4ο Διαγώνισμα *Β Τάξης Ενιαίου Λυκείου*

Ηλεκτρικό Πεδίο - Πυκνωτές

Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα Α

Α.1 Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο εκτοξεύεται από πολύ μεγάλη απόσταση προς ένα θετικά φορτισμένο ακλόνητο σημειακό φορτίο. Το σωματίδιο θα εκτελέσει :

(γ) ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση με αυξανόμενη επιβράδυνση.

Α.2 Στις τρείς κορυφές Α,Β και Γ ενός ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς α βρίσκονται αντίστοιχα τρία ηλεκτρικά φορτία $-q$, $+2q$,$+q$. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι ίση με:

(α) $-k_c\dfrac{q^2}{a}$

Α.3 Ένα ηλεκτρόνιο ισορροπεί μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται ανάμεσα στους οπλισμούς ενός επίπεδου πυκνωτή. Αν διπλασιάσουμε την τάση στα άκρα των οπλισμών, το ηλεκτρόνιο:

(α) Θα κινηθεί επιταχυνόμενο προς τον θετικό οπλισμό

Α.4 Αν διπλασιάσουμε το φορτίο ενός πυκνωτή, τότε η αποθηκευμένη σε αυτόν ενέργεια θα:

(δ) τετραπλασιάζεται

A.5

(α) Η δυναμική ενέργεια ενός συστήματος φορτίων είναι πάντα θετική. **Λάθος**

(β) Το δυναμικό σε ένα ομογενές πεδίο είναι το ίδιο σε κάθε σημείο. **Λάθος**

(γ) Ένα νετρόνιο που εκτοξεύεται παράλληλα στις δυναμικές γραμμές Ομογενούς πεδίου θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα. **Σωστό**

(δ) Ο πυκνωτής είναι μια διάταξη αποθήκευσης ηλεκτρικού ρεύματος. **Λάθος**

(ε) Το eV είναι μονάδα μέτρησης της τάσης στην ατομική φυσική. **Λάθος**

Θέμα Β

B.1 Διαθέτουμε δύο επίπεδους πυκνωτές (1) και (2) που τους φορτίζουμε με την ίδια πηγή τάσης V. Ο πυκνωτής (1) αποκτά μετά την φόρτιση ενέργεια U_1 και ο πυκνωτής (2) ενέργεια U_2, με $U_1 = 4U_2$. Όλα τα κατασκευαστικά στοιχεία των πυκνωτών είναι ίδια εκτός από το εμβαδόν των οπλισμών τους.

Η σχέση που συνδέει τα εμβαδά των οπλισμών των πυκνωτών A_1 και A_2 θα είναι:

(α) $A_1 = 4A_2$

$$\frac{1}{2}C_1V^2 = 4\frac{1}{2}C_2V^2 \Rightarrow C_1 = 4C_2 \Rightarrow \epsilon_o\frac{A_1}{l} = 4\epsilon_o\frac{A_2}{l} \Rightarrow A_1 = 4A_2$$

B.2 Ηλεκτρόνιο εκτοξεύεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο όπως φαίνεται στο σχήμα. Για μα βγει το ηλεκτρόνιο από το ηλεκτρικό πεδίο χωρίς να προσκρούσει στον θετικά φορτισμένο οπλισμό του πυκνωτή, θα πρέπει να ισχύει:

(γ) $\upsilon_o \geq \frac{Ee}{2m}\frac{L^2}{\upsilon_o l}$

Το ηλεκτρόνιο εκτελεί σύνθετη κίνηση, στον κατακόρυφο άξονα επιταχύνεται με επιτάχυνση $a = \frac{eE}{m}$. *Την χρονική στιγμή της εξόδου από το ηλεκτρικό πεδίο (*$t = \frac{L}{\upsilon_o}$*) πρέπει για την κατακόρυφη απόκλιση (*y*) να ισχύει* $y \leq l$

$$y \leq l \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 \leq l \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{eE}{m}(\frac{L}{\upsilon_o})^2 \leq l \Rightarrow \upsilon_o \geq \frac{Ee}{2m}\frac{L^2}{\upsilon_o l}$$

Β.3 Πρωτόνιο (p) εισέρχεται με ταχύτητα υ_o σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο παράλληλα στις δυναμικές γραμμές και με αντίθετη με αυτές φορά,οπότε σταματά στιγμιαία αφού διανύσει διάστημα x_p. Με τον ίδιο τρόπο και με την ίδια αρχική ταχύτητα υ_o εισέρχεται στο ίδιο ηλεκτρικό πεδίο ένας πυρήνας Ηλίου (He), οπότε σταματά στιγμιαία αφού διανύσει απόσταση x_{He}.

