



Γ

θέματα



1. Σώμα μάζας $m = 4 \text{ kg}$ συνδέεται στα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων με σταθερές $k_1 = 100 \text{ N/m}$ και $k_2 = 400 \text{ N/m}$ αντίστοιχα όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σύστημα συγκρατείται ακίνητο στη θέση όπου και τα δύο ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί.

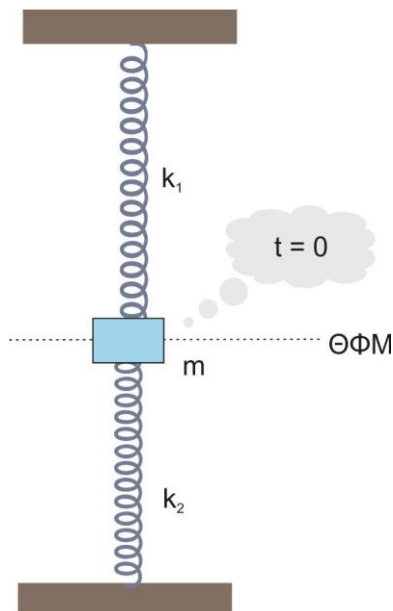
Γ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης που εκτελεί.

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση που δίνει την απομάκρυνση $x = f(t)$ του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω.

Γ3. Να υπολογίσετε το πηλίκο της κινητικής ενέργειας προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{2\rho\sqrt{5}}{3} \text{ s}$.

Κάποια χρονική στιγμή όπου το σώμα διέρχεται από τη αρνητική ακραία θέση της ταλάντωσης του, αποκολλάται ακαριαία με κατάλληλο τρόπο το κάτω ελατήριο σταθεράς K_2 .

Γ4. Να υπολογίσετε το νέο πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα.

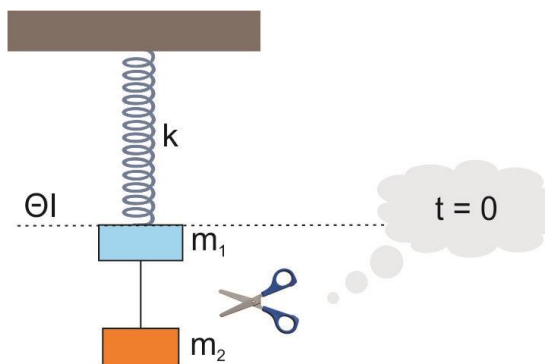


υποδείξεις απαντήσεων





2. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται τα σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 1 \text{ kg}$ και $m_2 = 3 \text{ kg}$ αντίστοιχα, τα οποία είναι δεμένα μεταξύ τους με αβαρές μη εκατό νήμα. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στην οροφή. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα, οπότε το σώμα Σ_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Γ1. Να γράψετε την εξίσωση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος $x = f(t)$ από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω.

Γ2. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\rho}{6} \text{ s}$.

Γ3. Να υπολογίσετε το διάστημα S που διανύει το σώμα Σ_2 , θεωρώντας ότι πέφτει από μεγάλο ύψος, από την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 αποκτά μέγιστη κινητική ενέργεια για δεύτερη φορά μετά την έναρξη της ταλάντωσής του.

Συνδέουμε και πάλι το σώμα Σ_2 με το Σ_1 όπως ήταν αρχικά και αυτή τη φορά εκτρέπουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω.

Γ4. Να βρείτε τη μέγιστη απομάκρυνση ώστε το νήμα να διατηρείται τεντωμένο.

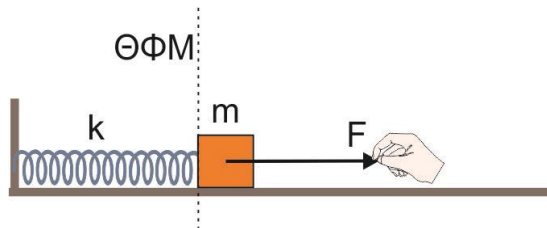


υποδείξεις απαντήσεων





3. Σώμα μάζας $m = 3 \text{ kg}$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 300 \text{ N/m}$ που είναι το άλλο άκρο του οποίου είναι συνδεδεμένο με ακλόνητο τοίχο. Το σώμα αυτό μπορεί να κινείται χωρίς τριβές σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 60 \text{ N}$.



Γ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά.

Γ3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{8} \text{ s}$.

Τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα αποκτά μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση για πρώτη φορά μετά την $t = 0$ καταργούμε ακαριαία τη δύναμή F .

Γ4. Να υπολογίσετε την ενέργεια της νέας ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα .

