
4ο Διαγώνισμα Γ Τάξης Ενιαίου Λυκείου
Κυριακή 21 Δεκέμβρη 2014

2ο Κεφάλαιο - Κύματα

Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα Α

A.1. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα :

(β) υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.

A.2. Δυο σύγχρονες πηγές δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα πλάτους A και μήκους κύματος λ . Ένα σημείο Σ βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού σε αποστάσεις r_1 και r_2 από τις πηγές αντίστοιχα. Αν ξέρουμε ότι ισχύει $|r_1 - r_2| = 11\lambda$, τότε το Σ ταλαντώνεται με πλάτος :

(β) $2A$

A.3. Όταν μια μονοχρωματική ακτινοβολία φως που διαδίδεται στο κενό εισέρχεται σε ένα οπτικό μέσο η ταχύτητα διάδοσης μειώνεται κατά 20%. Η τιμή του δείκτη διάθλασης του οπτικού μέσου θα είναι :

(β) 1,25

A.4. Τα φαινόμενα της ανάκλασης και της διάθλασης :

(δ) είναι κοινά σε όλα τα είδη των κυμάτων, ηλεκτρομαγνητικά και μηχανικά

A.5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη. **[5 × 1 = 5 μονάδες]**

- (α) Για τη ταχύτητα διάδοσης ενός αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου ισχύει ότι αν διπλασιαστεί η συχνότητα του κύματος διπλασιάζεται και η ταχύτητά του. **Λάθος**
- (β) Το όζον της στρατόσφαιρας απορροφά κατά κύριο λόγο την επικίνδυνη υπεριώδη ακτινοβολία. **Σωστό**
- (γ) Η αιτία δημιουργίας του ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ηλεκτρικών φορτίων. **Λάθος**
- (δ) Το μήκος κύματος του ορατού φωτός στο κενό κυμαίνεται από 400 nm έως 700 nm. **Σωστό**
- (ε) Ολική εσωτερική ανάκλαση έχουμε όταν μια μονοχρωματική ακτίνα φωτός μεταβαίνει από οπτικά αραιότερο προς οπτικά πυκνότερο μέσο και συναντά τη διαχωριστική τους επιφάνεια με γωνία μεγαλύτερη της κρίσιμης γωνίας. **Λάθος**

Θέμα Β

B.1. Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους. Σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει αποστάσεις r_1 , r_2 αντίστοιχα από τις δύο πηγές. Μεταβάλλοντας ταυτόχρονα την συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών μπορούμε να καθορίσουμε το είδος της συμβολής στο σημείο Σ .

Εάν $f_{1(min)}$ η ελάχιστη δυνατή συχνότητα ταλάντωσης των δυο πηγών ώστε τα κύματα να συμβάλλουν ενισχυτικά στο σημείο Σ και $f_{2(min)}$ η ελάχιστη δυνατή συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών ώστε τα κύματα να συμβάλλουν αποσβεστικά στο σημείο Σ , τότε ο λόγος $\frac{f_{1(min)}}{f_{2(min)}}$ είναι ίσος με:

(γ) 2

Για να έχουμε ενισχυτική συμβολή πρέπει $|r_1 - r_2| = N\lambda$ και για την αποσβεστική συμβολή $|r_1 - r_2| = (2N + 1)\frac{\lambda}{2}$. Επίσης $v = \lambda f$. Άρα για τις ελάχιστες συχνότητες ισχύει $|r_1 - r_2| = \lambda_1$ και $|r_1 - r_2| = \frac{\lambda_2}{2}$

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \frac{v}{f_{1(\min)}} = \frac{1}{2} \frac{v}{f_{2(\min)}} \Rightarrow \frac{f_{1(\min)}}{f_{2(\min)}} = 2$$

B.2. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο, κατά μήκος του ημιάξονα Ox , δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση $x = 0$. Δύο σημεία K και Λ του ελαστικού μέσου βρίσκονται αριστερά και δεξιά του πρώτου δεσμού, μετά τη θέση $x = 0$, σε αποστάσεις $\frac{\lambda}{6}$ και $\frac{\lambda}{12}$ από αυτόν αντίστοιχα, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

