Επαναληπτικό Διαγώνισμα *Β Τάξης Λυκείου*
Κυριακή 10 Μάη 2015

Βολή/Θερμοδυναμική/Ηλεκτρικό Πεδίο

Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα Α

Α.1. Στην άκρη ενός τραπεζιού βρίσκονται δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2. Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα Σ_1 εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα υ_o , ενώ η σφαίρα Σ_2 αφήνεται ελεύθερη. Πρώτη στο πάτωμα θα φτάσει η:

(γ) Και οι δύο σφαίρες φτάνουν ταυτόχρονα

Α.2 Δύο όμοια θετικά φορτισμένα σωματίδια συγκρατούνται ακίνητα σε απόσταση r μεταξύ τους. Το σύστημα των δύο φορτίων είναι μονωμένο και και η δυναμική ενέργεια του είναι $100J$. Αν αφεθούν ελεύθερα να κινηθούν, όταν βρεθούν απόσταση $2r$, το κάθε ένα από αυτά θα έχει κινητική ενέργεια K_1 και K_2 για τις οποίες θα ισχύει:

(α) $K_1 = K_2 = 25J$

Α.2 Μια μηχανή Carnot που λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες T_c και T_h έχει συντελεστή απόδοσης e_1. Τετραπλασιάζουμε την θερμοκρασία T_h, διατηρώντας σταθερή την θερμοκρασία T_c, οπότε ο συντελεστής απόδοσης της παραπάνω μηχανής γίνεται e_2. Η σχέση που συνδέει τους δύο συντελεστές απόδοσης είναι:

(β) $e_1 = 4e_2 - 3$

Α.4. Επίπεδος πυκνωτής φορτίζεται με πηγή τάση V και αποκτά ενέργεια U. Αν ο ίδιος πυκνωτής φορτιστεί με πηγή τάσης $2V$ τότε:

(γ) η ενέργεια του θα τετραπλασιαστεί.

Α.5.

(α) Η οριζόντια βολή είναι μια σύνθετη κίνηση που μπορεί να αναλυθεί σε μια ομαλή κίνηση και μια ελεύθερη πτώση. **Σωστό**

(β) Ένα νετρόνιο που εκτοξεύεται παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου κινείται με σταθερή επιτάχυνση. **Λάθος**

(γ) Κατά την αδιαβατική εκτόνωση ενός ιδανικού αερίου η εσωτερική ενέργεια του αερίου μειώνεται. **Σωστό**

(δ) Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή είναι ανάλογη του φορτίου του. **Λάθος**

(ε) Σύμφωνα με τον 2ο Νόμο της Θερμοδυναμικής μια θερμική μηχανή Carnot μετατρέπει την θερμότητα που λαμβάνει εξ ολοκλήρου σε μηχανικό έργο. **Λάθος**

Θέμα Β

Β.1. Μια σφαίρα βάλλεται από ένα ύψος με αρχική οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon_o}$. Στο σχήμα φαίνονται οι συντεταγμένες της θέσης της σφαίρας μετρημένες σε m.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας ισούται με:

(α) $60m/s$

Κατασκευάζουμε την εξίσωση τροχιάς $y = f(x)$, γιατί γνωρίζουμε από το διάγραμμα ότι $f(600) = 500$.

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \ , \ x = \upsilon_o t \Rightarrow y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{\upsilon_o^2} \Rightarrow 500 = \frac{1}{2}10\frac{600^2}{\upsilon_o^2} \Rightarrow \upsilon_o = 60m/s$$

Β.2. Ένα δοχείο σταθερού όγκου περιέχει ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου, το οποίο βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας (1), με απόλυτη θερμοκρασία T_1, πίεση P_1 και ενεργό ταχύτητα των μορίων του $\upsilon_{\text{εν}(1)}$. Η ποσότητα του αερίου παραμένει στο δοχείο σταθερού όγκου και μεταβαίνει αντιστρεπτά στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας (2) με τον εξής τρόπο: *αυξάνουμε την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου T_2, έτσι ώστε η πίεση του να τετραπλασιαστεί και η ενεργός ταχύτητα των μορίων του να γίνει $\upsilon_{\varepsilon\nu(2)}$.*

