Φυσική Β Λυκειου, Θετικού Προσανατολισμού
3ο Φυλλάδιο - Ορμή / Κρούση

Επιμέλεια: Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου, MSc Φυσικός
http://www.perifysikhs.com

1 Σύστημα Σωμάτων - Εσωτερικές & Εξωτερικές Δυνάμεις

Δύο ή περισσότερα σώματα θεωρούμε ότι αποτελούν ένα **σύστημα σωμάτων** όταν τα σώματα αυτά αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Για παράδειγμα ένα σύστημα σωμάτων είναι **η Γη και η Σελήνη**, ένα άλλο **η Γη και ο Ήλιος** (βέβαια θα μπορούσαμε να μιλάμε και για το σύστημα Γης - Σελήνης - Ήλιου), ένα άλλο οι **μπάλες του μπιλιάρδου πάνω σε ένα τραπέζι**. Η ανάγκη για μελέτη συστημάτων σωμάτων προκύπτει για την απλοποίηση προβλημάτων φυσικής.

Χωρίζοντας τα υπό μελέτη σώματα με νοητά ή φυσικά τοιχώματα από το περιβάλλον τους μπορούμε να ορίσουμε τις εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις.

- **Εσωτερικές Δυνάμεις** για ένα σύστημα σωμάτων, είναι οι δυνάμεις που ασκούνται ανάμεσα στα σώματα που το απαρτίζουν. (Για παράδειγμα στο σύστημα Γης - Σελήνης η βαρυτική έλξη ανάμεσα τους είναι μια εσωτερική δύναμη.)

- **Εξωτερικές Δυνάμεις** για ένα σύστημα σωμάτων είναι όλες εκείνες οι δυνάμεις που ασκούνται από σώματα που δεν ανήκουν στο σύστημα. (Για παράδειγμα στο σύστημα Γης - Σελήνης η βαρυτική έλξη του Ήλιου είναι μια εξωτερική δύναμη)

Όταν σε ένα σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή εφόσον ασκούνται έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε αυτό το σύστημα θα λέγεται

μονωμένο σύστημα σωμάτων. Στην πραγματικότητα στην φύση δεν υπάρχουν μονωμένα συστήματα, αλλά μπορούμε να υποθέσουμε την ύπαρξη τους, αν οι εξωτερικές δυνάμεις είναι μικρότερες σε σχέση με τις εσωτερικές δυνάμεις.

2 Το μέγεθος της Ορμής

Ορμή ενός σώματος ονομάζουμε το διανυσματικό μέγεθος $\vec{P}$ που ορίζεται ως το γινόμενο της μάζας ενός σώματος m με την ταχύτητα του $\vec{\upsilon}$.

$$\vec{P} = m \cdot \vec{\upsilon} \tag{1}$$

Το διάνυσμα της Ορμής έχει την ίδια κατεύθυνση με το διάνυσμα της ταχύτητας του σώματος. Η μονάδα μέτρησης της Ορμής είναι το $1kg \cdot m/s$.

Η **μεταβολή της Ορμής** είναι επίσης μέγεθος διανυσματικό και ορίζεται ως:

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi} \tag{2}$$

Προσοχή γιατί η παραπάνω σχέση είναι μια διανυσματική σχέση!

Ο **Ρυθμός μεταβολής της Ορμής** ορίζεται ως το πηλίκον της μεταβολής της Ορμής σε ένα χρονικό διάστημα προς το χρονικό διάστημα αυτό:

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\epsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}} \tag{3}$$

Αν ¨δουλέψουμε¨ λίγο την παραπάνω σχέση προκύπτει:

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot \vec{\upsilon})}{\Delta t} = m \cdot \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = m \cdot \vec{\alpha} = \Sigma\vec{F} \tag{4}$$

Δηλαδή ο γνωστός μας **¨2ος Νόμος του Νεύτωνα¨** γράφεται με την χρήση της Ορμής ως:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \tag{5}$$

Με λίγα λόγια η μεταβολή της Ορμής ενός σώματος είναι αποτέλεσμα μιας δύναμης που ασκήθηκε στον σώμα για ένα χρονικό διάστημα.