Ο λόγος των μεγίστων ταχυτήτων $\frac{v_K}{v_\Lambda}$ των σημείων αυτών είναι:

$$\text{(α)} \sqrt{3}$$

Τα σημεία K και Λ βρίσκονται αντίστοιχα στις θέσεις $x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{12}$ και $x_\Lambda = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$.

$$\frac{v_K}{v_\Lambda} = \frac{2A|\sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi x_K}{\lambda})|}{2A|\sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi x_\Lambda}{\lambda})|} = \sqrt{3}$$

B.3. Η εξίσωση που περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται σε ένα οπτικό μέσο με δείκτη διάθλασης n είναι:

$$E = 10^2 \eta \mu \pi (24 \cdot 10^{12} t - 12 \cdot 10^4 x) \text{ (S.I.)}$$

1. Αν η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, ο δείκτης διάθλασης του υλικού είναι ίσος με:

(α) 1,2

(β) 1,5

(γ) 2

Από την εξίσωση του Κύματος προκύπτει ότι $f = 12 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$ και $\lambda = \frac{10^{-4}}{6} \text{ m}$, άρα $v = \lambda f = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s} = \frac{c}{n} \Rightarrow n = 1,5$

- 2.** Η εξίσωση που περιγράφει το μαγνητικό πεδίο του παραπάνω ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο (S.I.) είναι:

$$(a) B = 5 \cdot 10^{-7} \eta \mu 2\pi(12 \cdot 10^{12}t - 6 \cdot 10^4x)$$

Η εξίσωση του μαγνητικού πεδίου θα πρέπει να έχει την ίδια φάση με την εξίσωση του Ηλεκτρικού πεδίου. Για το πλάτος του μαγνητικού πεδίου πρέπει να ισχύει $\frac{E_{max}}{B_{max}} = v \Rightarrow B_{max} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ T}$

Θέμα Γ

Αρμονικό κύμα με εξίσωση $y = 0,2\eta\mu\pi(5t - 0,04x)$ (y σε m , t σε s , x σε cm) διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$.

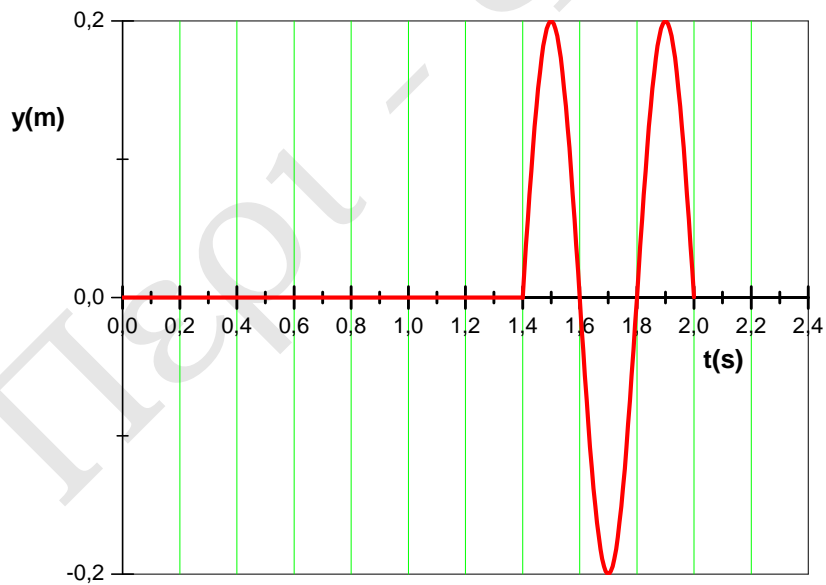
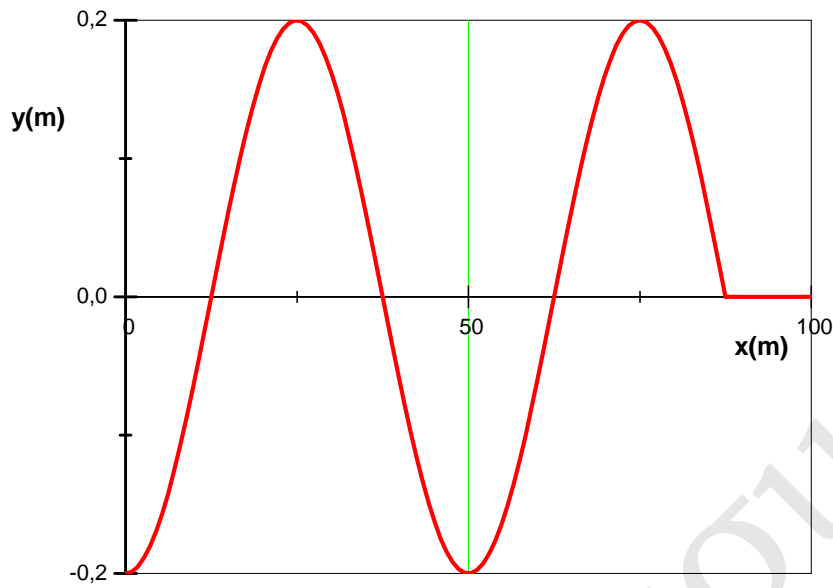
- Γ.1** να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος καθώς και τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου.

