
Κρούσεις - Απλή Αρμονική Ταλάντωση

1ο Σετ Ασκήσεων - Αύγουστος 2015

Επιμέλεια: Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου, MSc Φυσικός

<http://www.perifysikhs.com>

1. Θέμα Α - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

- 1.1.** Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση x από την θέση ισορροπίας του είναι:
- (α) ανάλογη του χρόνου
 - (β) αρμονική συνάρτηση του χρόνου
 - (γ) ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου
 - (δ) ομόροπη με την δύναμη επαναφοράς
- 1.2.** Η ταχύτητα v σημειακού αντικειμένου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση:
- (α) είναι μέγιστη κατά μέτρο στην θέση $x = 0$
 - (β) έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση x
 - (γ) είναι μέγιστη στις θέσεις $x = \pm A$
 - (δ) έχει την ίδια φάση με την δύναμη επαναφοράς
- 1.3.** Η επιτάχυνση a σημειακού αντικειμένου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση:
- (α) είναι σταθερή
 - (β) είναι ανάλογη και αντίθετη της απομάκρυνσης x
 - (γ) έχει την ίδια φάση με την ταχύτητα
 - (δ) γίνεται μέγιστη στην θέση $x = 0$
- 1.4.** Η φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης:
- (α) αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο
 - (β) είναι σταθερή
 - (γ) ελαττώνεται γραμμικά με τον χρόνο
 - (δ) είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου

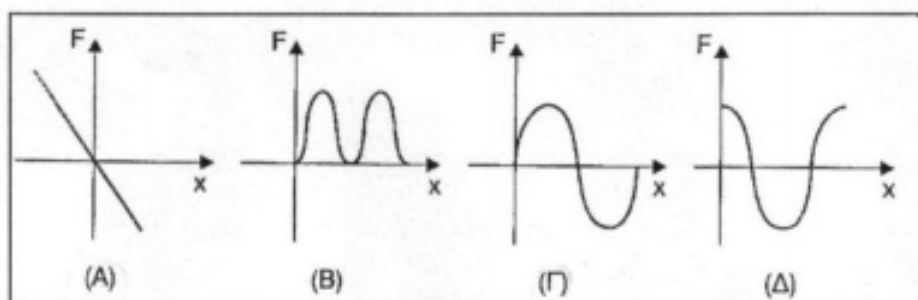
1.5. Η επιτάχυνση ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή :

- (α) έχει πάντοτε φορά αντίθετη με την φορά της ταχύτητας
- (β) είναι μηδέν, όταν η ταχύτητα είναι μηδέν
- (γ) ελαττώνεται, όταν αυξάνεται η δυναμική ενέργεια
- (δ) ελαττώνεται, όταν αυξάνεται η κινητική ενέργεια.

1.6. Όταν η συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης διπλασιάζεται :

- (α) διπλασιάζεται η μέγιστη ταχύτητα και η μέγιστη επιτάχυνση της
- (β) μένει ίδια η μέγιστη ταχύτητα της και τετραπλασιάζεται η μέγιστη επιτάχυνση της
- (γ) διπλασιάζεται η μέγιστη ταχύτητα της και μένει ίδια η μέγιστη επιτάχυνση της
- (δ) διπλασιάζεται η μέγιστη ταχύτητα της και τετραπλασιάζεται η μέγιστη επιτάχυνση της

1.7. Η Δύναμη επαναφοράς που επενεργεί πάνω σε ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλεται με την απομάκρυνση σύμφωνα με τη γραφική παράσταση :

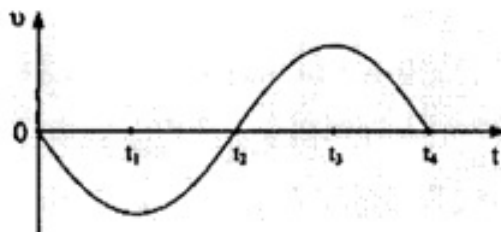


1.8. Στην Απλή Αρμονική Ταλάντωση η διαφορά φάσης μεταξύ ταχύτητας και δύναμης επαναφοράς είναι :

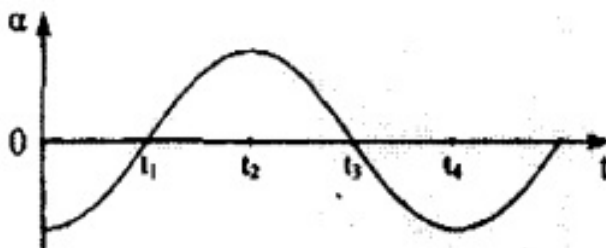
- (α) μηδέν
- (β) π
- (γ) $\frac{\pi}{2}$
- (δ) $\frac{\pi}{2}$

1.9. Η ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλεται όπως στο σχήμα,

- (α) τη στιγμή t_1 το σώμα έχει μέγιστη απομάκρυνση.
- (β) τη στιγμή t_3 το σώμα έχει μέγιστη επιτάχυνση.
- (γ) τη στιγμή t_1 , στο σώμα ασκείται η μέγιστη δύναμη επαναφοράς.
- (δ) τη στιγμή t_4 , στο σώμα ασκείται η μέγιστη δύναμη επαναφοράς.



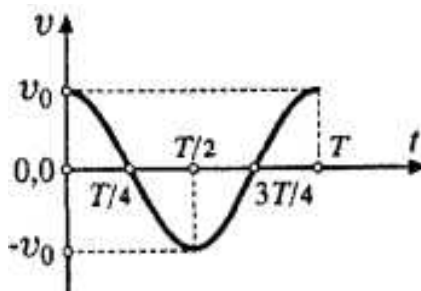
- 1.10.** Η επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλεται όπως στο σχήμα,



- (α) τη στιγμή t_1 το σώμα βρίσκεται σε μέγιστη απομάκρυνση.
 (β) τη στιγμή t_2 το σώμα έχει μηδενική ορμή.
 (γ) τη στιγμή t_3 το σώμα έχει μηδενική ταχύτητα.
 (δ) το χρονικό διάστημα από τη στιγμή t_2 έως τη στιγμή t_4 είναι $\frac{T}{4}$.

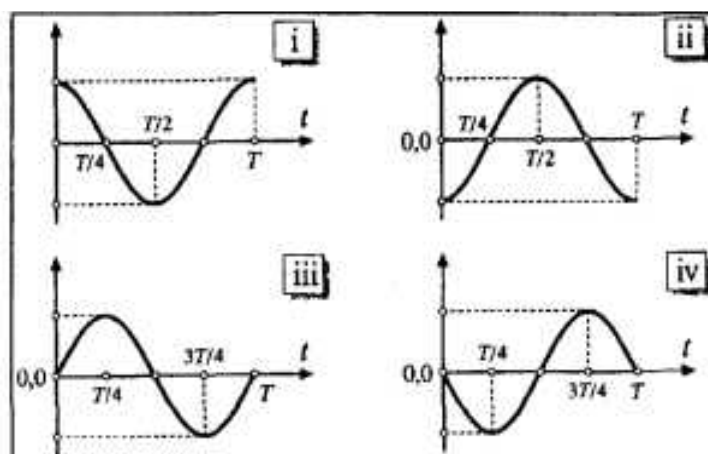
- 1.11.** Η γραφική παράσταση του σχήματος δείχνει πως μεταβάλλεται η ταχύτητα ενός σώματος, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με τον χρόνο. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

- (α) Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{4}$ η απομάκρυνση του σώματος από την θέση ισορροπίας είναι μηδέν.
 (β) Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{4}$ η σταθερά επαναφοράς είναι μέγιστη.
 (γ) Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{2}$ η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδέν.



(δ) Τη χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{4}$ η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν.

1.12. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και την χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται σε θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης. Σε ποιο από τα διπλανά διαγράμματα απεικονίζεται η απομάκρυνση σε ποιο η ταχύτητα και σε ποιο η επιτάχυνση σε συνάρτηση με τον χρόνο.



1.13. Ένα υλικό σημείο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση διέρχεται από την θέση ισορροπίας του. Το μέγεθος που δεν αλλάζει πρόσημο είναι:

- (α) η απομάκρυνση του
- (β) η ταχύτητα του
- (γ) η επιτάχυνση του
- (δ) η δύναμη επαναφοράς

1.14. Στην απλή αρμονική ταλάντωση τα μεγέθη που παίρνουν ταυτόχρονα την μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή τους είναι:

- (α) η απομάκρυνση και η ταχύτητα
- (β) η απομάκρυνση και η επιτάχυνση
- (γ) η ταχύτητα και η δύναμη επαναφοράς
- (δ) η επιτάχυνση και η δύναμη επαναφοράς

1.15. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η επιτάχυνση του γίνεται μέγιστη όταν :

- (α) η απομάκρυνση του μηδενίζεται
- (β) η ταχύτητα του γίνεται μέγιστη
- (γ) η δύναμη επαναφοράς μηδενίζεται
- (δ) η ταχύτητα του μηδενίζεται

1.16. Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι $x = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$. Η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν θετική αλγεβρική τιμή, στην διάρκεια μιας περιόδου κατά το χρονικό διάστημα :

- (α) $\frac{T}{2} \rightarrow \frac{3T}{4}$
- (β) $0 \rightarrow \frac{T}{4}$
- (γ) $\frac{T}{4} \rightarrow \frac{T}{2}$
- (δ) $\frac{3T}{4} \rightarrow T$

1.17. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή, η δυναμική του ενέργεια :

- (α) έχει την μέγιστη τιμή της στην θέση ισορροπίας.
- (β) είναι ίση με την ολική του ενέργεια στις θέσεις $\pm A$.
- (γ) έχει πάντοτε μεγαλύτερη τιμή από την κινητική του ενέργεια.
- (δ) έχει αρνητική τιμή στις θέσεις $-A \leq x \leq 0$.

1.18. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή, η κινητική του ενέργεια :

- (α) στη θέση $x = 0$ είναι ίση με την ολική του ενέργεια.
- (β) είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την δυναμική του ενέργεια.
- (γ) εξαρτάται από την κατεύθυνση κίνησης της μάζας.
- (δ) παίρνει μηδενική τιμή μια φορά στην διάρκεια μιας περιόδου.

1.19. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή, η ολική του ενέργεια :

- (α) μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο.
- (β) είναι πάντοτε μικρότερη από την δυναμική του ενέργεια.
- (γ) είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την κινητική του ενέργεια.
- (δ) καθορίζει το πλάτος της ταλάντωσης και την μέγιστη ταχύτητα v_{max} .