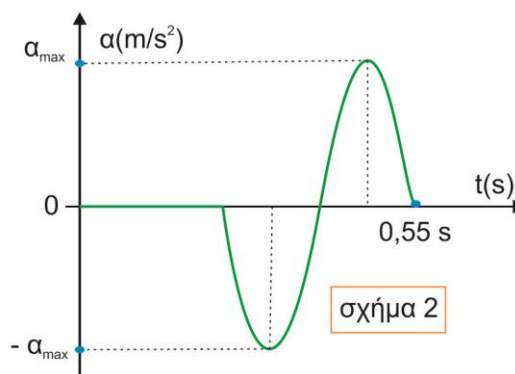
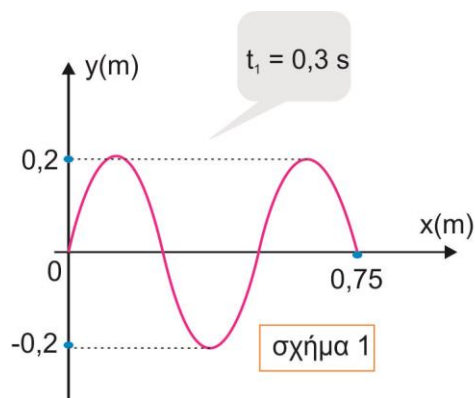


υποδείξεις απαντήσεων





4. Κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$ δίδεται αρμονικό κύμα με κατεύθυνση προς τα δεξιά. Το σημείο O ($x = 0$) ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ από τη θέση ισορροπίας του με μέγιστη ταχύτητα και φορά προς τα θετικά της ταλάντωσης. Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης $a = f(t)$ για ένα υλικό σημείο M μάζας $m = 0,1 \text{ kg}$ του ελαστικού μέσου, σε συνάρτηση με το χρόνο (σχήμα 2) και το στιγμιότυπο του κύματος για τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,3 \text{ s}$ (σχήμα 1).



Να υπολογίσετε:

Γ1. Την τετμημένη x_M του υλικού σημείου M .

Γ2. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης ΣF που δέχεται το σημείο M , τη χρονική στιγμή που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του είναι ίση με $U_T = 1 \text{ J}$.

Γ3. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης σε συνάρτηση με τις θέσεις x των υλικών σημείων μέσου για τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,35 \text{ s}$.

Γ4. Πόσες φορές μηδενίζεται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του σημείου N ($x_N = 1,5 \text{ m}$) του ελαστικού μέσου από τη χρονική $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3 = 0,75 \text{ s}$.



υποδείξεις απαντήσεων





5. Κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$ διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα, εγκάρσιο αρμονικό κύμα, το οποίο εξαναγκάζει τα υλικά σημεία του μέσου να εκτελούν $N = 15$ πλήρεις ταλαντώσεις σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 6$ s. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τρία υλικά σημεία K , Λ και M του ελαστικού μέσου. Τη χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει στο Λ το σημείο K αποκτά μέγιστη ταχύτητα μέτρου 2π m/s, για δεύτερη φορά μετά την έναρξη της ταλάντωσής του. Αν τα σημεία K και Λ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 0,25$ m.



Να υπολογίσετε:

Γ1. Το μήκος κύματος λ και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

Γ2. Την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου Λ τη χρονική στιγμή t που το κύμα φτάνει στο M , αν η διαφορά φάσης ανάμεσα στα δύο σημεία M και Λ είναι $\Delta\phi = \pi$ rad.

Γ3. Πόσα σημεία υπάρχουν μεταξύ των K και M τα οποία διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους με αρνητική ταχύτητα, τη χρονική στιγμή που το σημείο M βρίσκεται σε μέγιστη θετική απομάκρυνση.

Στη χορδή διαδίδεται κύμα όμοιο με το αρχικό προς την αρνητική κατεύθυνση με αποτέλεσμα το σημείο M να παραμένει μονίμως ακίνητο.

Γ4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη επιτάχυνση του σημείου K .