Ο λόγος $\dfrac{\upsilon_{\text{εν}(1)}}{\upsilon_{\text{εν}(2)}}$ των ενεργών ταχυτήτων των μορίων του αερίου στις καταστάσεις (1) και (2) είναι ίση με:

(β) $\dfrac{1}{2}$

Η ενεργός ταχύτητα υπολογίζεται:

$$\upsilon_{\text{εν}} = \sqrt{\bar{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m}} \quad \text{γιατί} \qquad \frac{1}{2}m\bar{\upsilon^2} = \frac{3}{2}k_BT$$

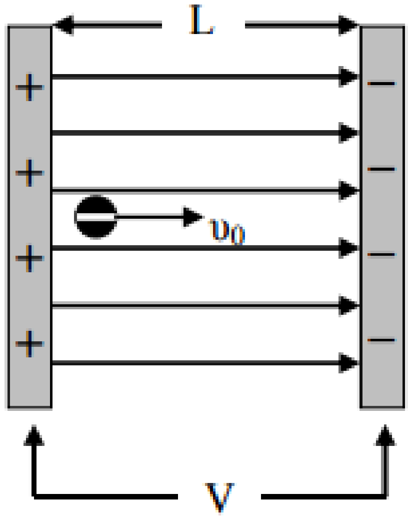
Κατά την παραπάνω αντιστρεπτή μεταβολή ο όγκος παραμένει σταθερός, άρα σύμφωνα με τον νόμο του Charles η πίεση είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας. Άρα η απόλυτη θερμοκρασία θα τετραπλασιάζεται $T_2 = 4T_1$

Ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

$$\frac{\upsilon_{\text{εν}(1)}}{\upsilon_{\text{εν}(2)}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \frac{1}{2}$$

Β.3. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και αρνητικού φορτίου q βάλλεται με αρχική ταχύτητα υ_o παράλληλη στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης $\vec{E}$ και ομόρροπα με αυτές, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Το πεδίο δημιουργείται ανάμεσα σε δύο φορτισμένες πλάκες που παρουσιάζουν διαφορά δυναμικού V και απέχουν απόσταση L. Οι βαρυτική αλληλεπίδραση θεωρείται αμελητέα. Η απόσταση που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει είναι:



(γ) $x = \dfrac{\upsilon_o^2 mL}{2|q|V}$

Στο σωματίδιο ασκείται επιβραδύνουσα ηλεκτρική δύναμη ($\vec{F} = q\vec{E}$)με αποτέλεσμα να επιβραδύνεται μέχρι να σταματήσει, εξαιτίας του έργου της δύναμης ($W = -Fx$). Η ένταση του ομογενούς πεδιου είναι $E = E = \dfrac{V}{L}$. Εφαρμόζω το Θ.Μ.Κ.Ε.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = -|q|Ex \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = |q|\frac{V}{L}x \Rightarrow x = \frac{\upsilon_o^2 mL}{2|q|V}$$

Θέμα Γ

Ορισμένη ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου που βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α(P_o, V_o, T_o), υπόκειται στην παρακάτω αντιστρεπτή κυκλική μεταβολή:

- ΑΒ: Ισοβαρής εκτόνωση μέχρι να διπλασιάσει τον όγκο του,

$$P_B = P_A = P_o, \quad \frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow T_B = 2T_A = 2T_o$$

- ΒΓ: ισόθερμη εκτόνωση μέχρι να διπλασιάσει τον όγκο που είχε στην κατάσταση Β,

$$T_B = T_\Gamma = 2T_o, \quad P_B V_B = P_\Gamma V_\Gamma \Rightarrow V_\Gamma = 2V_B = 4V_o$$

- ΓΔ: ισόχωρη ψύξη μέχρι το αέριο να αποκτήσει την θερμοκρασία που είχε στην κατάσταση Α

$$V_\Gamma = V_\Delta = 4V_o, \quad \frac{P_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{P_\Delta}{T_\Delta} \Rightarrow P_\Delta = \frac{P_\Gamma}{2} = \frac{P_o}{4}$$

- ΔΑ : ισόθερμη συμπίεση μέχρι να επανέλθει στην αρχική κατάσταση Α.

$$T_\Delta = T_A = T_o$$

Γ.1 Να γίνει γραφική παράσταση Πίεσης - Όγκου και Όγκου - Θερμοκρασίας, με τις τιμές της πίεσης, του όγκου και της θερμοκρασίας εκφρασμένες συναρτήσει των P_o, V_o, T_o.