1.20. Σύστημα ελατηρίου -σώματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Αν διπλασιάσουμε την μάζα του σώματος και το πλάτος της ταλάντωσης παραμείνει σταθερό τότε μεταβάλλεται:

- (α) η ενέργεια της ταλάντωσης.
- (β) η συχνότητα της ταλάντωσης
- (γ) η σταθερά επαναφοράς
- (δ) η μέγιστη δύναμη επαναφοράς

1.21. Ελατήριο αμελητέας μάζας επιμηκύνεται κατά l , όταν σε αυτό αναρτάται μάζα m και μπορεί να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα f_0 . Αν στο ελατήριο αναρτηθεί σώμα μάζας $3m$, η συχνότητα της ταλάντωσης του συστήματος γίνεται:

- (α) $\frac{f_0}{3}$ (β) f_0 (γ) $\sqrt{3}f_0$ (δ) $\frac{\sqrt{3}f_0}{3}$

1.22. Σύστημα μάζας - ελατηρίου εκτελεί αρμονική ταλάντωση σε κατακόρυφο άξονα. Για την ταλάντωση του ισχύουν τα εξής:

- (α) Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης ταυτίζεται με το φυσικό μήκος του ελατηρίου.
- (β) Η δύναμη επαναφοράς ταυτίζεται με την δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.
- (γ) Η μέγιστη ενέργεια της ταλάντωσης δεν είναι ίση με με την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
- (δ) Το σώμα αποκτά την μέγιστη ταχύτητα του όταν διέρχεται από την θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.

1.23. Σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δεμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου. Η ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με:

- (α) τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
- (β) την κινητική ενέργεια του σώματος στην ακραία θέση της ταλάντωσης.
- (γ) το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου σε μια θέση.
- (δ) το έργο της εξωτερικής δύναμης που ασκήσαμε στο σώμα για να το θέσουμε σε ταλάντωση.

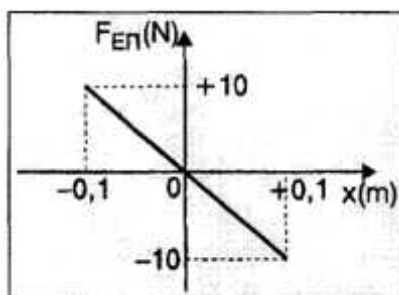
1.24. Στην απλή αρμονική ταλάντωση στην διάρκεια μιας περιόδου:

- (α) η δυναμική ενέργεια γίνεται μέγιστη μόνο μια φορά.
- (β) η δυναμική ενέργεια γίνεται ίση με την κινητική μόνο μια φορά.
- (γ) η κινητική ενέργεια γίνεται ίση με την ολική δύο φορές.
- (δ) η κινητική ενέργεια παίρνει αρνητικές τιμές όταν $-v_{max} \leq v \leq 0$.

- 1.25.** Σύστημα μάζας ελατηρίου εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο πλάτους Α. Διπλασιάζουμε την μάζα του σώματος διατηρώντας το ίδιο πλάτος ταλάντωσης. Για την νέα ταλάντωση ισχύει:

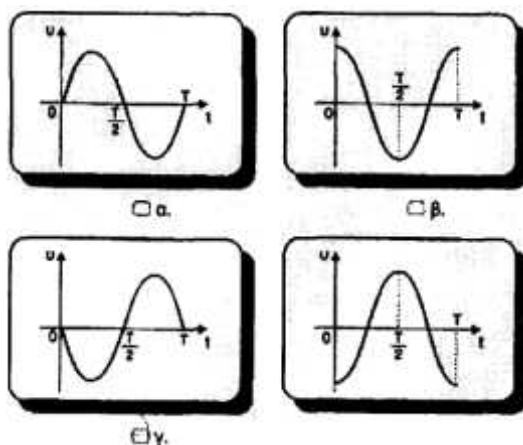
- (α) Η περίοδος διπλασιάζεται.
 (β) Η μέγιστη ταχύτητα υποδιπλασιάζεται.
 (γ) Η μέγιστη ενέργεια της ταλάντωσης μένει ίδια.
 (δ) Η μέγιστη κινητική ενέργεια υποδιπλασιάζεται.

- 1.26.** Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με την θέση για ένα σώμα μάζας $m = 1\text{ kg}$ που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



- (α) Η περίοδος της ταλάντωσης είναι 5 s
 (β) Η σταθερά επαναφοράς είναι 100 N/m
 (γ) Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης είναι 10 m/s^2
 (δ) Η εξίσωση που περιγράφει την γραφική παράσταση είναι η $F = -10x$

- 1.27.** Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης για σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι $x = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$. Ποιο από τα διαγράμματα αποδίδει σωστά την σχέση $v = f(t)$.



1.28. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με F . Το πηλίκο $\frac{F}{m}$

- (α) παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο
- (β) μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο
- (γ) αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο
- (δ) γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

1.29. Σύστημα μάζας ελατηρίου εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης τότε :

- (α) διπλασιάζεται η ενέργεια ταλάντωσης.
- (β) διπλασιάζεται η περίοδος.
- (γ) διπλασιάζεται η μέγιστη δύναμη επαναφοράς.
- (δ) τετραπλασιάζεται η μέγιστη επιτάχυνση.

1.30. Μια κρούση λέγεται έκκεντρη όταν :

- (α) δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
- (β) δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- (γ) οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι κάθετες.
- (δ) οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.

1.31. Δύο μικρά σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Ο λόγος της ολικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των μαζών πριν και μετά την κρούση είναι $\frac{K_{ολ}^{(πριν)}}{K_{ολ}^{(μετά)}}$. Το ποσοστό της ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση είναι :

- (α) 0%
- (β) 25%
- (γ) 50%
- (δ) 75%

1.32. Στην ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών :

- (α) η κινητική ενέργεια αυξάνεται.
- (β) η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή.
- (γ) η ορμή κάθε σφαίρας παραμένει σταθερή.
- (δ) μέρος της κινητικής ενέργειας των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα.

1.33. Μικρή σφαίρα, που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται ελαστικά και πλάγια με κατακόρυφο τοίχο. Στην περίπτωση αυτή:

- (α) Η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.
- (β) Ισχύει $\vec{v} = \vec{v'}$ (όπου $\vec{v}$ η ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση και $\vec{v'}$ η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση).
- (γ) Η ορμή της σφαίρας παραμένει σταθερή.
- (δ) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας δεν διατηρείται σταθερή.

1.34. Δύο σώματα με ίσες μάζες που κινούνται με μέτρα ταχυτήτων v_1 και v_2 συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση τα σώματα θα αποκτήσουν ταχύτητες με μέτρα v'_1 και v'_2 αντίστοιχα που θα δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

- (α) $v'_1 = v_1$ και $v'_2 = v_2$
- (β) $v'_1 = 0$ και $v'_2 = 0$
- (γ) $v'_1 = 0$ και $v'_2 = v_1$
- (δ) $v'_1 = v_2$ και $v'_2 = v_1$

1.35. Κατά την ανελαστική κρούση δύο σωμάτων διατηρείται:

- (α) η ορμή κάθε σώματος.
- (β) η ορμή του συστήματος.
- (γ) η κινητική ενέργεια του συστήματος.
- (δ) η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

1.36. Σε μια ελαστική κρούση:

- (α) καθένα από τα σώματα που συγκρούονται διατηρεί την ορμή του.
- (β) η μηχανική ενέργεια των σωμάτων που συγκρούονται διατηρείται.
- (γ) τα συγκρουόμενα σώματα, μετά την κρούση έχουν κινητική ενέργεια μικρότερη από την συνολική κινητική ενέργεια που είχαν πριν συγκρουστούν.
- (δ) συμβαίνει μόνιμη παραμόρφωση του σχήματος των σωμάτων που συγκρούονται.

1.37. Σε μια κεντρική πλαστική κρούση:

- (α) διατηρείται η ορμή του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται.
- (β) η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται διατηρείται.
- (γ) η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων πριν είναι μικρότερη από αυτήν μετά την κρούση.
- (δ) τα σώματα μετά την κρούση κινούνται σε διευθύνσεις που σχηματίζουν γωνία.

1.38. Όταν στο μικρόκοσμο συμβαίνει το φαινόμενο της σκέδασης (κρούσης) δύο σωματιδίων, τότε τα σωματίδια :

- (α) αλληλεπιδρούν για μικρό χρονικό διάστημα και αναπτύσσονται μεταξύ τους πολύ ισχυρές δυνάμεις.
- (β) έρχονται σε επαφή για μεγάλο χρονικό διάστημα.
- (γ) ανταλλάσσουν ορμές.
- (δ) ανταλλάσσουν ταχύτητες.

1.39. Ένα σώμα Α μάζας m που κινείται με ταχύτητα v συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Β διπλάσιας μάζας. Οι ταχύτητες των σωμάτων Α και Β αμέσως μετά την κρούση έχουν :

- (α) ίδιες κατευθύνσεις.
- (β) αντίθετες κατευθύνσεις.
- (γ) κάθετες κατευθύνσεις.
- (δ) ίσα μέτρα και ίδιες φορές.

1.40. Σφαίρα Α μάζας m συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με σφαίρα Β τριπλάσιας μάζας. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι μηδέν, τότε οι σφαίρες Α και Β πριν την κρούση, έχουν :

- (α) ίσες ορμές.
- (β) αντίθετες ταχύτητες.
- (γ) αντίθετες ορμές.
- (δ) ίσες κινητικές ενέργειες.

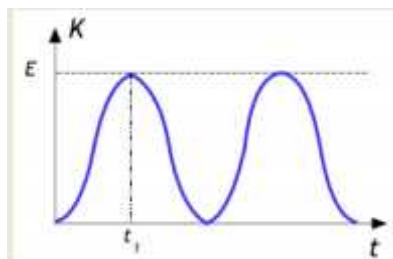
2. Θέμα Β - Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

2.1. Ένα σώμα, μάζας m , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ολική ενέργεια E . Χωρίς να αλλάξουμε τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος, προσφέρουμε στο σώμα επιπλέον ενέργεια $3E$. Τότε η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης :

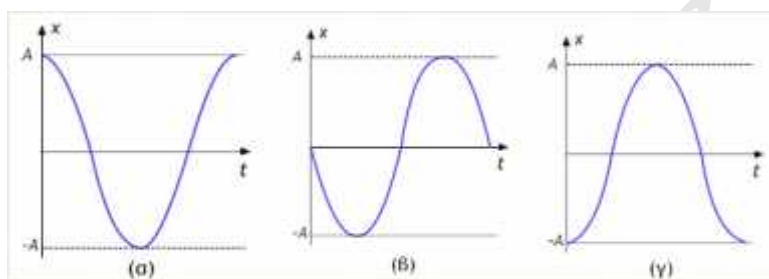
- (α) μένει σταθερή.
- (β) διπλασιάζεται.
- (γ) τετραπλασιάζεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.2.** Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Τη χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα του σώματος έχει θετικό πρόσημο.



Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο είναι η:



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

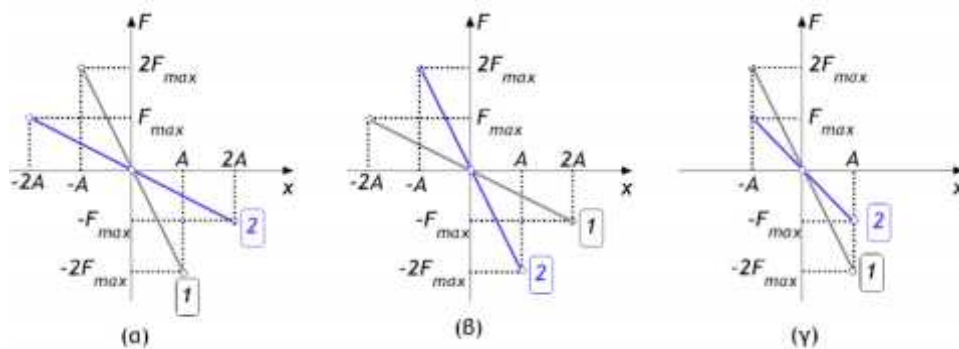
- 2.3.** Σώμα Α είναι δεμένο σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην οροφή. Εκτρέπουμε κατακόρυφα το σώμα Α από τη θέση ισορροπίας του κατά d , προσφέροντας ενέργεια E_1 και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί από τη θέση εκτροπής, οπότε αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αντικαθιστούμε το σώμα Α με σώμα Β, που έχει μεγαλύτερη μάζα και εκτρέπουμε το σώμα Β από τη θέση ισορροπίας του κατά ίση απομάκρυνση d με τον ίδιο τρόπο. Η ενέργεια E_2 που προσφέραμε για να εκτρέψουμε το σώμα Β είναι:

- (α) ίση με την E_1 .
 (β) μικρότερη από την E_1 .
 (γ) μεγαλύτερη από την E_1 .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.4.** Δύο αρμονικοί ταλαντωτές (1) και (2), είναι μικρά σώματα με μάζες m_1 και m_2 ($m_1 = 4m_2$), που είναι δεμένα σε δύο διαφορετικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα. Οι δύο ταλαντωτές έχουν ίδια ενέργεια E και ίδια περίοδο T . Με βάση τα δεδομένα αυτά, το σωστό διάγραμμα συνισταμένης δύναμης F - απομάκρυνσης x είναι το:

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.



2.5. Σώμα Σ_1 μάζας m είναι δεμένο σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Η μέγιστη δύναμη επαναφοράς, που δέχεται στη διάρκεια της ταλάντωσης είναι F_{max} και η μέγιστη επιτάχυνση a_{max} . Αντικαθιστούμε το Σ_1 με άλλο σώμα Σ_2 , που έχει μεγαλύτερη μάζα m_2 από το Σ_1 και διεγείρουμε το σύστημα ώστε να εκτελέσει ταλάντωση ίδιου πλάτους A . Τότε το σώμα Σ_2 θα ταλαντώνεται με απλή αρμονική ταλάντωση και:

A) η μέγιστη δύναμη που θα δέχεται θα είναι :

- (α) μικρότερη απ' του Σ_1 .
- (β) ίση με του Σ_1 .
- (γ) μεγαλύτερη απ' του Σ_1 .

B) η μέγιστη επιτάχυνση του θα είναι:

- (α) μικρότερη απ' του Σ_1 .
- (β) ίση με του Σ_1 .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2.6. Ένα σώμα μάζας $m = 1\text{ kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση της οποίας η απομάκρυνση περιγράφεται από τη σχέση $x = 0,02\eta\mu(4\pi t)(\text{S.I.})$. Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x περιγράφεται από την σχέση:

- (α) $U = 72\pi^2 x^2 (\text{S.I.})$
- (β) $U = 16x^2 (\text{S.I.})$
- (γ) $U = 144 - 72\pi^2 x^2 (\text{S.I.})$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας, στην συνέχεια σχεδιάστε την συνάρτηση σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.

- 2.7.** Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k και ηρεμεί στην θέση ισορροπίας. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω κατά A και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αντικαθιστούμε το ελατήριο με άλλο, σταθεράς $2k$, χωρίς να αλλάξουμε το αναρτημένο σώμα. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω από την νέα θέση ισορροπίας κατά A και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ο λόγος των μέτρων των μέγιστων επιταχύνσεων $\frac{\alpha_{max,1}}{\alpha_{max,2}}$ είναι:

(α) 2**(β)** 1**(γ)** $\frac{1}{2}$ **(δ)** $\frac{1}{3}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.8.** Σώμα Σ_1 κινούμενο προς ακίνητο σώμα Σ_2 , ίσης μάζας με το Σ_1 , συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αυτό. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ_1 που έγινε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

(α) 0%**(β)** 25%**(γ)** 50%**(δ)** 100%

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.9.** Σώμα Α μάζας m_A προσπίπτει με ταχύτητα v_A σε ακίνητο σώμα Β μάζας m_B , με το οποίο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση το σώμα Α γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το $1/3$ της αρχικής του τιμής. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_B}{m_A}$ είναι:

(α) $\frac{1}{3}$ **(β)** $\frac{1}{2}$ **(γ)** 2**(δ)** 3

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.10.** Μεταλλική συμπαγής σφαίρα Σ_1 κινούμενη προς ακίνητη μεταλλική συμπαγή σφαίρα Σ_2 , τριπλάσιας μάζας από τη Σ_1 , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτή. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της Σ_1 που μεταβιβάζεται στη Σ_2 κατά την κρούση είναι:

(α) 30%**(β)** 25%**(γ)** 75%**(δ)** 100%

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.11.** Τρεις μικρές σφαίρες Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$ και $m_3 = 3m$ αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα Σ_1 ταχύτητα μέτρου v_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη δεύτερη ακίνητη σφαίρα Σ_2 . Στη συνέχεια η δεύτερη σφαίρα Σ_2 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με την τρίτη ακίνητη σφαίρα Σ_3 . Η τρίτη σφαίρα αποκτά τότε ταχύτητα μέτρου v_3 . Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{v_3}{v_1}$ είναι:

(α) $\frac{1}{3}$ **(β)** $\frac{1}{2}$ **(γ)** 1**(δ)** 2

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.12.** Ένα σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου v_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα που είναι αρχικά ακίνητο. Είναι δυνατόν μετά την κρούση η ταχύτητα του 1ου σώματος να έχει μέτρο $v'_1 = 3m/s$ ίδιας φοράς με την αρχική του ταχύτητα και η ταχύτητα του 2ου σώματος να έχει μέτρο $v'_2 = 4m/s$.

- (α) όχι
(β) ναι
(γ) μόνο αν τα σώματα έχουν ίδιες μάζες

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.13.** Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι είναι δυνατόν η αρχική ορμή ενός συστήματος δύο σωμάτων που συγκρούονται πλαστικά να είναι μηδέν, και μετά την κρούση η τελική ορμή του συστήματος να είναι μηδέν ενώ η κινητική ενέργεια του συστήματος να είναι διάφορη του μηδενός. Ο παραπάνω ισχυρισμός:

- (α) είναι ψευδής.
(β) είναι αληθής.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.14.** Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα v . Στην πορεία του συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $M = 3m$. Η απόλυτη τιμή της μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας $\Delta K_{ολ}$ του συστήματος είναι αντίστοιχα:

- (α) $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = 0$, $|\Delta K_{ολ}| = \frac{mv^2}{3}$
(β) $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = mv$, $|\Delta K_{ολ}| = \frac{mv^2}{3}$
(γ) $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = 0$, $|\Delta K_{ολ}| = \frac{3mv^2}{8}$
(δ) $|\Delta \vec{P}_{ολ}| = \frac{3mv}{4}$, $|\Delta K_{ολ}| = \frac{3mv^2}{8}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- 2.15.** Ένα σώμα μάζας m_1 συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Αν η σύγκρουση θεωρηθεί ελαστική και η αρχική κινητική ενέργεια του m_1 είναι K_1 , η κινητική ενέργεια που χάνει το m_1 είναι:

- (α) $\Delta K_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} K_1$
(β) $\Delta K_1 = \frac{(m_1 + m_2)^2}{m_1 m_2} K_1$

$$(\gamma) \Delta K_1 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} K_1$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

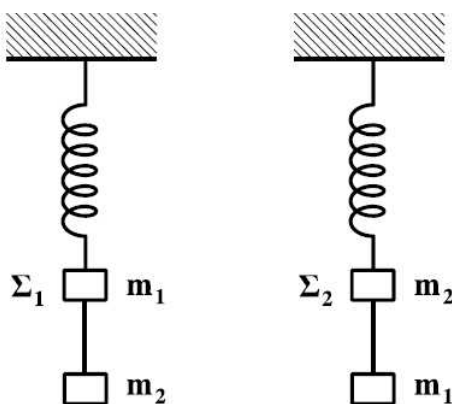
- 2.16.** Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2 . Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2 , ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο σχήμα.

Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2 τότε ισχύει:

$$(\alpha) \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

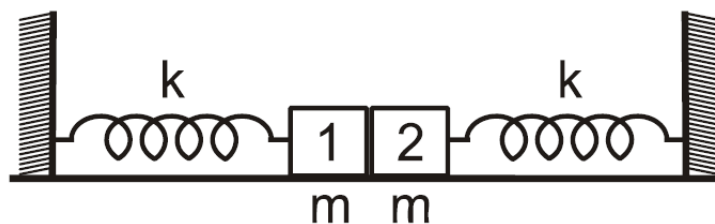
$$(\beta) \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

$$(\gamma) \frac{E_1}{E_2} = 1$$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

- 2.17.** Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών m το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος l_0 και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει

εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$. Αν A_1 το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και A_2 το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος $\frac{A_1}{A_2}$ είναι:

(α) 1

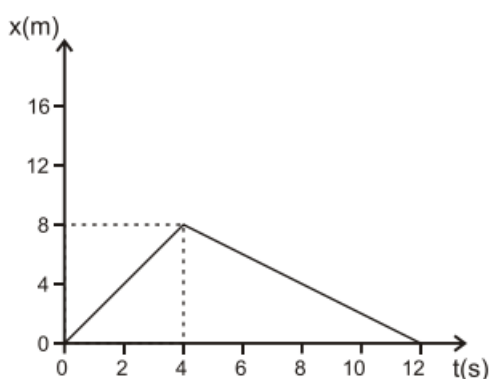
(β) $\frac{1}{2}$

(γ) 2

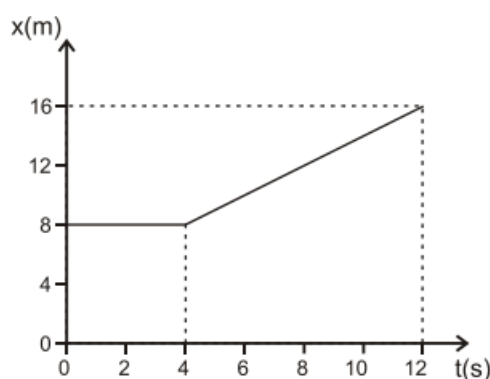
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες - Ιούνης 2014

- 2.18.** Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η θέση x κάθε σώματος στην ευθεία γραμμή, που τα ενώνει, μετριέται από κοινή αρχή. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος m_1 φαίνεται στο Σχήμα 4 και του σώματος m_2 στο Σχήμα 5. Δίνεται ότι $m_1 = 1\text{kg}$ και ότι η διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων κατά την κεντρική κρούση είναι αμελητέα.