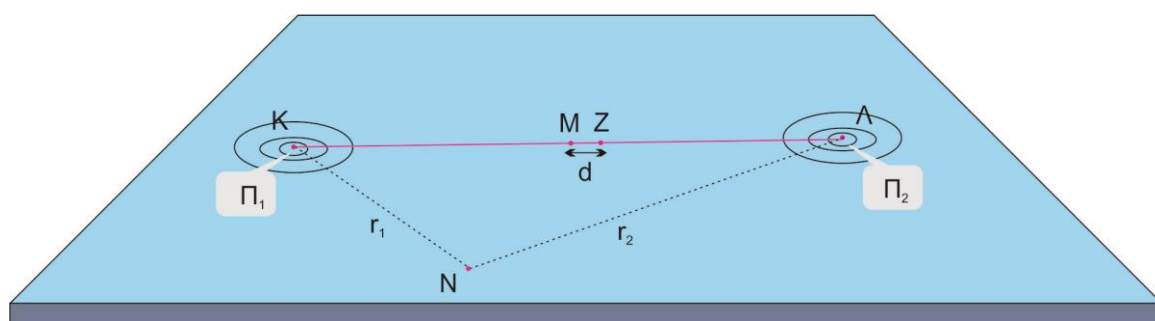


υποδείξεις απαντήσεων





6. Στα σημεία K και Λ της επιφάνειας υγρού βρίσκονται δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων Π_1 και Π_2 που ταλαντώνονται κατακόρυφα με εξίσωση της μορφής $y = 0,2\eta\mu(10\pi t)$ (S.I.) και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $(KL) = 5 \text{ m}$. Το σημείο Z βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα (KL) και είναι το πρώτο σημείο δεξιά του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB απέχοντας από αυτό απόσταση $d = 0,5 \text{ m}$, που παραμένει διαρκώς ακίνητο.



Να υπολογίσετε:

- Γ1.** Το μήκος κύματος λ των κυμάτων που παράγουν οι δύο πηγές.
- Γ2.** Ένα σημείο N της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές Π_1 και Π_2 αποστάσεις $r_1 = 4 \text{ m}$ και $r_2 = 8 \text{ m}$ αντίστοιχα. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ και μετά και να σχεδιάσετε το αντίστοιχο διάγραμμα σε βαθμολογημένους άξονες.
- Γ3.** Την απομάκρυνση του υλικού σημείου M που βρίσκεται στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB, όταν το πλησιέστερο αριστερά του σημείου M σημείο εκτελεί ενισχυτική συμβολή και βρίσκεται σε απομάκρυνση $y = 0,4 \text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας του.
- Γ4.** Την ελάχιστη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών ώστε μετά τη συμβολή των κυμάτων όλα τα σημεία που βρίσκονται στην προέκταση του ευθύγραμμου τμήματος AB να παραμένουν διαρκώς ακίνητα.

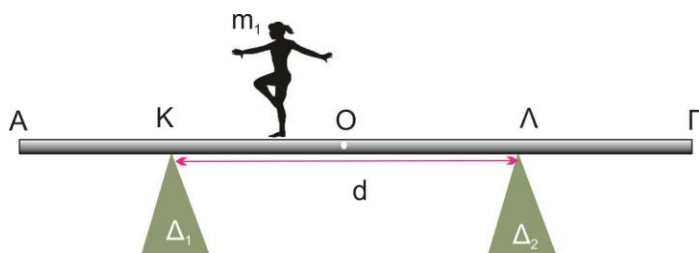


υποδείξεις απαντήσεων





7. Ομογενής οριζόντια δοκός ΑΓ, μήκους $\ell = 12 \text{ m}$ και βάρους $w = 400 \text{ N}$, ισορροπεί τοποθετημένη συμμετρικά πάνω σε δύο υποστηρίγματα Δ_1 και Δ_2 τα οποία βρίσκονται στα σημεία Κ, Λ αντίστοιχα και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 4 \text{ m}$.



Μια αθλήτρια της ενόργανης γυμναστικής βάρους $w_1 = 400 \text{ N}$ αρχίζει να περπατά από το υποστήριγμα Δ_1 προς το άκρο Γ της σανίδας. Να υπολογίσετε:

Γ1. Τα μέτρα των δυνάμεων $F_1 = f(x)$ και $F_2 = f(x)$ που δέχεται η σανίδα από τα δύο υποστηρίγματα Δ_1 και Δ_2 αντίστοιχα σε συνάρτηση με την απόσταση x της αθλήτριας από το σημείο Κ.

Γ2. Τη μέγιστη απόσταση από το σημείο Γ μπορεί να φτάσει η αθλήτρια χωρίς να ανατραπεί η σανίδα.

Γ3. Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα των δύο δυνάμεων $F_1 = f(x)$ και $F_2 = f(x)$ σε συνάρτηση με την απόσταση της αθλήτριας από το σημείο Κ σε βαθμολογημένους άξονες.

Γ4. Την d απόσταση από το άκρο Γ της σανίδας πρέπει να τοποθετηθεί το υποστήριγμα Δ_2 , (το υποστήριγμα Δ_1 διατηρείται στην ίδια θέση) ώστε η αθλήτρια να μπορεί να φθάσει μέχρι το άκρο αυτό.

