1ο Διαγώνισμα *Β Τάξης Ενιαίου Λυκείου*

Κυριακή 9 Νοέμβρη 2014

Φυσική Προσανατολισμού - Μηχανική

Θέμα Α

Α.1. Στην άκρη ενός τραπεζιού βρίσκονται δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2. Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα Σ_1 εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα υ_o , ενώ η σφαίρα Σ_2 αφήνεται ελεύθερη. Πρώτη στο πάτωμα θα φτάσει η:

(γ) Και οι δύο σφαίρες φτάνουν ταυτόχρονα

Α.2 Ένα σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα υ και διαγράφει ημικύκλιο. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι ίσο με :

(β) $|2m\upsilon|$

Α.3. Ένα όχημα μάζας $m = 500kg$ κινείται με $\upsilon = 20m/sec$ και πρόκειται να μπει σε μία οριζόντια στροφή χωρίς κλίσεις, ακτίνας $R = 50m$. Η μέγιστη δύναμη στατικής τριβής έχει μέτρο $T_{\sigma\tau,max} = 5000N$. Το όχημα:

(β) Θα πάρει την στροφή κανονικά.

Α.4. Σημειακό σφαιρίδιο βάρους w εκτελεί κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο κυκλικό οδηγό διαμέτρου $2R$. Αν η ταχύτητα στην βάση Α του οδηγού έχει μέτρο $\upsilon_o = \sqrt{6gR}$ τότε η κατακόρυφη δύναμη που ασκείται στο σώμα από τον οδηγό στο αντιδιαμετρικό σημείο Γ του Α θα είναι ίση με:

(γ) $2w$

Α.5.

(α) Η αρχή της Επαλληλίας ισχύει μόνο στην Οριζόντια βολή. **Λάθος**

(β) Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας έχει ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά με αυτό της γραμμικής ταχύτητας για ένα σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. **Λάθος**

(γ) Ένα σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση δεν επιταχύνεται. **Λάθος**

(δ) Σε κάθε κρούση ισχύει η διατήρηση της Ορμής. **Λάθος**

(ε) Σε ένα δίσκο DVD που περιστρέφεται, όλα τα σημεία εκτελούν κυκλικές κινήσεις με την ίδια γραμμική ταχύτητα. **Λάθος**

Θέμα Β

Β.1. Ένα τρακτέρ διαθέτει δύο τύπους ελαστικών, τα μικρά με ακτίνα r και τα μεγάλα με ακτίνα $R = 2r$. Αν το όχημα κινείται με σταθερή ταχύτητα υ, ο λόγος των μέτρων των κεντρομόλων επιταχύνσεων $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ σημείων των περιφερειών των δύο τροχών μικρού και μεγάλου τροχού αντίστοιχα εξ' αιτίας της στροφικής τους κίνησης είναι:

(β) 2

Τα σημεία της περιφέρειας κάθε ρόδας έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα με το τρακτέρ $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$. Άρα $\omega_1 r = \omega_2 2r \Rightarrow \omega_1 = 2\omega_2$. Άρα ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\omega_1^2 r}{\omega_2^2 2r} = \frac{4\omega_2^2}{2\omega_2^2} = 2$$

Β.2. Ένας πλανήτης ακτίνας R περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα ο οποίος διέρχεται από το βόρειο πόλο του πλανήτη.

Ποιος είναι ο λόγος της κάθετης δύναμης που δέχεται ένας κύβος από το οριζόντιο έδαφος στον ισημερινό προς εκείνη που δέχεται στο βόρειο πόλο;

(δ) $1 - \frac{R\omega^2}{g}$

Το σώμα που βρίσκεται στον βόρειο πόλο είναι ακίνητο, αφού βρίσκεται πάνω στον άξονα περιστροφής, άρα $\Sigma F = 0 \Rightarrow N_1 = mg$. *Ο ζητούμενος λόγος θα είναι:*

Το σώμα που βρίσκεται στον ισημερινό εκτελεί κυκλική κίνηση ακτίνας R*, άρα* $\Sigma F = F_k \Rightarrow mg - N_2 = m\omega^2 R$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{mg - m\omega^2 R}{mg} = 1 - \frac{\omega^2 R}{g}$$