Σχήμα 4



Σχήμα 5

Η κρούση των δύο σωμάτων είναι:

(α) ελαστική

(β) ανελαστική

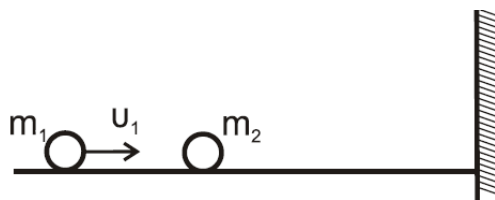
(γ) πλαστική

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαναληπτικές Πανελλήνιες - Ιούνης 2015

- 2.19.** Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας m_1 με ταχύτητα μέτρου v_1 . Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 ($m_2 > m_1$). Μετά την κρούση με τη μάζα m_1 , η m_2 συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.

Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών m_1 και m_2 , μετά την κρούση της m_2 με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι:



(α) $\frac{1}{3}$

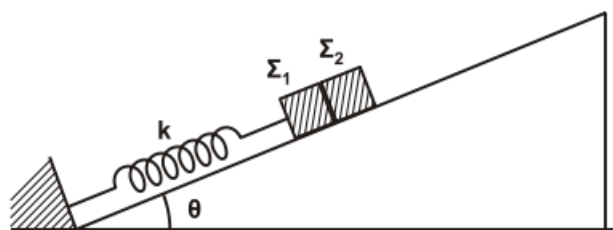
(β) $\frac{1}{2}$

(γ) 1

(δ) 3

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Πανελλήνιες - Ιούνης 2014

- 2.20.** Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ είναι τοποθετημένα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, που εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k , ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2



Σχήμα 2

Μετακινώντας τα δύο σώματα προς τα κάτω, το σύστημα τίθεται σε ταλάντωση πλάτους A . Η συνθήκη για να μην αποχωριστεί το Σ_1 από το Σ_2 είναι:

(α) $Ak < (m_1 + m_2)g\mu\theta$

(β) $Ak > (m_1 + m_2)g\mu\theta$

(γ) $Ak > (m_1 + m_2)^2g\mu\theta$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Πανελλήνιες - Ιούνης 2015

3. Θέμα Γ - Ασκήσεις

- 3.1.** Μια σφαίρα μάζας $m = 2\text{ kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας $\omega = 10\text{ rad/s}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση όπου έχει τη μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης $F_{\max} = +20\text{ N}$.

- (α) Να υπολογίσετε τη περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης.

(β) Να γράψετε τη συνάρτηση απομάκρυνσης - χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.

(γ) Να βρείτε την ταχύτητα της σφαίρας τη στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{4}$.

(δ) Να βρείτε τη δυναμική και την κινητική ενέργεια ταλάντωσης της σφαίρας τη στιγμή t_1 .

3.2. Ένα σώμα, μάζας $m = 2\text{kg}$, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απόσταση των ακραίων θέσεων του υλικού σημείου είναι $d = 0,4\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ διέρχεται απ' τη θέση $q_1 = 0,1\text{m}$, έχοντας ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2\sqrt{3}\text{m/s}$ με φορά προς τη θέση ισορροπίας του

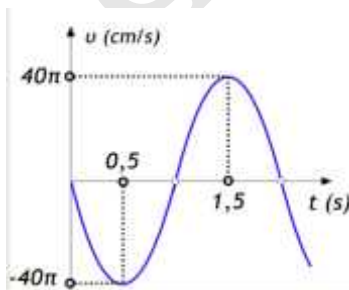
(α) Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.

(β) Να παραστήσετε γραφικά την Κινητική του ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες στο $S.I.$

(γ) Να υπολογίσετε την γωνιακή συχνότητα ω και την αρχική φάση της ϕ_0 ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.

(δ) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή περνά, για πρώτη φορά, από την ακραία θετική θέση.

3.3. Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος μάζας $m = 0,5\text{kg}$, που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



(α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω και το πλάτος A της ταλάντωσης.

(β) Να βρείτε την αρχική φάση της ταλάντωσης.

(γ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της συνισταμένης δύναμης, που δέχεται το σώμα. ($\pi^2 \simeq \pi^2$)

(δ) Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης στις θέσεις όπου η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης είναι το 75% της ολικής ενέργειας.

3.4. Ένα σώμα με μάζα $m = 0,1\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, μεταξύ δύο ακραίων θέσεων που απέχουν $d = 40\text{cm}$. Ο ελάχιστος χρόνος μετάβασης του σώματος από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\Delta t = 0,1\pi\text{s}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση $x_0 = 0,1\sqrt{3}\text{m}$ και το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται.

(α) Να βρείτε το πλάτος A και τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης.

- (β) Πόση ενέργεια E προσφέραμε στο σώμα για να το θέσουμε σε ταλάντωση.
- (γ) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του σώματος, κάποια χρονική στιγμή, όταν έχει μέτρο ταχύτητας $v_1 = \sqrt{3}m/s$
- (δ) Να υπολογίσετε την αρχική φάση ϕ_0 ταλάντωσης.
- (ε) Να υπολογίσετε την απομάκρυνση και τη δυναμική ενέργεια του σώματος, τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{3T}{4}$

3.5. Ένα σώμα, μάζας $m = 0,5kg$, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα $f = \frac{5}{\pi}Hz$, ενώ διανύει σε κάθε περίοδο της ταλάντωσης του διάστημα $d = 2m$. Το σώμα δέχεται κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του, και στη διεύθυνση της κίνησής του, δύο δυνάμεις F_1 και F_2 , εκ των οποίων η F_2 είναι σταθερή με μέτρο $F_2 = 10N$ και φορά αρνητική. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σημείο διέρχεται επιταχυνόμενο από τη θέση $x_1 = -\frac{\sqrt{3}}{4}m$.

- (α) Να υπολογίσετε το πλάτος και τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.
- (β) Να υπολογίσετε την αρχική φάση ϕ_0 της ταλάντωσης.
- (γ) Να υπολογίσετε το ποσοστό % της κινητικής ενέργειας του σώματος ως προς την ολική ενέργεια ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή $t = 0$.
- (δ) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης F_1 σε συνάρτηση με το χρόνο.

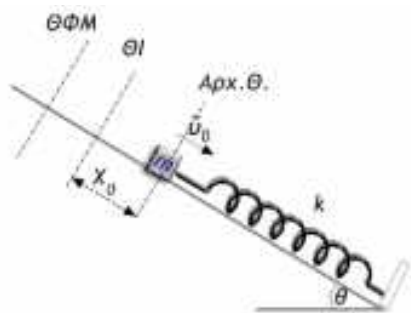
3.6. Το σώμα Σ του σχήματος είναι συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 900N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο $T = \frac{\pi}{15}s$.

Το σώμα τη χρονική στιγμή $t = 0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $v = 6m/s$ κινούμενο προς τα δεξιά. Να βρείτε:



- (α) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος
- (β) Τη μάζα του σώματος.
- (γ) Την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από 0 έως $\frac{2\pi}{15}s$.
- (δ) Για ποιες απομακρύνσεις ισχύει $K = 3U$, όπου K η κινητική ενέργεια και U η δυναμική ενέργεια του συστήματος.

- 3.7.** Το κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k = 100\text{ N/m}$, είναι ακλόνητα στερεωμένο στη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\theta = 30^\circ$. Στο πάνω άκρο του ισορροπεί δεμένο σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m = 1\text{ kg}$. Συμπιέζουμε το ελατήριο επιπλέον κατά $x_0 = 0,1\text{ m}$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$, εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 3\text{ m/s}$ με φορά προς τα κάτω παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



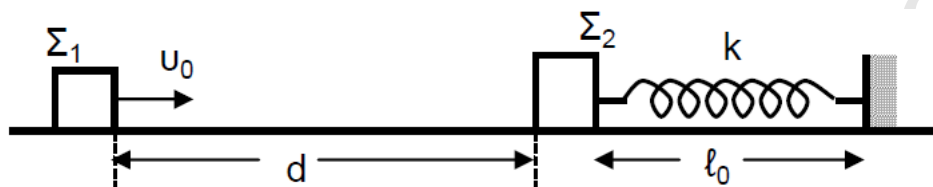
- (α) Να αποδείξετε ότι το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε τη συχνότητά της.
- (β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης A .
- (γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα κάτω.
- (δ) Να υπολογίσετε τη δύναμη του ελατηρίου στις θέσεις όπου μηδενίζεται η κινητική ενέργεια του σώματος.

Δίνεται ότι $g = 10\text{ m/s}^2$

- 3.8.** Για ένα υλικό σημείο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ξέρουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα ($x > 0$), κινείται προς τη θέση ισορροπίας και ισχύει $K = 3U$. Επίσης γνωρίζουμε ότι ο χρόνος μετάβασης από τη μία ακραία θέση ταλάντωσης στην άλλη είναι $\frac{\pi}{10}\text{ sec}$.

- (α) Ποια είναι η αρχική φάση της ταλάντωσης;
- (β) Ποια είναι η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης;
- (γ) Όταν το υλικό σημείο βρίσκεται σε μια θέση που απέχει $x = 0,1\text{ m}$ από τη Θ.Ι., έχει ταχύτητα $v = \sqrt{3}\text{ m/s}$. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης;
- (δ) Να γραφούν οι εξισώσεις $x = f(t)$, $u = f(t)$ και να γίνει η γραφική παράσταση της πρώτης.
- (ε) Πόσος χρόνος μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του μηδενίζεται για πρώτη φορά;

- 3.9.** Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 2m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω v_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1m$ από το σώμα Σ_2 . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0 . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα :



Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $v'_1 = 10m/s$ και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu = 0,5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10m/s^2$.

Πανελλήνιες Εξετάσεις- Μάης 2013

- Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα v_0 του σώματος Σ_1 .
- Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση.
- Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ_1 από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά. Δίνεται : $\sqrt{10} \simeq 3,2$
- Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι $m_2 = 1kg$ και $k = 105N/m$.