Αν σας δίνεται ότι ο Πυρήνας Ηλίου έχει τετραπλάσια μάζα και διπλάσιο ηλεκτρικό φορτίο από το Πρωτόνιο, τότε η σχέση που συνδέει τα παραπάνω διαστήματα θα είναι:

(γ) $x_{He} = 2x_p$

Ένα σωματίδιο που επιβραδύνεται με επιβράδυνση $a = \frac{|q|E}{m}$ *σταματάει όταν* $0 = \upsilon_0 - at \Rightarrow t = \frac{\upsilon_o}{a} \Rightarrow x = \upsilon_o t - \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x = \frac{\upsilon_o^2}{2a} = \frac{m\upsilon_o^2}{2|q|E}$. *Άρα ο λόγος για τα δοσμένα σωματίδια είναι:*

$$\frac{x_p}{x_{He}} = \frac{\frac{m_p\upsilon_o^2}{2|q_p|E}}{\frac{m_a\upsilon_o^2}{2|q_a|E}} = \frac{m_p|q_a|}{m_a|q_p|} = \frac{1}{2}$$

Β.4 Δύο θετικά φορτισμένα σωματίδια Α και Β έχουν μάζες m και $2m$ και φορτία q και $2q$ αντίστοιχα. Αφήνουμε τα φορτία ελεύθερα σε απόσταση x μεταξύ τους. Η ταχύτητες που αποκτούν τα φορτία όταν βρεθούν σε διπλάσια απόσταση μεταξύ τους θα είναι υ_A και υ_B. :

(α) $\upsilon_B = \frac{\upsilon_A}{2} = \sqrt{\frac{k_c q^2}{3mx}}$

Για το σύστημα των δύο φορτίων ισχύει η Διατήρηση της Ορμής, αφού δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις και η Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας, αφού η ηλεκτρική δύναμη Coulomb είναι συντηρητική.

$$\vec{P}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{P}_{\text{ολ(μετά)}} \Rightarrow 0 + 0 = m\upsilon_A - 2m\upsilon_B \Rightarrow \upsilon_A = 2\upsilon_B$$

$$E_{\text{μηχ(πριν)}} = E_{\text{μηχ(μετά)}} \Rightarrow 0 + 0 + k_c\frac{q2q}{x} = \frac{1}{2}m\upsilon_A^2 + \frac{1}{2}2m\upsilon_B^2 + k_c\frac{q2q}{2x}$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει η λύση.

Θέμα Γ

Σε ένα επίπεδο πυκνωτή οι οπλισμοί του έχουν εμβαδό $A = 2cm^2$ ενώ η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του είναι $d = 1,77mm$. Μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή υπάρχει αέρας. Ο πυκνωτής φορτίζεται από πηγή τάσης $V_1 = 10Volt$ και ενώ ο πυκνωτής παραμένει συνδεδεμένος με την πηγή, διπλασιάζουμε την απόσταση των οπλισμών του. Να υπολογίσετε:

Γ.1 την χωρητικότητα του πυκνωτή πριν και μετά την απομάκρυνση των οπλισμών του.

$$C = \epsilon_o\frac{A}{d} \Rightarrow C = 10^{-12}F \quad , C' = \epsilon_o\frac{A}{2d} = \frac{C}{2} = 0,5 \cdot 10^{-12}F$$

Γ.2 το φορτίο του πυκνωτή πριν και μετά την απομάκρυνση των οπλισμών του.

Επειδή ο πυκνωτής παραμένει σε σύνδεση δεν μεταβάλλεται η τάση στα άκρα του.

$$Q = CV = 10^{-11}C \quad , Q' = C'V = \frac{Q}{2} = 0,5 \cdot 10^{-11}C$$

Γ.3 την ενέργεια του πυκνωτή πριν και μετά την απομάκρυνση των οπλισμών του. Που οφείλεται η μεταβολή της ενέργειας του πυκνωτή;

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = 0,5 \cdot 10^{-11} J \quad , U' = \frac{1}{2}C'V^2 = \frac{U}{2} = 0,25 \cdot 10^{-11} J$$

Η μεταβολή της ενέργειας οφείλεται στο έργο της εξωτερικής δύναμης που μετακινεί τους οπλισμούς του πυκνωτή.