Απ: $F_\Lambda = 200 + 100x$, $F_K = 600 - 100x$, 2 m , 3 m από το Γ



υποδείξεις απαντήσεων

Γ1. Θεωρούμε τυχαία απόσταση x της αθλήτριας από το σημείο Κ, σχεδιάζουμε όλες τις (εξωτερικές) δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα δοκός – αθλήτρια και εφαρμόζουμε τις συνθήκες ισορροπίας $\Sigma F = 0$ και $\Sigma \tau = 0$.

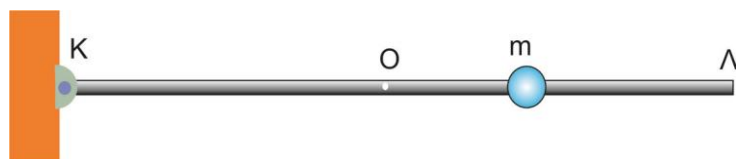
Γ2. Αρκεί να εξετάσουμε για ποια τιμή του x μηδενίζεται το μέτρο της δύναμης F_1 που δέχεται η δοκός από το Δ_1 υποστήριγμα.

Γ4. Επαναλαμβάνουμε ότι κάναμε στο Γ1, τοποθετώντας την αθλήτρια στο άκρο Γ και ταυτόχρονα υποθέτουμε ότι μόλις που η δοκός έχει χάσει την επαφή της με το υποστήριγμα Δ_1 .





8. Ομογενής ράβδος ΚΛ μήκους $\ell = 1,5 \text{ m}$ και μάζας $M = 6 \text{ Kg}$ έχει στο σημείο της Δ, που απέχει απόσταση $0,5 \text{ m}$ από το Λ, κολλημένο σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων μάζας $m = 2 \text{ Kg}$.



Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το άκρο της Κ. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να περιστραφεί. Να υπολογίσετε:

Γ1. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Γ2. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος τη χρονική στιγμή $t = 0$ και ενώ η ράβδος παραμένει ακόμα σε οριζόντια θέση.

Γ3. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος όταν η ράβδος σχηματίζει γωνία 60° με την αρχική της θέση.

Γ4. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος m , τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται, για πρώτη φορά, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος. Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ' αυτή $I_{cm} = \frac{1}{12} M \ell^2$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ: $6,5 \text{ Kgm}^2$, 10 rad/s , 5 rad/s^2 , $2\sqrt{5} \text{ m/s}$



υποδείξεις απαντήσεων

Γ1. Προσθέτουμε τις ροπές αδράνειας σημειακής μάζας m και ράβδου αφού εφαρμόσουμε το Θεώρημα του Steiner.

Γ2. Εφαρμόζουμε το Θ_{NM} για τη στροφική κίνηση, λαμβάνοντας υπόψη μας τις εξωτερικές δυνάμεις του συστήματος που προκαλούν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής.

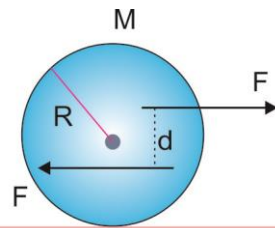
Γ3. Το ίδιο στη θέση αυτή.

Γ4. Υπολογίζουμε με τη βοήθεια της ΑΔΜΕ το μετρο της γωνιακής ταχύτητας ω του συστήματος στη θέση αυτή, οπότε εύκολα υπολογίζουμε το μετρο της γραμμικής ταχύτητας της σημειακής μάζας $u = r\omega$, όπου r η απόσταση της μάζας από τον άξονα περιστροφής.





9. Ομογενής κύλινδρος μάζας $m = 5\text{kg}$ ακτίνας $R = 0,2\text{m}$ ισορροπεί σε οριζόντιο δάπεδο με τον άξονά του οριζόντιο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε στον κύλινδρο ζεύγος δυνάμεων μέτρου $F = 10\text{N}$ η κάθε μία, των οποίων οι φορείς βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας του κυλίνδρου ενώ η απόσταση μεταξύ τους είναι $d = 0,1\text{m}$. Αν το επίπεδο είναι λείο:



Γ1. Να εξηγήσετε το είδος της κίνησης θα εκτελεί ο κύλινδρος.

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κατώτερου σημείου του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$.

Ο κύλινδρος ακινητοποιείται και τοποθετείται σε οριζόντιο τραχύ δάπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή οριακής στατικής τριβής $\mu = 0,1$. Μηδενίζεται το χρονόμετρο $t = 0$ και ο κύλινδρος δέχεται την επίδραση του ίδιου ζεύγους δυνάμεων. Να υπολογίσετε:

Γ3. Για ποιες τιμές του μέτρου της δύναμης F ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς ολίσθηση.