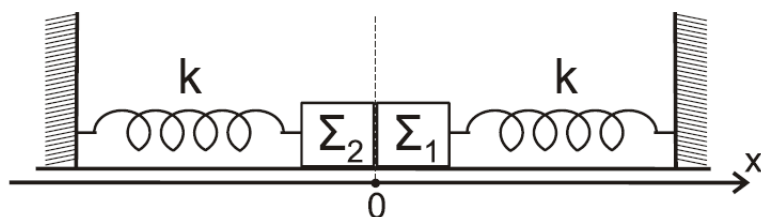
Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

- 3.10.** Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , του σχήματος 4, με μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 4kg$ αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Τα σώματα είναι δεμένα στην άκρη δύο όμοιων ιδανικών ελατηρίων σταθεράς $k = 100N/m$, που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και των οποίων η άλλη άκρη είναι σταθερά στερεωμένα.

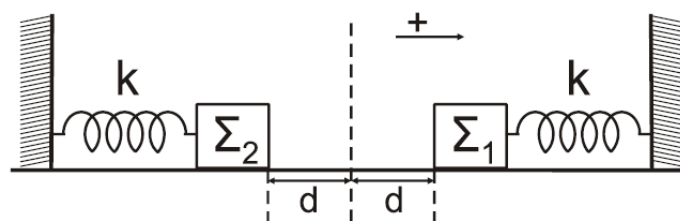
Μετακινούμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έτσι ώστε τα ελατήρια να συσπειρωθούν κατά $d = 0,2m$ το καθένα (σχήμα 5) και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνονται ελεύθερα να ταλαντωθούν.

Επαναληπτικές Πανελλήνιες - Ιούλης 2014

- Να γράψετε τις εξισώσεις των απομακρύνσεων x_1 και x_2 των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 συναρτήσει του χρόνου. Ως θετική φορά ορίζεται η από το Σ_2 προς Σ_1 και ως $x = 0$ ορίζεται η θέση που εφάπτονται αρχικά τα σώματα στο σχήμα 4.



Σχήμα 4

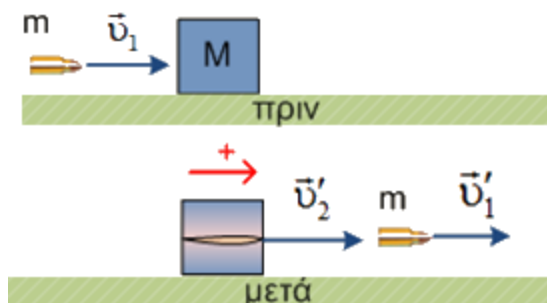


Σχήμα 5

- (β) Τα σώματα Σ1 και Σ2 κινούμενα με αντίθετη φορά συγκρούονται στη θέση $x = \frac{d}{2}$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους ελάχιστα πριν από την κρούση.
- (γ) Η κρούση που ακολουθεί είναι πλαστική. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
- (δ) Να βρείτε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος μετά την κρούση.

3.11. Σώμα μάζας $M = 5kg$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 100m/s$ και μάζας $m = 0,2kg$, διαπερνά το σώμα χάνοντας το 75% της κινητικής του ενέργειας και εξέρχεται με ταχύτητα $\vec{v}'_1$. Να υπολογιστεί:

- (α) το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}'_1$ του βλήματος και της ταχύτητας $\vec{v}'_2$ του σώματος αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.



- (β) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο σώμα κατά την κρούση.

(γ) Η μεταβολή της ορμής του βλήματος και του σώματος από τη στιγμή που ηρεμούσε το σώμα μέχρι την έξοδο του βλήματος.

(δ) Η μέση δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της διέλευσης του βλήματος, αν αυτή διαρκεί $\Delta t = 0,01s$.

3.12. Δυο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , που έχουν μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 2kg$ αντίστοιχα, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά μήκος της ίδιας ευθείας και πλησιάζουν η μια την άλλη με ταχύτητες μέτρων $v_1 = 6m/s$ και $v_2 = 9m/s$, αντίστοιχα. Οι δυο σφαίρες συγκρούονται μετωπικά. Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_1 αλλάζει κατεύθυνση κινούμενη με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 14m/s$.

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας v'_2 της σφαίρας Σ_2 μετά την κρούση.

(β) Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.

(γ) Να υπολογίσετε:

(1) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε σφαίρας κατά την κρούση. Τι παρατηρείτε;

(2) τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας κατά την κρούση. Τι παρατηρείτε;

3.13. Τρεις μικρές σφαίρες Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$ και $m_3 = 3m$ αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα Σ_1 ταχύτητα μέτρου v_1 . Όλες οι κρούσεις που ακολουθούν ανάμεσα στις σφαίρες είναι κεντρικές και ελαστικές. Να βρεθούν:



(α) ο αριθμός των κρούσεων που θα γίνουν συνολικά.

Αφού ολοκληρωθούν όλες οι κρούσεις των σφαιρών μεταξύ τους, να υπολογισθεί:

(β) η τελική ταχύτητα κάθε σφαίρας.

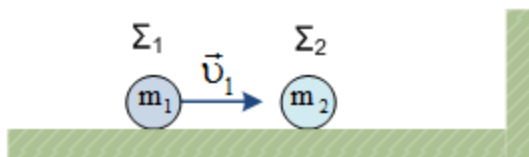
(γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής της πρώτης σφαίρας.

(δ) το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 που μεταφέρθηκε στη τρίτη σφαίρα Σ_3 .

Δίνονται: η μάζα $m_1 = 2kg$ και $v_1 = 10m/s$.

3.14. Μια σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $\vec{v}_1$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 μάζας m_2 ($m_2 > m_1$).

Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_2 συγκρούεται ελαστικά με κατακόρυφο επίπεδο τοίχο, που είναι κάθετος στη διεύθυνση της κίνησης των δυο σφαιρών.



- (α) Αν ο λόγος των μαζών των δυο σφαιρών είναι $\lambda = \frac{m_2}{m_1}$ να εκφράσετε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών Σ_1 και Σ_2 σε συνάρτηση με το λ και το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1$. Να βρεθεί:
- (β) για ποιες τιμές του λ η σφαίρα Σ_1 μετά την κρούση της με τη σφαίρα Σ_2 κινείται προς τα αριστερά.
- (γ) για ποια τιμή του λ , η σφαίρα Σ_2 , μετά τη κρούση της με τον τοίχο θα διατηρεί σταθερή απόσταση από την σφαίρα Σ_1 . Με βάση την παραπάνω τιμή του λ , να υπολογισθεί:
- (δ) ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_2 , που έχει μετά την κρούση της με τον τοίχο, προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1 .

3.15. Σώμα μάζας $M = 2\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$. Μια μικρή μπάλα μάζας $m = 100\text{g}$ κινούμενη οριζόντια προς τα δεξιά, με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 100\text{m/s}$, συγκρούεται με το σώμα και επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 20\text{m/s}$. Να υπολογιστεί:

- (α) το μέτρο της ταχύτητας v'_2 του σώματος M αμέσως μετά την κρούση.
- (β) η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την κρούση. Σε ποιες μορφές ενέργειας μετατρέπεται;
- (γ) η μετατόπιση του σώματος μάζας M μέχρι να σταματήσει εξαιτίας της τριβής του με το επίπεδο.
- (δ) ο λόγος $\lambda = \frac{M}{m}$ των μαζών των δύο σωμάτων, αν η κρούση ήταν ελαστική.

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$.

3.16. Δύο τελείως ελαστικές σφαίρες με μάζες $m_1 = m = 1\text{kg}$ και $m_2 = 3m = 3\text{kg}$ αντίστοιχα, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και πλησιάζουν η μία την άλλη με ταχύτητες μέτρου $v_1 = v_2 = v_0 = 10\text{m/s}$. Να βρείτε:

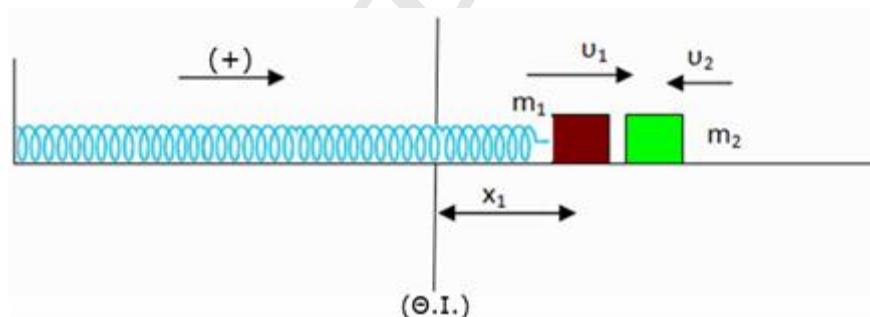
- (α) Τις ταχύτητες των μαζών μετά την κρούση.
- (β) Τη μεταβολή της ορμής της m_2
- (γ) Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας m_2 .
- (δ) Τη μέση δύναμη που ασκήθηκε στη σφαίρα m_1 κατά την κρούση αν αυτή διαρκεί χρόνο $\Delta t = 0,02\text{s}$

- 3.17.** Σώμα Α μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ αφήνεται να γλιστρήσει από απόσταση $l = 20\text{m}$ από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$. Ταυτόχρονα δεύτερο σώμα Β μάζας $m_2 = m_1$ βάλλεται με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10\text{m/s}$ από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Να υπολογίσετε:

- (α) τις ταχύτητες των σωμάτων λίγο πριν την κρούση.
- (β) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- (γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Α κατά τη διάρκεια της κρούσης.
- (δ) την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα θα επανέλθει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας: $g = 10\text{m/s}^2$.

- 3.18.** Ένα σώμα μάζας $m_1 = 4\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = \sqrt{\frac{5}{4}}\text{m}$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στην άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 16\text{N/m}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_1 = 1\text{m}$ και κινείται από τη θέση ισορροπίας προς τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης συγκρούεται ελαστικά με δεύτερο σώμα μάζας $m_2 = 12\text{kg}$ που κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_2 = 1\text{m/s}$ αντίθετης φοράς από αυτή της v_1 . Να υπολογίσετε:



- (α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 ελάχιστα πριν την κρούση.
- (β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την ελαστική κρούση.
- (γ) το νέο πλάτος της ταλάντωσης του σώματος m_1 .
- (δ) το στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του m_1 όταν αυτό βρίσκεται στη νέα ακραία θέση της ταλάντωσης του.

- 3.19.** Σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 15\text{m/s}$ κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 9\text{m/s}$.