Β.3. Σώμα Α μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με σώμα Β μάζας m_2 που ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Αν η ταχύτητα του σώματος Α πριν την κρούση ήταν υ_o και η κρούση διαρκεί χρονικό διάστημα Δt, το μέτρο της μέσης δύναμης που θα άσκησε το σώμα Α στο σώμα Β κατά την κρούση θα δίνεται από την σχέση:

(β) $\dfrac{m_2 m_1 \upsilon_o}{(m_1 + m_2)\Delta t}$

Για την κρούση εφαρμόζω την Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$m\upsilon_o = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{m\upsilon_o}{m_1 + m_2}$$

Η δύναμη που θα ασκηθεί στο σώμα Α θα είναι:

$$F = \frac{\Delta P_2}{\Delta t} = \frac{m_2 V - 0}{\Delta t} = \frac{m_1 m_2 \upsilon_o}{(m_1 + m_2)\Delta t}$$

Θέμα Γ

Μια μικρή μπάλα μάζας $0,2kg$ βρίσκεται αρχικά ακίνητη στην κορυφή κολώνας ύψους $45m$, όπως δείχνει το σχήμα. Ένα βλήμα μάζας $0,01kg$, που κινείται προς την μπάλα, συγκρούεται κεντρικά και τη διαπερνά. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του βλήματος είναι οριζόντια με μέτρο $290m/s$. Η μπάλα, μετά την κρούση, κτυπά στο έδαφος στο σημείο Α, σε απόσταση $30m$ από τη βάση της κολώνας.

(α) Να υπολογίσετε τη χρονική διάρκεια που χρειάζεται η μπάλα να κτυπήσει στο έδαφος.

$$y = h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3s$$

(β) Το βλήμα κτυπά στο έδαφος στο σημείο Β. (Βλέπε σχήμα). Να υπολογίσετε την απόσταση ΑΒ.

Εφαρμόζω την διατήρηση της ορμής αφού πρώτα υπολογίζω την ταχύτητα της μπάλλας μετά την κρούση $\upsilon_1 = \frac{x}{t} = \frac{30}{3} = 10m/s$

$$m_2\upsilon_o + 0 = m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = 90m/s$$

Η ζητούμενη απόσταση θα βρεθεί από το βεληνεκές του βλήματος $x_2 = \upsilon_2 t = 270m$ *(ο χρόνος πτώσης είναι ο ίδιος). Άρα (ΑΒ)* $= 240m$

(γ) Τι ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος μετατράπηκε σε άλλες μορφές ενέργειας (πχ θερμότητα) όταν το βλήμα διαπέρασε την μάζα;

$$\frac{K_{(\text{ολ})\text{πριν}} - K_{(\text{ολ})\text{μετά}}}{K_{(\text{ολ})\text{πριν}}}100\% = 87,99\%$$

(δ) Να υπολογιστεί η μεταβολή του μέτρου της Ορμής του βλήματος εξαιτίας της οριζόντιας βολής.

Υπολογίζω την ταχύτητα του βλήματος την στιγμή που φτάνει στο έδαφος με το ΘΜΚΕ:

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = m_2gh \Rightarrow \upsilon = 30\sqrt{10}m/s$$

Η μεταβολή του μέτρου της ορμής θα ισούται με:

$$\Delta P = m_2\upsilon - m_2\upsilon_2 = 0,06kgm/s$$

Είναι προφανές ότι η μεταβολή της ορμής θα είναι διαφορετική από την μεταβολή του μέτρου της καθώς η αρχική και η τελική ορμή σχηματίζουν γωνία μεταξύ τους.

Θέμα Δ

Από την οροφή ενός εργαστηρίου κρέμεται αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους $l = 2,5cm$ που φέρει στο άκρο του **σφαιρίδιο μάζας** m και ισορροπεί όπως στο σχήμα. Στο μέσο Μ μιας πειραματικής τράπεζας μήκους(ΑΓ) = L και ύψους $h = \frac{L}{2}$ ισορροπεί ακίνητο **σώμα Σ** μάζας Μ το οποίο φέρει βόμβα με ωρολογιακό μηχανισμό.