Γ4. Το ρυθμό με τον οποίο το ζεύγος των δυνάμεων προσφέρει ενέργεια στον κύλινδρο τη χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$, το μέτρο της δύναμης ισούται με τη μέγιστη δυνατή τιμή της.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του που διέρχεται από τα μέσα των δύο απέναντι εδρών του και είναι κάθετος στο επίπεδό τους $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ και $g = 10\text{ m/s}^2$

Απ: μόνο στροφική κίνηση, $3,2\text{ m/s}$, $F \in 15\text{N}$, 15 J/s



υποδείξεις απαντήσεων

Γ1. Αφού το δάπεδο είναι λείο, δεν δημιουργείται τριβή οπότε ο κύλινδρος θα περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του χωρίς να εκτελεί μεταφορική κίνηση.

Γ2. Αρκεί να υπολογίσουμε τη γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου και στη συνέχεια το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου αυτού ($u=R\omega$).

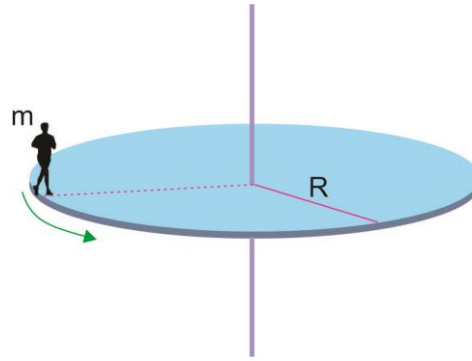
Γ3. Θα εφαρμόσουμε και τις δύο εκφράσεις του Θ_{NM} (για τη μεταφορική και στροφική κίνηση) και αφού λάβουμε υπόψη μας ότι για να μη ολισθαίνει αρκεί $T_s \leq \mu N$.

Γ4. Αρκεί να εφαρμόσουμε τη σχέση $\frac{dW_{St}}{dt} = St \cdot \omega$, όπου St η ροπή του Ζεύγους των δυνάμεων και ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου.





10. Άνθρωπος μάζας $m = M/2$ που θεωρείται υλικό σημείο βρίσκεται σε ένα σημείο A της περιφέρειας ομογενούς οριζόντιου δίσκου μάζας $M = 2 \text{ kg}$ και ακτίνας $R = 2 \text{ m}$ που περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_0 = 26 \text{ r/s}$. Στη συνέχεια μετακινείται κατά $\Delta x = 3R/2$ μήκος μιας ακτίνας του δίσκου πηγαίνοντας σε ένα άλλο σημείο B. Να υπολογίσετε:



Γ1. Το ποσοστό % μεταβολής της ροπής αδράνειας του συστήματος.

Γ2. Το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του δίσκου.

Γ3. Την ενέργεια που καταναλώθηκε από τον άνθρωπο για τη μετακίνηση.

Γ4. Την απόσταση d που πρέπει να μετακινηθεί ο άνθρωπος, για να διπλασιαστεί η κινητική ενέργεια του συστήματος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του ότι είναι $I = (1/2) MR^2$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$

Απ: 62,5%, -40 kg.m²/s, 1040 J, $d = R$



υποδείξεις απαντήσεων

Γ1. Υπολογίζουμε τη συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος αρχικά και τελικά και εφαρμόζουμε τη σχέση $\frac{\Delta I}{I_{arc}} 100\% = \frac{I_{tel} - I_{arc}}{I_{arc}} 100\%$.

$$\frac{\Delta I}{I_{arc}} 100\% = \frac{I_{tel} - I_{arc}}{I_{arc}} 100\%.$$

$$\mathbf{\Gamma 2.} \quad |\Delta L| = |L_{tel, dsk} - L_{arc, dsk}|$$

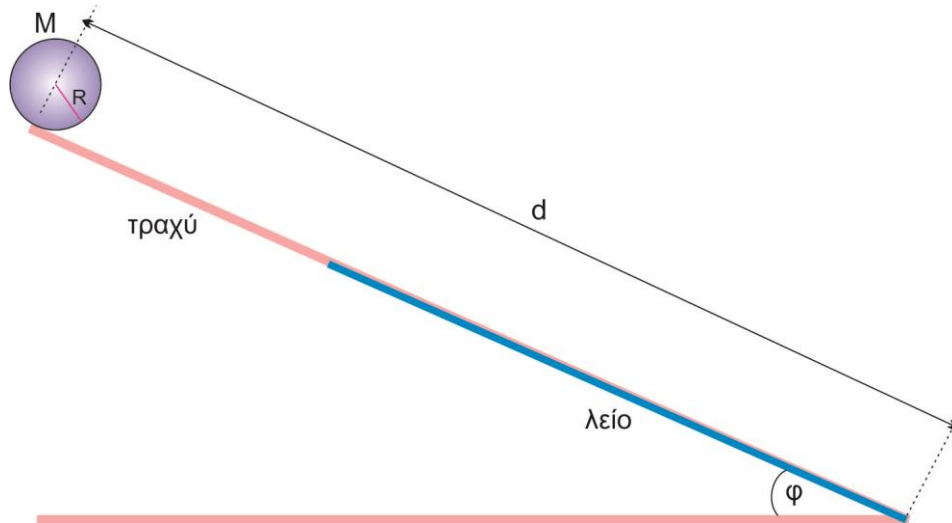
$$\mathbf{\Gamma 3.} \quad \Delta E = W_F = \Delta K = K_{tel, sust} - K_{arc, sust}$$