- (α) Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$

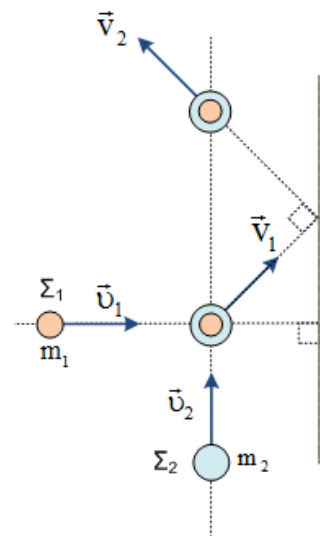


- (β) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση
- (γ) Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.
- (δ) Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι $\mu = 0,1$. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$

- 3.20.** Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_1 = 12\text{m/s}$ με κατεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο

και συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2\text{kg}$ που κινείται παράλληλα προς τον τοίχο με οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_2$. Το συσσωμάτωμα αποκτά ταχύτητα $\vec{v}_1$. Στη συνέχεια το συσσωμάτωμα συγκρούεται ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο. Μετά την ελαστική κρούση αποκτά ταχύτητα μέτρου $v_2 = 4\sqrt{2}\text{m/s}$, η διεύθυνση της οποίας είναι κάθετη με τη $\vec{v}_1$. Οι κινήσεις των σωμάτων Σ_1 , Σ_2 και του συσσωματώματος γίνονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

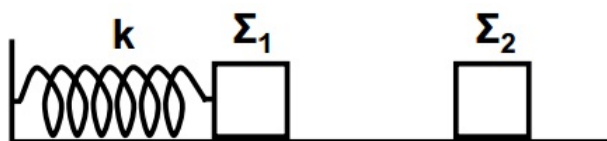


- (α) το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας $\vec{v}_1$.
- (β) το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_2$.
- (γ) τη μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος εξαιτίας της ελαστικής κρούσης με τον τοίχο.
- (δ) το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν η χρονική διάρκεια της κρούσης του συσσωματώματος με τον τοίχο είναι $\Delta t = 0,01\text{s}$.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$

- 3.21.** Σώμα Σ_1 μάζας $M = 3\text{kg}$, είναι στερεωμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο.

Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος $A = 0,2\text{m}$. Κατά την διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα Σ_1 συγκρούεται πλαστικά και κεντρικά με

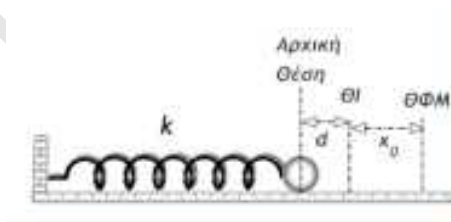


άλλο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m = 1\text{ kg}$. Η κρούση συμβαίνει στη θέση $x = \frac{A}{2}$, όταν το σώμα Σ_1 κινείται προς τα δεξιά. Να υπολογίσετε:

- (α) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση.
- (β) Το ποσοστό ελάττωσης (επί τοις εκατό) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων λόγω της κρούσης.
- (γ) Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.
- (δ) Την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

4. Θέμα Δ - Προβλήματα

- 4.1.** Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας $m = 100\text{ g}$ είναι δεμένη στο δεξιό ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 10\text{ N/cm}$, του οποίου το αριστερό άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Η σφαίρα δέχεται σταθερή δύναμη μέτρου $F = 2 \cdot 10^2\text{ N}$, της οποίας η διεύθυνση είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου και η φορά προς τ' αριστερά, οπότε το ελατήριο συσπειρώνεται. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της κατά $d = 0,1\text{ m}$ προς τ' αριστερά και τη χρονική στιγμή $t = 0$ την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί.

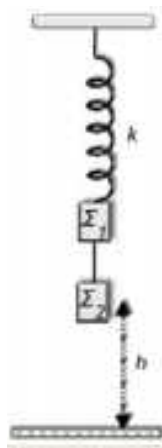


- (α) Να υπολογίσετε την απόσταση x_0 της θέσης ισορροπίας της σφαίρας από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.
- (β) Να αποδείξετε ότι η σφαίρα θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να
- (γ) Σε ποιο σημείο της τροχιάς έχει ταυτόχρονα μέγιστο μέτρο δύναμης επαναφοράς και δύναμης ελατηρίου. Βρείτε τότε το λόγο των μέτρων της μέγιστης δύναμης επαναφοράς προς τη μέγιστη δύναμη ελατηρίου.
- (δ) Τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά, καταργείται ακαριαία η δύναμη F . Βρείτε το λόγο της ολικής ενέργειας E' της νέας ταλάντωσης προς την ολική ενέργεια E της αρχικής ταλάντωσης.

4.2. Μικρό σώμα, μάζας $m = 0,5\text{kg}$, είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 200\text{N/m}$ και μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση δεχόμενο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 50\text{N}$ προς τα δεξιά, μέσω νήματος. Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση, που μηδενίζεται η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, μεγιστοποιείται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

- (α) Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του σώματος και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ίση με τη σταθερά k του ελατηρίου.
- (β) Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης E του σώματος. Κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε ως $t = 0$, κόβεται το νήμα, στη θέση όπου η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι μέγιστη. Το σύστημα εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A' .
- (γ) Θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά, γράψτε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
- (δ) Να υπολογίσετε το λόγο των ενεργειών ταλάντωσης του σώματος $\frac{E}{E'}$, πριν και μετά την κατάργηση της δύναμης F .

4.3. Το σύστημα των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ίσων μαζών $m_1 = m_2 = 10\text{kg}$, ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$. Τα σώματα έχουν αμελητέες διαστάσεις. Το Σ_1 είναι δεμένο στο ελατήριο, ενώ αβαρές νήμα μικρού μήκους συνδέει τα Σ_1 και Σ_2 . Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα, οπότε το Σ_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



- (α) Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του συστήματος των $\Sigma_1 - \Sigma_2$ και στη συνέχεια τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του Σ_1 μετά το κόψιμο του νήματος.
- (β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης A καθώς και την ολική της ενέργεια E .
- (γ) Θεωρώντας θετική φορά την προς τα πάνω, να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης x - χρόνου t . Στη συνέχεια να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες, στη διάρκεια της 1ης περιόδου. Θεωρήστε ότι: $\pi^2 = 10$

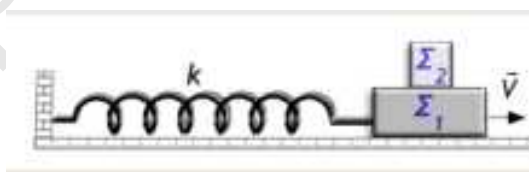
- (δ) Αν το σώμα Σ_2 έχει ως προς το δάπεδο, που βρίσκεται κάτω του, στη θέση ισορροπίας του συστήματος, βαρυτική δυναμική ενέργεια $U_{βαρ} = 180J$, να βρείτε ποιο απ' τα δύο θα φτάσει πρώτο: το Σ_2 στο έδαφος ή το Σ_1 στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του. Δίνεται $g = 10m/s^2$

4.4. Το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$ είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο πάνω άκρο του είναι δεμένος δίσκος Σ_1 μάζας $m_1 = 0,8kg$. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένος κύβος Σ_2 μάζας $m_2 = 0,2kg$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω μεταφέροντας ενέργεια στο σύστημα ίση με $E = 2J$ και το αφήνουμε ελεύθερο.

- (α) Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης A του συστήματος, τη γωνιακή συχνότητα ω καθώς και το χρόνο Δt στον οποίο θα περάσει για 1η φορά απ' τη θέση ισορροπίας του.
- (β) Να γράψετε τη συνάρτηση της δύναμης επαφής N , που δέχεται ο κύβος από το δίσκο Σ_1 , σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του.
- (γ) Να υπολογίσετε την απόσταση y από τη Θέση ισορροπίας του, στην οποία ο κύβος θα χάσει την επαφή με το δίσκο.
- (δ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κύβου τη χρονική στιγμή, που εγκαταλείπει το δίσκο και το ύψος στο οποίο θα φθάσει πάνω από τη θέση που εγκαταλείπει το δίσκο.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και $g = 10m/s^2$.

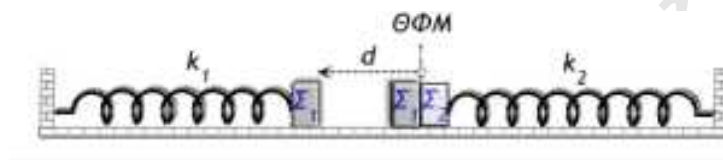
4.5. Το αριστερό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400N/m$ στερεώνεται ακλόνητα και στο δεξιό άκρο του προσδένεται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3kg$, το οποίο μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο Σ_1 τοποθετείται δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1kg$. Εκτοξεύουμε προς τα δεξιά το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του, με ταχύτητα μέτρου V και παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, οπότε το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Τα δυο σώματα διατηρούν την επαφή στη διάρκεια της ταλάντωσης.



- (α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης καθώς και τις σταθερές ταλάντωσης $D_{ολ}$, D_1 και D_2 του συστήματος και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα.
- (β) Να τοποθετήσετε το σύστημα σε μια τυχαία θέση της ταλάντωσης του, να σχεδιάσετε και να περιγράψετε σε τρία κατάλληλα σχήματα τις δυνάμεις, που δέχονται: i) το σύστημα $\Sigma_1 \Gamma \Sigma_2$, ii) το Σ_1 και iii) το Σ_2 .
- (γ) Να παραστήσετε γραφικά την αλγεβρική τιμή της στατικής τριβής από το Σ_1 στο Σ_2 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, για πλάτος ταλάντωσης $A = 3cm$.

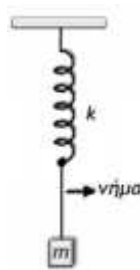
- (δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης V_{max} , του συστήματος των Σ_1 , Σ_2 ώστε το σώμα Σ_2 να μην ολισθήσει πάνω στο σώμα Σ_1 . Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$ και ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι $\mu_s = 0,5$.

- 4.6.** Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος έχουν σταθερές $k_1 = 300\text{N/m}$ και $k_2 = 600\text{N/m}$ και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , αμελητέων διαστάσεων, που είναι δεμένα στα άκρα των ελατηρίων, έχουν μάζες $m_1 = 3\text{kg}$ και $m_2 = 1\text{kg}$. Τα δύο ελατήρια βρίσκονται αρχικά στο φυσικό τους μήκος και τα σώματα σε επαφή. Εκτρέπουμε από τη θέση ισορροπίας του το σώμα Σ_1 κατά $d = 0,4\text{m}$ συμπιέζοντας το ελατήριο k_1 και το αφήνουμε ελεύθερο. Κάποια στιγμή συγκρούεται με το Σ_2 και κολλά σ' αυτό. Τα σώματα κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



- (α) Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο και με τι ταχύτητα το σώμα Σ_1 θα συγκρουστεί με το σώμα Σ_2 .
- (β) Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα $\Sigma_1\Gamma\Sigma_2$ θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την σταθερά της.
- (γ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- (δ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως αρχή του χρόνου τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση.
- (ε) Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή που αφήσαμε το σώμα m_1 θα μηδενιστεί η ταχύτητα του συσσωματώματος για 2η φορά και πόση απόσταση θα έχει διανύσει το m_1 μέχρι τότε.