Γ.2 Να υπολογίσετε την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας σε κάθε μία από τις παραπάνω μεταβολές σε συνάρτηση με τα δεδομένα της κατάστασης Α.

$$\Delta U_{AB} = nC_v\Delta T = \frac{3}{2}nR(2T_o - T_o) \Rightarrow \Delta U_{AB} = \frac{3}{2}nRT_o = \frac{3}{2}P_oV_o$$

$$\Delta U_{B\Gamma} = nC_v\Delta T = 0$$

$$\Delta U_{\Gamma\Delta} = nC_v\Delta T = \frac{3}{2}nR(T_o - 2T_o) \Rightarrow \Delta U_{\Gamma\Delta} = -\frac{3}{2}nRT_o = -\frac{3}{2}P_oV_o$$

$$\Delta U_{\Delta A} = nC_v\Delta T = 0$$

Γ.3 Να υπολογίσετε την θερμότητα και το έργο που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον σε κάθε μεταβολή σε συνάρτηση με τα δεδομένα της κατάστασης Α.

$C_p = C_v + R = \frac{5}{2}R$

$$Q_{AB} = nC_p\Delta T = \frac{5}{2}nR(2T_o - T_o) \Rightarrow Q_{AB} = \frac{5}{2}nRT_o = \frac{5}{2}P_oV_o$$

$$W_{AB} = P\Delta V = P_o(2V_o - V_o) \Rightarrow W_{AB} = P_oV_o$$

$$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} = nRT_B ln(\frac{V_\Gamma}{V_B}) = nR2T_o ln2 = 1,4P_oV_o$$

$$W_{\Gamma\Delta} = 0, Q_{\Gamma\Delta} = \Delta U_{\Gamma\Delta}$$

$$Q_{\Delta A} = W_{\Delta A} = nRT_\Delta ln(\frac{V_A}{V_\Delta}) = nRT_o ln(\frac{1}{4}) = -1,4P_oV_o$$

Γ.4 Να υπολογίσετε τον συντελεστή απόδοσης θερμικής μηχανής που λειτουργεί σύμφωνα με τον παραπάνω αντιστρεπτό κύκλο. Να εξηγήσεις γιατί δεν παραβιάζετε ο 2ος Θερμοδυναμικός Νόμος.

$$e = \frac{W}{Q_h} = \frac{W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A}}{Q_{AB} + Q_{B\Gamma}} \simeq 0,26$$

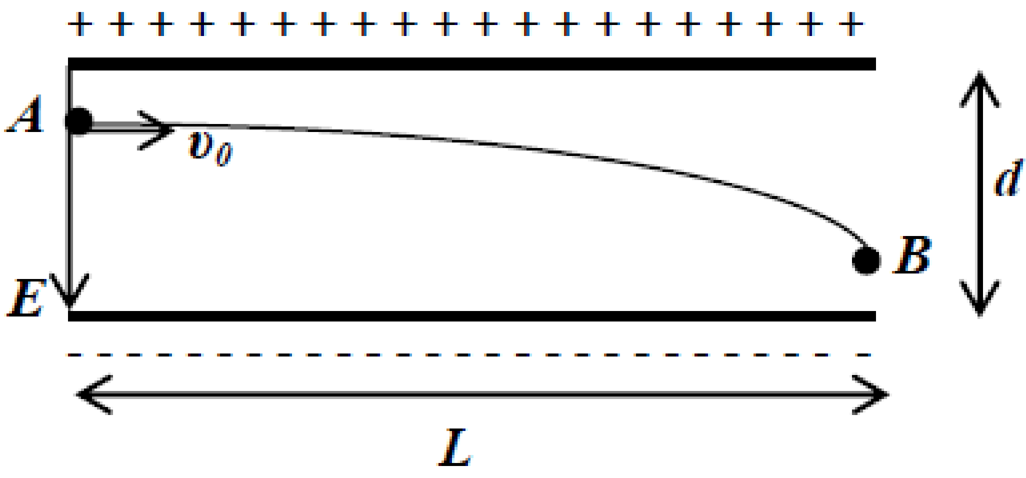
Σύμφωνα με τον δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο μια θερμική μηχανή δεν μπορεί να μετατρέπει εξ ολοκλήρου την θερμότητα σε μηχανικό έργο, δηλαδή ο συντελεστής απόδοσης πρέπει να είναι πάντα μικρότερος της μονάδας.