Γ4. Αφού λάβουμε υπόψη μας ότι η κινητική ενέργεια του συστήματος διπλασιάζεται θα εφαρμόσουμε και την ΑΔΣ από το σύστημα των δύο αυτών εξισώσεων που θα προκύψει θα οδηγηθούμε στη λύση.





11. Κούφια σφαίρα μάζας $M = 5 \text{ kg}$ και ακτίνας $R = 0,2 \text{ m}$ της οποίας το κέντρο μάζας βρίσκεται στο κέντρο της, αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί την χρονική στιγμή $t = 0$, από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ με $\eta\mu\varphi = 0,8$ και μήκος $d = 24 \text{ m}$.



Αρχικά το κεκλιμένο επίπεδο είναι τραχύ και η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει οπότε μετά από $N_1 = 25/\pi$ περιστροφές εισέρχεται σε περιοχή που το κεκλιμένο επίπεδο γίνεται λείο. Να υπολογίσετε:

Γ1. Τη μέγιστη κινητική ενέργεια λόγω στροφικής που αποκτά η σφαίρα κατά τη διάρκεια της κίνησης της στο κεκλιμένο επίπεδο.

Γ2. Το μέτρο της ταχύτητας του πιο μακρινού σημείου της σφαίρας από το κεκλιμένο επίπεδο τη χρονική στιγμή που διέρχεται από τη βάση του.

Γ3. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας τη χρονική στιγμή που φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Γ4. Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τα διαγράμματα της γωνιακής ταχύτητας και της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας για όλη τη διάρκεια της κίνησής της.

Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής δίνεται από τη σχέση $I_{cm} = 0,6MR^2$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ: 150 J, 28m/s, 720 J/s



υποδείξεις απαντήσεων

Γ1. Αρκεί να υπολογίσουμε την κινητική ενέργεια λόγω στροφικής κίνησης τη στιγμή που τελειώνει η κίνηση της στο τραχύ επίπεδο.

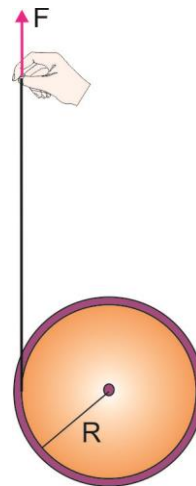
Γ2. Πρέπει να λάβουμε υπόψη μας τις δύο κινήσεις που συμμετέχει το στερεό, τη στροφική που γίνεται ομαλή στροφική μετά την είσοδό του στο λείο επίπεδο και τη μεταφορική που είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

$$\text{Γ3. } \frac{dK}{dt} = \left[\frac{dK}{dt} \right]_{str} + \left[\frac{dK}{dt} \right]_{met} = SF \cdot v_{cm}$$





12. Ο λεπτός κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα $m = 2\text{kg}$, ακτίνα $R = 0,2\text{m}$ και ροπή αδράνειας ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό του που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_{\text{cm}} = (1/2) mR^2$. Ο κύλινδρος διατηρείται ακίνητος και το νήμα κατακόρυφο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ εξασκούμε στο άκρο Α του νήματος κατακόρυφη δύναμη μέτρου $F = 20\text{N}$ προς τα πάνω όπως φαίνεται στο σχήμα και ταυτόχρονα ο κύλινδρος αφήνεται ελεύθερος. Να υπολογίσετε:



Γ1. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

Γ2. Τη χρονική στιγμή t_1 που ο κύλινδρος θα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega = 50\text{ rad/s}$.

Γ3. Το έργο που παράγει η δύναμη F από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 .

Γ4. Τη χρονική στιγμή t_1 κόβεται το νήμα. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t_2 = 2t_1$.

Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.

Απ: 0m/s , 0m/s^2 , $0,5\text{s}$, 50J , 75J .



υποδείξεις απαντήσεων

Γ1. Εφαρμόζουμε το $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ για τις δύο κινήσεις που εκτελεί ο κύλινδρος.