Από την κυματική εξίσωση θα προκύψει ότι: $f = 2,5 \text{ Hz} \Rightarrow T = 0,4 \text{ s}$, $\lambda = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m} \Rightarrow v = \lambda f = 1,25 \text{ m/s}$

- Γ.2** να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες: **(i)** το στιγμιότυπο του κύματος στο θετικό ημιάξονα τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,7 \text{ s}$. **ii)** τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του υλικού σημείου M ($x_M = 1,75 \text{ m}$) από τη $\Theta.I.$ του σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Την χρονική στιγμή t_1 το κύμα θα έχει διαδοθεί κατά $x = vt = 87,5 \text{ cm} = \frac{7\lambda}{4}$.

Το υλικό σημείο M ξεκινά την ταλάντωση του την χρονική στιγμή $t = \frac{x}{v} = 1,4 \text{ s}$



Γ.3 να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των υλικών σημείων Μ και Λ ($x_{\Lambda} = 2,5m$) του ελαστικού μέσου για κάθε χρονική στιγμή μετά την έναρξη της ταλάντωσης και των δύο σημείων.

$$\Delta\phi = \phi_{\Lambda} - \phi_M = 2\pi(ft - \frac{x_M}{\lambda}) - 2\pi(ft - \frac{x_{\Lambda}}{\lambda}) \Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = 3\pi rad$$

Γ.4 να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του υλικού σημείου Μ τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του από τη Θ.Ι. του ισούται με $0,1m$.

Εφαρμόζω την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας για την θέση $y = \frac{A}{2}$

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dy^2 \Rightarrow v = \pm\sqrt{A^2 - y^2} = \pm\frac{\pi\sqrt{3}}{2}m/s$$

Θέμα Δ

Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, της ελαστικής επιφάνειας ενός υγρού και απέχουν κατά $d = 5m$. Οι πηγές ξεκινούν τη χρονική στιγμή $t = 0$ να ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια του υγρού χωρίς αρχική φάση εκτελώντας 5 ταλαντώσεις κάθε δευτερόλεπτο.

Οι πηγές δημιουργούν αρμονικά κύματα ίσου πλάτους που συμβάλλουν στην επιφάνεια του υγρού. Σημείο (Σ) απέχει κατά $r_{1(\Sigma)} = 3m$ από την πηγή Π_1 και κατά $r_{2(\Sigma)} > r_{1(\Sigma)}$ από την πηγή Π_2 . Μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό, το (Σ) ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση:

$$y_{\Sigma} = 0,1\eta\mu\pi(10t - \frac{35}{3}), (S.I.)$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $v = 3m/s$.

$$f = 5Hz \Rightarrow v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{3}{5} = 0,6m$$

Δ.1 Να υπολογίσετε την απόσταση του **(Σ)** από την Π_2

Συγκρίνοντας με την εξίσωση της συμβολής στο σημείο Σ προκύπτει ότι:

$$2\pi \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} = \pi \frac{35}{3} \Rightarrow r_2 = 4m$$

$$2A \sin 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} = 0,1 \Rightarrow A = 0,1m$$

Δ.2 Να υπολογίσετε το πλήθος των σημείων ενίσχυσης που βρίσκονται πάνω στο τμήμα AB.

Υποθέτω ένα σημείο ενίσχυσης πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τις δύο πηγές: $r_1 - r_2 = N\lambda$ και $r_1 + r_2 = d$. Άρα $r_1 = \frac{N\lambda + d}{2}$. Πρέπει $0 \leq r_1 \leq d$. Θα προκύψουν 17 σημεία ενίσχυσης.

Δ.3 Να προσδιορίσετε τη θέση του σημείου **(Κ)** το οποίο βρίσκεται επί του AB και ανήκει στην ίδια υπερβολή με το **(Σ)**.

Πρέπει $r_{1(K)} - r_{2(K)} = r_{1(\Sigma)} - r_{2(\Sigma)} = -1$. Επειδή το Κ είναι σημείο της AB πρέπει ταυτόχρονα $r_{1(K)} + r_{2(K)} = d = 5m$. Άρα προκύπτει με πρόσθεση κατά μέλη ότι: $r_{1(K)} = 2m, r_{2(K)} = 3m$

Δ.4 Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου **(Κ)** σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Υπολογίζω τους χρόνους που φτάνουν τα δύο κύματα στο σημείο Κ και γράφω την εξίσωση της απομάκρυνσης από την ΘΙΤ:

$$t_1 = \frac{r_1}{v} = \frac{2}{3}s, t_2 = \frac{r_2}{v} = 1s$$

$$y = 0 \text{ για } 0 < t < \frac{2}{3}s$$

$$y = 0, 1\eta\mu 2\pi(5t - \frac{10}{3}) \text{ για } \frac{2}{3}s \leq t < 1s$$

$$y = 0, 1\eta\mu 2\pi(5t - \frac{25}{6}) \text{ για } t \geq 1s$$

Άρα η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης θα είναι:

$$v = 0 \text{ για } 0 < t < \frac{2}{3}s$$

$$v = 0,5\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(5t - \frac{10}{3}\right) \text{ για } \frac{2}{3}s \leq t < 1s$$

$$y = 0,5\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(5t - \frac{25}{6}\right) \text{ για } t \geq 1s$$

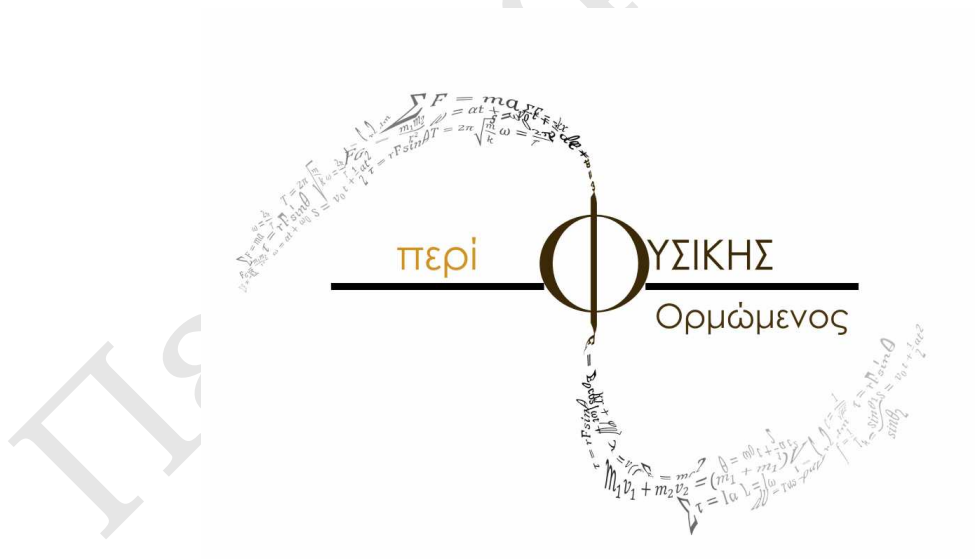
Δ.5 Να υπολογίσετε την ελάχιστη μεταβολή της συχνότητας ταλάντωσης των πηγών ώστε να διπλασιαστεί το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ μετά την συμβολή των δύο κυμάτων σε αυτό.

Για να διπλασιαστεί το πλάτος ταλάντωσης του Σ πρέπει:

$$|2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda'}\right)| = 2A \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{\lambda'}\right) = \pm 1 \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda'} = N\pi \Rightarrow$$

$$\lambda'(min) = 1m \Rightarrow f'_{min} = \frac{v}{\lambda'} = 3Hz$$

Άρα η ελάχιστη μεταβολή της συχνότητας είναι μείωση κατά 2 Hz



Επιμέλεια: Καραδημητρίου Μιχάλης