- 4.7.** Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας $m = 10\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο του αβαρούς νήματος το πάνω άκρο του οποίου είναι δεμένο στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 10\text{N/cm}$



- (α) Σχεδιάστε τις δυνάμεις, που ασκούνται στο σώμα και αιτιολογήστε γιατί η δύναμη ελατηρίου στο νήμα είναι ίση με την τάση του νήματος στο σώμα.
- (β) Υπολογίστε την επιμήκυνση $\Delta\ell$ του ελατηρίου. Θεωρήστε ότι $g = 10\text{m/s}^2$.

Τραβάμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω από τη Θ.Ι. του, μεταφέροντας ενέργεια στο σώμα $E_{\mu\epsilon\tau} = 5J$ και το αφήνουμε να ταλαντωθεί.

γ. Να αποδείξετε ότι θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης.

(δ) Γράψτε την εξίσωση της τάσης του νήματος στο σώμα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x απ' τη Θέση Ισορροπίας και σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος T σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x , σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.

(ε) Να βρείτε το σημείο της ταλάντωσης στο οποίο η τάση του νήματος θα μηδενισθεί.

4.8. Σώμα μάζας $m = 2kg$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο έδαφος. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του (Θ.Ι) προς τα πάνω μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και από τη θέση αυτή εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα μέτρου $v = \sqrt{3}m/s$ και με φορά προς τα κάτω. Η αντίσταση από τον αέρα θεωρείται αμελητέα, αρχή μέτρησης του χρόνου ($t = 0$) λαμβάνουμε τη στιγμή της εκτόξευσης, θετική φορά λαμβάνουμε προς τα πάνω (τη φορά της αρχικής εκτροπής από τη Θ.Ι) και $g = 10m/s^2$. Το σώμα αμέσως μετά την εκτόξευσή του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς ίση με τη σταθερά σκληρότητας του ελατηρίου.

(α) Να βρείτε το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς καθώς και το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

(β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της φάσης της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο.

(γ) Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο: $x - t$, $v - t$, $a - t$.

(δ) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η απομάκρυνσή του από τη Θ.Ι είναι $x_1 = -0,1\sqrt{3}m$

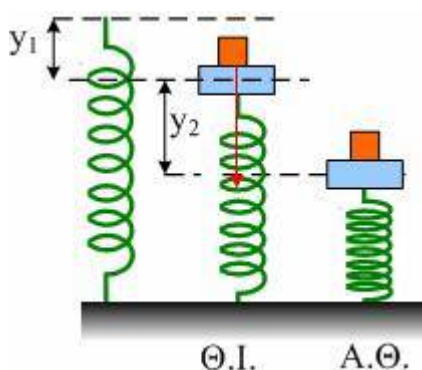
(ε) Να βρείτε το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σώμα για να μεταβεί για 1η φορά μετά από τη στιγμή $t = 0$, σε ακραία θέση της ταλάντωσης του.

(στ) Στο παραπάνω χρονικό διάστημα να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του σώματος, το έργο της δύναμης επαναφοράς καθώς και το έργο της δύναμης του ελατηρίου.

(ζ) Τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία για πρώτη φορά, μετά τη στιγμή $t = 0$, η κινητική ενέργεια του σώματος γίνεται τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης, να βρείτε:

1. το ρυθμό μεταβολής της ορμής
2. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος
3. το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης

- 4.9.** Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο. Στο άλλο άκρο του συνδέεται σταθερά σώμα Α μάζας $M = 3kg$. Πάνω στο σώμα Α είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας $m = 1kg$ και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο από το φυσικό του μήκος κατά $y_1 = 0,4m$. Στη συνέχεια εκτρέπουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $y_2 = 0,8m$ από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t = 0$.

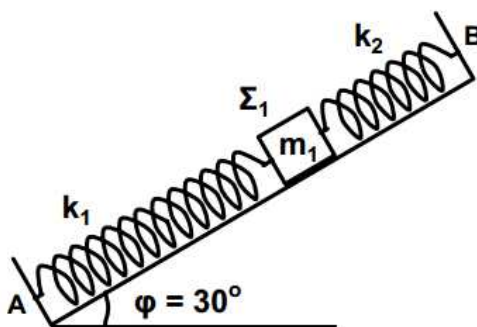


- (α) Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης του συστήματος και τη σταθερά επαναφοράς D κάθε μιας μάζας ξεχωριστά.
- (β) Να δείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει το σώμα Α και να βρείτε τη θέση και την ταχύτητα του τότε.

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

- 4.10.** Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\phi = 30^\circ$. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1 = 60N/m$ και $k_2 = 140N/m$ αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 2kg$ και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σώμα Σ_1 ελεύθερο.

Πανελλήνιες Εξετάσεις - Μάης 2012



- (α) Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
- (β) Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το Α προς το Β.

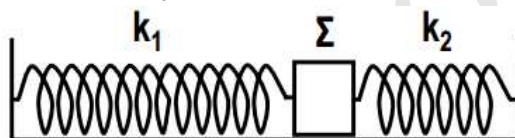
Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2 = 6\text{ kg}$. Το σώμα Σ_2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ_1 λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

(γ) Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 .

(δ) Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ώστε το Σ_2 να μην ολισθαίνει σε σχέση με το Σ_1 .

- 4.11.** Στα δύο άκρα λείου επιπέδου στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1 = 60\text{ N/m}$ και $k_2 = 140\text{ N/m}$ αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε ένα σώμα Σ μάζας $m = 2\text{ kg}$ ώστε τα ελατήρια να έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατά $A = 0,2\text{ m}$ προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.

Πανελλήνιες Εσπερινών Λυκείων - Μάης 2012



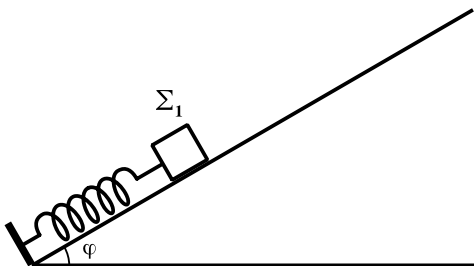
(α) Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

(β) Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική την φορά προς τα δεξιά.

(γ) Να εκφράσετε το λόγο της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης προς τη μέγιστη κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x .

(δ) Τη στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται στη θέση $x = \frac{A}{2}$ αφαιρείται ακαριαία το ελατήριο k_2 . Να υπολογίσετε το πλάτος της νέας ταλάντωσης.

- 4.12.** Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{ kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον οριζόντιο γωνία $\phi = 30^\circ$. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{ N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

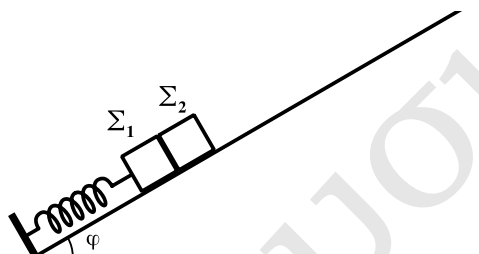


Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 κατά $d_1 = 0,1m$ από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο.

Επαναληπτικές Πανελλήνιες - Ιούλης 2010

- (α) Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
 (β) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 .

Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά $\Delta\ell = 0,3m$. Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1kg$ στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα Σ_1 , και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.

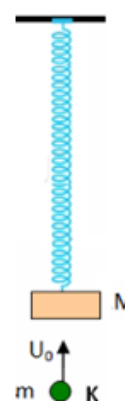


- (γ) Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του σώματος Σ_2 κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του. 1 Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους.

4.13. Ένα σώμα μάζας $M = 3kg$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$.

Δεύτερο σώμα μάζας $m = 1kg$, βάλλεται από το έδαφος από το σημείο Κ με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10m/s$ και μετά από χρόνο $t = 0,8s$ συγκρούεται ανελαστικά με το M . Μετά την κρούση το σώμα m εξέρχεται από το m με ταχύτητα μέτρου $v' = 0,5m/s$. Το σώμα M εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε:

- (α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m ελάχιστα πριν την κρούση.
 (β) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος M αμέσως μετά την κρούση.
 (γ) το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα μάζας M .
 (δ) την αρχική μηχανική ενέργεια του συστήματος ελατήριο - σώμα μάζας m - σώμα μάζας M θεωρώντας σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας αυτό που διέρχεται από το σημείο Κ.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

- 4.14.** Ένα πρωτόνιο Π_1 μάζας $m_1 = m$ κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 10^6 m/s$ αλληλεπιδρά (συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά) με ένα άλλο ακίνητο πρωτόνιο Π_2 μάζας $m_2 = m$. Μετά την κρούση το πρωτόνιο Π_1 κινείται σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία $\theta = 30^\circ$ σε σχέση με την αρχική του πορεία.

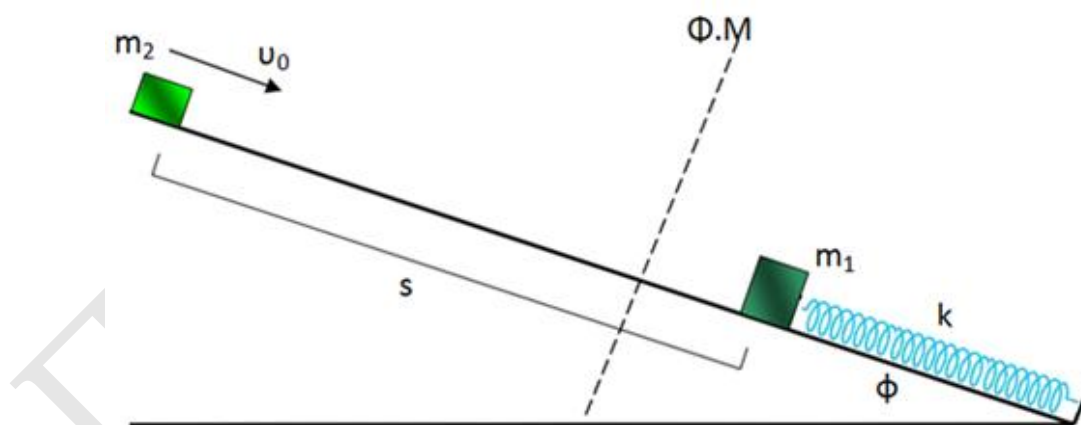
A. Να υπολογισθεί αμέσως μετά τη κρούση:

- (α) το μέτρο της ταχύτητας του πρωτονίου Π_1 .
- (β) η ταχύτητα του πρωτονίου Π_2 .

B. Να βρεθεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου Π_1 που μεταφέρεται στο πρωτόνιο Π_2 .

- (γ) στην παραπάνω κρούση.
- (δ) αν η κρούση ήταν κεντρική.