Κάποια χρονική στιγμή ο μηχανισμός εκρηγνύεται με αποτέλεσμα την δημιουργία δύο θραυσμάτων m_1 και m_2 που θα κινηθούν με αντίθετες ταχύτητες μετά την έκρηξη.

Το **θραύσμα (1)** θα εγκαταλείψει την πειραματική τράπεζα στο σημείο Γ, εκτελώντας παραβολική τροχιά φτάνοντας στο έδαφος σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 1s$. Σας είναι γνωστό ότι η εξίσωση της παραβολικής τροχιάς του σώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος θα είναι $y = 5x^2(S.I.)$

Το **θραύσμα (2)** όταν φτάσει στο σημείο Α θα συγκρουστεί κεντρικά και πλαστικά με το σφαιρίδιο. Το συσσωμάτωμα που θα προκύψει θα εκτραπεί από την κατακόρυφο κατά γωνία $\theta = 60^o$.

Σας είναι γνωστό ότι η πειραματική τράπεζα δεν είναι λεία, αλλά εμφανίζει με τα θραύσματα συντελεστή τριβής $\mu = 0,03$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$

(α) Να υπολογίσετε το μήκος L της πειραματικής τράπεζας.

$$y = h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{L}{2} = 5m \Rightarrow L = 10m$$

(β) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του θραύσματος (1) ακριβώς μετά την έκρηξη (θέση Μ).

Από την εξίσωση της τροχιάς $y = \frac{g}{2V^2}x^2$ *βρίσκουμε την ταχύτητα με την οποία εγκαταλείπει το κεκλιμένο το θραύσμα (1)* $V = 1m/s$.

Με το ΘΜΚΕ για την επιβράδυνση του θραύσματος μετά την έκρηξη βρίσκουμε:

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m_1V^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = -m_1\mu g\frac{L}{2} \Rightarrow \upsilon_1 = 2m/s = \upsilon_2$$

Από την διατήρηση της ορμής για την έκρηξη ($0 = m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2$ προκύπτει ότι $m_1 = m_2 = \dfrac{M}{2}$. Το θραύσμα (2) θα επιβραδυνθεί εφαρμογή παρόμοιου ΘΜΚΕ θα φτάσει στο άκρο (Α) με ταχύτητα $\upsilon_2' = 1m/s$

(γ) Να βρεθεί ο λόγος των μαζών του σώματος και του σφαιριδίου $\dfrac{M}{m}$

Για την πλαστική κρούση εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο.

$$m_2\upsilon_2' + 0 = (m_2 + m)V' \Rightarrow \frac{M}{2}\upsilon_2' = (\frac{M}{2} + m)V'$$

Για την ανύψωση του συσσωματώματος βρίσκω από το τρίγωνο το ύψος ανύψωσης $\sigma\upsilon\nu\theta = \dfrac{l-h}{l} \Rightarrow h = \dfrac{l}{2}$. *Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την ανύψωση:*

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m + m_2)V'^2 = -(m + m_2)gh \Rightarrow V' = \sqrt{2gh} = \sqrt{gl}$$

Με αντικατάσταση στην Α.Δ.Ο. προκύπτει: $\dfrac{M}{m} = 2$

(δ) Να βρεθεί ο λόγος της τάσης του νήματος προς το βάρος του συσσωματώματος την στιγμή της κρούσης.

Μετά την κρούση η κίνηση είναι κυκλική, άρα:

$$\Sigma F_y = F_k \Rightarrow T - (m_2 + m)g = \frac{(m_2 + m)V'^2}{l} \Rightarrow T = 2Mg$$

(ε) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος στην θέση μέγιστης εκτροπής ($\theta = 60^o$). Το αποτέλεσμα να εκφραστεί ως συνάρτηση του βάρους του συσσωματώματος.

Στην θέση μέγιστης απομάκρυνσης $\Sigma F_y = 0$ *και* $\Sigma F_x = W_x$

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \Sigma F_x = Mg\eta\mu(60^o) = \frac{Mg\sqrt{3}}{2}$$