Αφού απομακρύνουμε τους οπλισμούς του πυκνωτή , εκτοξεύουμε από το θετικό οπλισμό του πυκνωτή πρωτόνιο με ηλεκτρικό φορτίο $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ και κινητική ενέργεια $K_o = 1,6 \cdot 10^{-18} J$ στην κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών του πεδίου.

Γ.4 Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του πρωτονίου όταν φτάνει στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή.

Εφαρμόζω το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K - K_o = eV \Rightarrow K = 3,2 \cdot 10^{-18} J$$

Θέμα Δ

Ηλεκτρόνιο επιταχύνεται εντός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου , κατά μήκος δυναμικής γραμμής και μεταξύ δύο σημείων με διαφορά δυναμικού V_1. Στην συνέχεια εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές άλλου ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται μεταξύ των παράλληλων οπλισμών επιπέδου πυκνωτή με τάση $V_2 = 300 Volt$. Το σημείο εισόδου του ηλεκτρονίου είναι πολύ κοντά στον αρνητικό οπλισμό, ενώ το σημείο εξόδου είναι πολύ κοντά στον θετικό οπλισμό. Το μήκος των οπλισμών του πυκνωτή είναι L και η απόσταση μεταξύ τους είναι $d = 1cm$.

Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης E του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή και το μέτρο της δύναμης F που ασκείται στο ηλεκτρόνιο κατά την διάρκεια της κίνησης του εντός του ηλεκτρικού πεδίου.

$$E = \frac{V_2}{d} = 3 \cdot 10^4 N/C \qquad , F = eE = 4,8 \cdot 10^{-15} N$$

Δ.2 Να δείξετε ότι ο χρόνος κίνησης του ηλεκτρονίου εντός του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι $t = d \cdot \sqrt{\frac{2m_e}{|e|V_2}}$, όπου m_e είναι η μάζα του ηλεκτρονίου και e το φορτίο του.

Το ηλεκτρόνιο εκτελεί σύνθετη κίνηση με επιτάχυνση $a = \frac{eE}{m_e} = \frac{eV_2}{m_e d}$. Η κατακόρυφη εκτροπή την στιγμή της εξόδου είναι $y = d$.

$$y = d = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = d\sqrt{\frac{2m_e}{|e|V_2}}$$

Δ.3 Αν η κινητική ενέργεια K_2 με την οποία φτάνει το ηλεκτρόνιο στην έξοδο από το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή είναι 30% μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια K_1 που είχε κατά την είσοδο του στον πυκνωτή , να υπολογίσετε την διαφορά δυναμικού V_1.

Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ γενικά ισχύει ότι $\Delta K = \Sigma W$. Για την επιτάχυνση υπό τάση V_1 ισχύει $K_1 - 0 = eV_1$ και για την εκτροπή στο κατακόρυφο πεδίο ισχύει $K_2 - K_1 = eV_2$

$$K_2 = K_1 + \frac{30}{100}K_1 \Rightarrow K_2 = 1,3K_1 \Rightarrow K_2 - K_1 = 0,3K_1 \Rightarrow eV_2 = 0,3eV_1$$
$$\Rightarrow V_2 = 0,3V_1$$

Δ.4 Να υπολογίσετε την γωνιακή εκτροπή του ηλεκτρονίου κατά την διέλευση του από τον πυκνωτή.

Η οριζόντια ταχύτητα υ_o σχηματίζει γωνία θ με την ταχύτητα εξόδου από το κατακόρυφο πεδίο υ.

$$K_2 = 1,3K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 1,3\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 \Rightarrow \upsilon^2 = 1,3\upsilon_o^2$$

Για την γωνιακή εκτροπή $\sigma\upsilon\nu\theta = \dfrac{\upsilon_o}{\upsilon} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = \sqrt{\dfrac{1}{1,3}} = \dfrac{10}{13} \Rightarrow \theta = 40^o$

Επιμέλεια: Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου