πηγή παραγωγής αυτού του κύματος βρίσκεται στη θέση $x = 0$, αρχή του ημιάξονα Ox και τη χρονική στιγμή $t = 0$ ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας της με σταθερή ταχύτητα. Κάθε μόριο του ελαστικού μέσου μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο μάζας $m = 1gr$.

- α.** Να γράψετε την εξίσωση αυτού του κύματος.
- β.** Να υπολογίσετε τη φάση του σημείου Σ που βρίσκεται στη θέση $x_{\Sigma} = 3cm$ την στιγμή $t_1 = 4,5s$.
- γ.** Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή t_1 καθώς και τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$.
- δ.** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου τη χρονική στιγμή t_1 σε συνάρτηση με την απόστασή τους x από το σημείο O τη χρονική στιγμή t_1 .