Γ2. Από τις κατάλληλες εξισώσεις των κινήσεων που πραγματοποιεί.

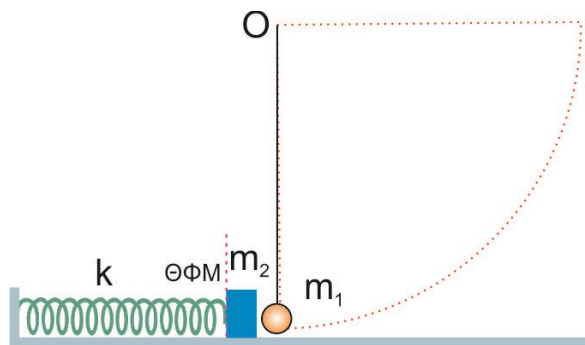
Γ3. $W_F = F \cdot \Delta x_A$ όπου Δx_A η μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της δύναμης.

Γ4. Το στερεό συνεχίζει να περιστρέφεται με την ίδια κατά μετρο γωνιακή ταχύτητα που απέκτησε στο τέλος της χρονικής στιγμής t_1 ενώ συνεχίζει να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση με μεγαλύτερη επιτάχυνση.





13. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 4 \text{ Kg}$, είναι δεμένο στο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος μήκους $\ell = 1,25 \text{ m}$. Εκτρέπουμε το σώμα από την κατακόρυφη θέση κατά 90° διατηρώντας το νήμα τεντωμένο και το αφήνουμε ελεύθερο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ που το νήμα γίνεται κατακόρυφο κόβεται και το σώμα συγκρούεται κεντρικά με σώμα



Σ_2 μάζας $m_2 = 8 \text{ Kg}$, που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 800 \text{ N/m}$. το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Μετά την κρούση τα δύο σώματα κινούνται ανεξάρτητα, με αποτέλεσμα το σώμα Σ_2 να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,3 \text{ m}$. Να υπολογίσετε:

Γ1. Το μέτρο u_1 της ταχύτητας του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση με το Σ_2 .

Γ2. Τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων αμέσως μετά τη κρούση.

Γ3. Τις χρονικές εξισώσεις της δυναμικής και τη κινητικής ενέργειας ταλάντωσης του σώματος Σ_2 αν λάβετε θετική φορά προς τα δεξιά και να σχεδιάσετε τα αντίστοιχα διαγράμματά τους σε κοινούς βαθμολογημένους άξονες.

Γ4. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μετατράπηκε σε θερμική κατά τη κρούση.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$

Απ: 5 m/s, 3m/s , -1m/s, ανελαστική, 24%



υποδείξεις απαντήσεων

Γ1. Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ.

Γ2. Με τη βοήθεια των άλλων δεδομένων και της ΑΔΟ.

Γ3. Αφού υπολογίσουμε τις χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας της ταλάντωσης αντικαθιστούμε στις γνωστές μας σχέσεις.

Γ4. $\frac{|DK|}{K_{arc,sust}} 100\%$





14. Ένας παρατηρητής Α και ένα περιπολικό S που θεωρούμε ως πηγή ήχου, κινούνται απομακρυνόμενοι ο ένας από τον άλλον στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο με σταθερές ταχύτητες μέτρου $u_A = 20 \text{ m/s}$ και $u_S = 20 \text{ m/s}$ αντίστοιχα.



Το περιπολικό εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_s = 360 \text{ Hz}$ για χρονικό διάστημα $\Delta t_s = 4 \text{ s}$. Για τον ήχο που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητή Α να υπολογίσετε:

- Γ1.** Την ταχύτητα διάδοσής του.
- Γ2.** Το μήκος κύματός του.
- Γ3.** Τη συχνότητά του.
- Γ4.** Τη χρονική του Δt_A διάρκεια.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $u_{\text{ηχ}} = 340 \text{ m/s}$

Απ: 320 m/s , 1 m , 320 Hz , $4,5 \text{ s}$.



υποδείξεις απαντήσεων

Γ1. $u_{sc} = u_{hc} - u_A$

Γ2. $\lambda_A = \frac{u_{sc}}{f_s}$

Γ3. $f_A = \frac{u_{hc} - u_A}{u_{hc} + u_S} f_s$

Γ4. $f_A = \frac{N}{\Delta t_A}$ $f_s = \frac{N}{\Delta t_s}$

$$\frac{f_A}{f_s} = \frac{\Delta t_s}{\Delta t_A}$$





15. Βλήμα μάζας $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20\sqrt{10} \text{ m/s}$ συγκρούεται κεντρικά με μικρή σφαίρα, μάζας $m_2 = 7,5 \text{ Kg}$ που ηρεμεί, δεμένο στο άκρο κατακόρυφου αβαρούς μη εκτατού νήματος μήκους $\ell = 1\text{m}$. Το βλήμα εξέρχεται, αφού διαπεράσει τη σφαίρα, με το 25% της αρχικής του ταχύτητας, να υπολογίστε:

Γ1. Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας αμέσως μετά τη κρούση.