- 4.15.** Στο κάτω άκρο κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$ είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 N/m$. Στο πάνω ελεύθερο άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας $m_1 = 2 kg$ που ισορροπεί. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και από απόσταση $s = 0,15 m$ από το m_1 , βάλλεται προς τα κάτω δεύτερο σώμα $m_2 = 1 kg$ με αρχική ταχύτητα $v_0 = \sqrt{3} m/s$ και με κατεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου που συγκρούεται κεντρικά με το m_1 . Μετά την κρούση η κίνηση του m_2 αντιστρέφεται, και διανύοντας απόσταση $d = 0,05 m$ σταματάει. Το m_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



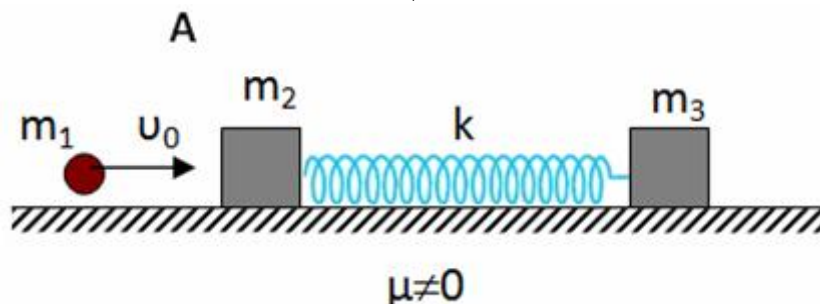
A. Να υπολογίσετε:

- (α) την ταχύτητα του σώματος m_2 ελάχιστα πριν την κρούση.
- (β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
- (γ) τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου από την αρχική του θέση.
- (δ) τη μέγιστη δυναμική ελαστική ενέργεια του ελατηρίου κατά την απλή αρμονική ταλάντωση του m_1 .

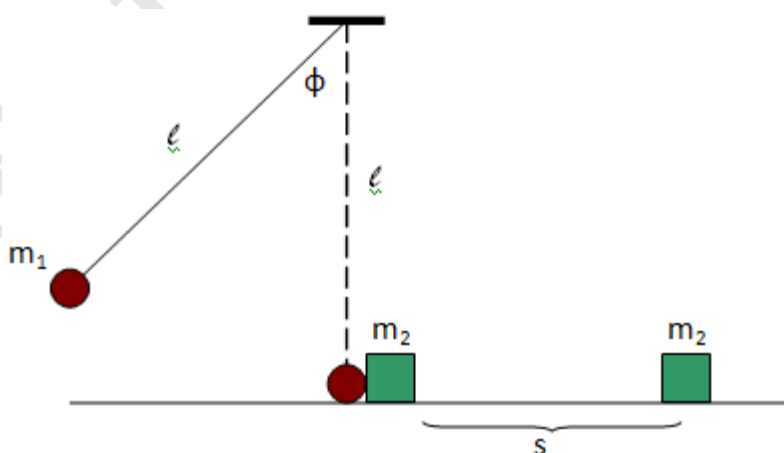
B. Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 m/s^2$.

- 4.16.** Στο σχήμα το σώμα μάζας $m_1 = 5\text{kg}$ συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με το σώμα μάζας $m_2 = 5\text{kg}$. Αν είναι γνωστό ότι το ιδανικό ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό μήκος του, ότι η μάζα του σώματος m_3 είναι $m_3 = 10\text{kg}$, η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = 10\text{N/m}$, ο συντελεστής τριβής μεταξύ σωμάτων και επιπέδου είναι $\mu = 0,4$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\text{m/s}^2$, να υπολογίσετε:



- (α) τη μέγιστη επιτρεπτή παραμόρφωση του ελατηρίου ώστε να μην κινηθεί το m_3 .
 (β) τη μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει το m_1 ώστε να μην κινηθεί το m_3 .
 (γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής του m_1 στη διάρκεια της κρούσης.
 (δ) τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου του ερωτήματος α.
- 4.17.** Αρχικά η σφαίρα m_1 βρίσκεται ακίνητη και το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Εκτρέπουμε τη σφαίρα μάζας $m_1 = m$ από την αρχική της θέση ώστε το νήμα μήκους $l = 1,6\text{m}$ να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\phi = 60^\circ$ και την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν αυτή περάσει από την αρχική της θέση ισορροπίας συγκρούεται ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3m$ που βρισκόταν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές. Το σώμα m_2 μετά την κρούση, αφού διανύσει διάστημα s σταματάει. Να βρεθούν:

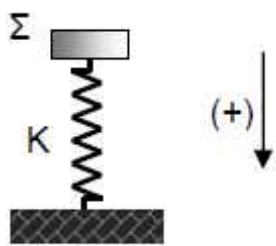


- (α) Το μέτρο της ταχύτητας v_1 του σώματος μάζας m ελάχιστα πριν την κρούση.
 (β) Το συνημίτονο της τελικής γωνίας απόκλισης θ που θα σχηματίσει το νήμα με την κατακόρυφο μετά την ελαστική κρούση.
 (γ) Το διάστημα s μέχρι να σταματήσει το σώμα m_2 .

(δ) Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του m_1 κατά την κρούση.

Δίνονται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου $\mu = 0,2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

- 4.18.** Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200\text{N/m}$ είναι συνδεδεμένο ένα σώμα Σ μάζας $m = 8\text{Kg}$ το οποίο ισορροπεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο έδαφος όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

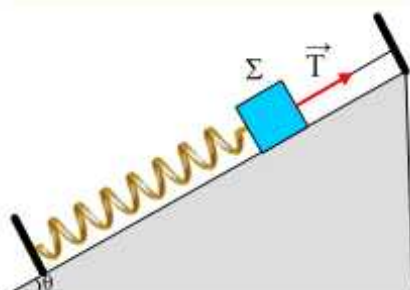


Μετακινούμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω μέχρι την θέση που η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι ίση με την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στην θέση ισορροπίας του σώματος. Στην συνέχεια την χρονική στιγμή $t = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί.

- Να δείξετε ότι το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την συχνότητα της ταλάντωσης του.
- Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή που η δύναμη που δέχεται το σώμα από το ελατήριο μηδενίζεται για πρώτη φορά μετά την χρονική στιγμή $t = 0$.
- Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της Κινητικής ενέργειας του σώματος, στην θέση που η δύναμη επαναφοράς είναι ίση με το βάρος του σώματος και το σώμα επιβραδύνεται.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

- 4.19.** Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ ισορροπεί όπως στο σχήμα, όπου η τάση του νήματος έχει μέτρο $T = 50\text{N}$. Η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = 200\text{N/m}$, το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο με κλίση $\theta = 30^\circ$ και το νήμα είναι παράλληλο προς το επίπεδο.



Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα κινείται.

(α) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

(β) Να βρεθεί το πλάτος και η ενέργεια της ταλάντωσης.

Αφού το σώμα συμπίπτει το ελατήριο, κινείται προς τα πάνω. Τη στιγμή που απέχει 10cm από την αρχική του θέση, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ένα δεύτερο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3\text{kg}$, το οποίο κατέρχεται κατά μήκος του επιπέδου. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει μηδενική ταχύτητα.

(γ) Ποια η ταχύτητα του Σ_2 , ελάχιστα πριν την κρούση.

(δ) Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει το συσσωμάτωμα.

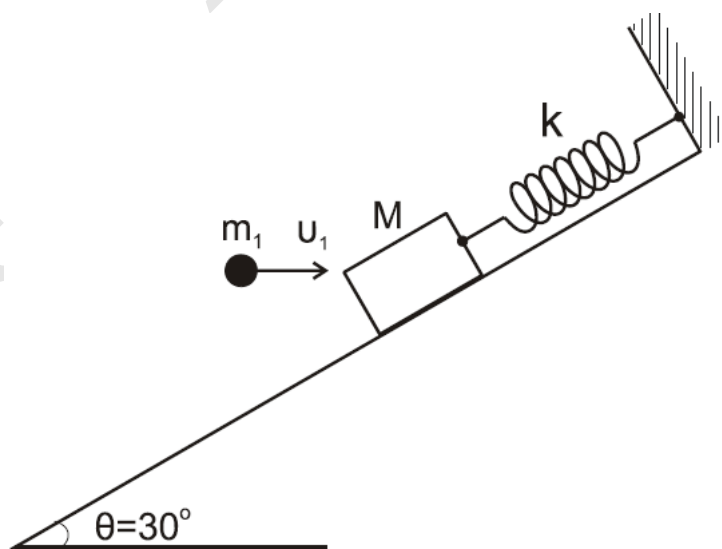
Δίνεται ότι: $g = 10\text{m/s}^2$, πηγή: ylikonet.gr

4.20. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας $m_1 = m = 1\text{kg}$ κινούμενη με ταχύτητα $v = \frac{4}{3}\text{m/s}$, συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας $m_2 = m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων v_1 και $v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$, αντίστοιχα.

(α) Να βρείτε τη γωνία ϕ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{v}_2$ με το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{v}_1$.

(β) Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$

Σώμα μάζας $M = 3m$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς $k = 100\text{N/m}$, που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\theta = 30^\circ$, όπως στο σχήμα. Η σφαίρα,



μάζας m_1 , κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα $\vec{v}_1$, σφηνώνεται στο σώμα M .

(γ) Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (M, m_1) κατά την κρούση.

- (δ) Δεδομένου ότι το συσσωμάτωμα (M, m_1) μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης αυτής.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. *Επαναληπτικές Πανελλήνιες - Ιούνιος 2012*

- 4.21.** Το σώμα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα $M = 0,98 \text{ kg}$ και ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους $l = 2 \text{ m}$.

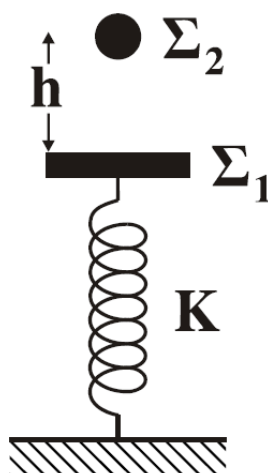
Κάποια χρονική στιγμή βλήμα μάζας $m = 0,02 \text{ kg}$ σφηνώνεται στο σώμα μάζας M και το συσσωμάτωμα που προκύπτει, εκτελώντας κυκλική κίνηση, φτάνει σε θέση όπου το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία ϕ τέτοια ώστε $\sin \phi = 0,6$ και σταματά στιγμιαία. Να υπολογίσετε:



- (α) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- (β) Την αρχική ταχύτητα v_0 του βλήματος.
- (γ) Την τάση του νήματος πριν την κρούση.
- (δ) Την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση.
- (ε) Τη μηχανική ενέργεια, που μετατράπηκε σε θερμότητα στην πλαστική κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 4.22.** Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 7 \text{ kg}$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Από ύψος $h = 3,2 \text{ m}$ πάνω από το Σ_1 στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$, το οποίο συγκρούεται με το Σ_1 κεντρικά και πλαστικά. Να υπολογίσετε:



- (α) το μέτρο της ταχύτητας v_2 του Σ_2 οριακά πριν αυτό συγκρουστεί με το Σ_1 .
- (β) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- (γ) το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- (δ) τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Δίνεται ότι: $g = 10 \text{ m/s}^2$

Πανελλήνιες - Σεπτέμβρης 2009