Γ.5 Να υπολογίσετε την απόδοση μηχανής Carnot που λειτουργεί μεταξύ των ισόθερμων του παραπάνω κύκλου.

$$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 0,5$$

Θέμα Δ

Φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και θετικού φορτίου q, εισέρχεται με ταχύτητα μέτρου v_o κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς πεδίου έντασης μέτρου E. Το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται μεταξύ των οριζοντίων οπλισμών επίπεδου πυκνωτή όπως φαίνεται στο σχήμα. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι d και το μήκος του κάθε οπλισμού είναι L. Το φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται στο πεδίο απο σημείο Α και εξέρχεται από σημείο Β όπως φαίνεται στο σχήμα.



Δ.1 Να υπολογίσετε την κατακόρυφη μετατόπιση του σωματιδίου την στιγμή που εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο καθώς και τον χρόνο παραμονής του εντός του πεδίου.

Το φορτισμένο σωματίδιο θα εκτελεί σύνθετη κίνηση, ΕΟΚ στον οριζόντιο άξονα και ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη στον κατακόρυφο άξονα εξαιτίας του ηλεκτρικού πεδίου.

– **Άξονας** x**:** $\upsilon_x = \upsilon_o$, $x = \upsilon_o t$
– **Άξονας** y**:** $\alpha = \dfrac{qE}{m}$, $\upsilon_y = \alpha t$, $y = \dfrac{1}{2}\alpha t^2$

Θα εξέλθει από το πεδίο την στιγμή που θα έχει διανύσει την οριζόντια απόσταση L και θα έχει εκτραπεί κατακόρυφα κατά y

$$x = L = \upsilon_o t \Rightarrow t = \frac{L}{\upsilon_o}, \quad y = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}\frac{L^2}{\upsilon_o^2}$$

Δ.2 Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Β.

$$V_A - V_B = Ey = \frac{1}{2}\frac{qE^2}{m}\frac{L^2}{\upsilon_o^2}$$

Δ.3 Να υπολογίσετε τη μεταβολή της Κινητικής Ενέργειας του φορτισμένου σωματιδίου εξαιτίας της κίνησης εντός του ηλεκτρικού πεδίου.

$$\Delta K = \Sigma W = W_{F_{\eta\lambda}}^{A\to B} = q(V_A - V_B) = \frac{1}{2}\frac{q^2E^2}{m}\frac{L^2}{\upsilon_o^2}$$

Δ.4 Αν θεωρήσουμε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων με αρχή το Α (0,0) και ως χρονική στιγμή $t = 0$, την στιγμή εισόδου του σωματιδίου στο ομογενές πεδίο να υπολογίσετε την εξίσωση της τροχιάς του σωματιδίου.

$$x = \upsilon_o t \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon_o}, \quad y = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}\frac{x^2}{\upsilon_o^2} \Rightarrow y = \frac{qE}{2m\upsilon_o^2}x^2$$

Δ.5 Να δώσετε τις συντεταγμένες της θέσης (x, y) του σωματιδίου στην χρονική στιγμή $t = \dfrac{d}{2\upsilon_o}$.

$$x = \upsilon_o t \Rightarrow x = \frac{d}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 = \frac{qE}{m}\frac{d^2}{4\upsilon_o^2}$$