Γ2. Το μέτρο της τάσης του νήματος αμέσως μετά τη κρούση.

Γ3. Τη μέγιστη γωνία εκτροπής του m_2 μετά τη κρούση.

Γ4. Το μέτρο της δύναμης που δέχτηκε το m_2 από το m_1 , κατά τη κρούση, αν η διάρκεια της κρούσης ήταν $\sqrt{10} \text{ ms}$ και το σύστημα βρίσκεται ακόμα στην ίδια θέση.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$

Απ: $\sqrt{10} \text{ m/s}$, **150 N**, **60°**, **7500 N**



υποδείξεις απαντήσεων

Γ1. Εφαρμόζουμε $\Delta ΔΟ$

Γ2. Εφαρμόζουμε τη συνθήκη της κεντρομόλου δύναμης $SF = m_2 a \quad T - m_2 g = m_2 a$

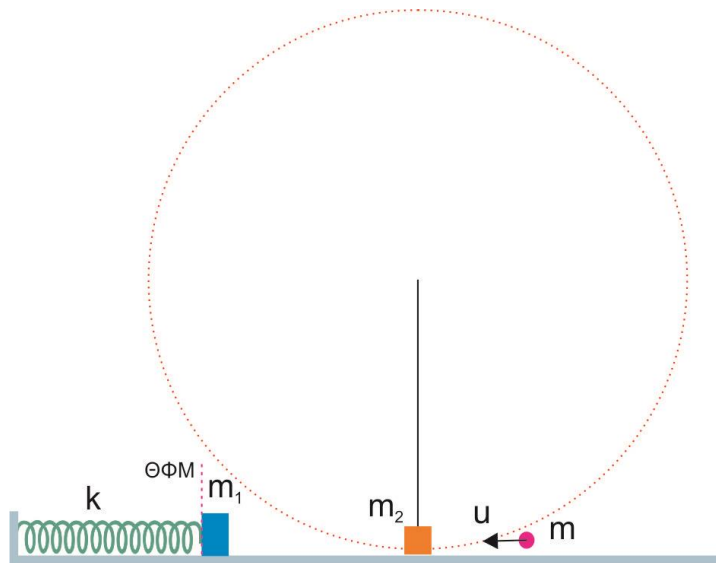
Γ3. Εφαρμόζουμε $\Delta ΔΜΕ$

Γ4. $SF_{(m_2)} = \frac{\Delta DP}{\Delta t}_{(m_2)}$





16. Σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 0,4 \text{ Kg}$ κρέμεται από αβαρές μη εκτατό νήμα μήκους $\ell = 0,5 \text{ m}$ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Σε κάποια απόσταση από αυτό και στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 0,1 \text{ Kg}$ το οποίο ακουμπάει απλά στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 80 \text{ N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Βλήμα μάζας $m = 0,1 \text{ Kg}$ κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u συγκρούεται κεντρικά με το Σ_2 και αφού το διαπεράσει συνεχίζει να κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u/2$, μέχρι που τελικά συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_1 . Να υπολογίσετε:

Γ1. Το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος u αν είναι γνωστό ότι μετά τη κρούση το σώμα Σ_2 , μόλις που εκτελεί ανακύκλωση.

Γ2. Το μέτρο της τάσης του νήματος αμέσως μετά τη κρούση.

Γ3. Τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.

Γ4. Το σώμα Σ_2 , μετά από την ανακύκλωση που εκτελεί συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_1 , τη στιγμή που το σώμα Σ_2 έχει αποκτήσει τη μέγιστη κινητική του ενέργεια. Να υπολογίσετε το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος που χάνεται λόγω της κρούσης.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ότι οι διαστάσεις των σωμάτων είναι ασήμαντες.

ΑΠ: 40 m/s , 24 N , $0,5 \text{ m}$, 100%



υποδείξεις απαντήσεων

Γ1. Με τη βοήθεια της ΑΔΜΕ και της συνθήκης ανακύκλωσης με νήμα.

Γ2. Εφαρμόζουμε τη συνθήκη της κεντρομόλου δύναμης

Γ3. ΑΔΕΤ για την ταλάντωση ή ΑΔΜΕ

Γ4. $\frac{|DK|}{K_{arc,sust}} 100\%$