3 Κρούσεις

Στην μηχανική με τον όρο κρούση εννοούμε τη σύγκρουση δύο σωμάτων που κινούνται το ένα σχετικά με το άλλο. Το φαινόμενο της κρούσης έχει δύο χαρακτηριστικά:

- Έχει πολύ μικρή χρονική διάρκεια.
- Κατά τη διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων αναπτύσσονται πολύ ισχυρές δυνάμεις, ισχυρότερες από όλες τις άλλες που μπορεί να ασκούνται στα σώματα (π.χ. βαρύτητα). Οι δυνάμεις αυτές έχουν σχέση ¨δράσης - αντίδρασης¨ και το μέτρο τους μεταβάλλεται κατά την διάρκεια της κρούσης.

Στην ατομική και πυρηνική φυσική η έννοια της κρούσης επεκτείνεται, ώστε να περιλαμβάνει και την αλληλεπίδραση μεταξύ σωματιδίων τα οποία δεν έρχονται σε επαφή.

Για παράδειγμα η εκτόξευση ενός ηλεκτρονίου προς ένα φορτισμένο σωματίδιο, έχει ως αποτέλεσμα την απότομη αλλαγή της κινητικής κατάστασης των σωματιδίων, τα οποία αν και δεν έρχονται σε επαφή, εμφανίζουν τα χαρακτηριστικά της κρούσης.

Ονομάζουμε κρούση κάθε φαινόμενο και του μικρόκοσμου, στο οποίο δύο σώματα αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα. Στην σύγχρονη φυσκή το παραπάνω φαινόμενο ονομάζεται και **σκέδαση**.

Η διατήρηση της ορμής στις κρούσεις

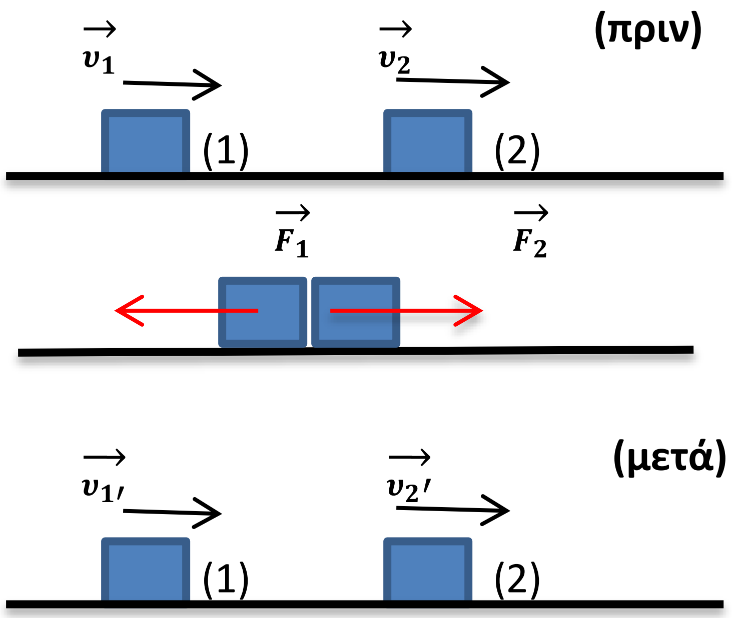
Επειδή κατά την διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στα σώματα ή η συνισταμένη τους είναι μηδέν θεωρούμε το σύστημα των σωμάτων **μονωμένο**. Άρα:

$$\Sigma\vec{F}_{\epsilon\xi} = \frac{d\vec{P}_{o\lambda}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{P_{o\lambda}} = \sigma\tau\alpha\theta \Rightarrow \vec{P}_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{P}_{o\lambda(\mu\epsilon\tau\alpha)}$$

Η ολική ορμή ενός συστήματος σωμάτων, κατά την διάρκεια της κρούσης διατηρείται.

Η παραπάνω πρόταση μπορεί εύκολα να αποδειχτεί, αν ξεκινήσουμε από τον 3ο Νόμο του Νεύτωνα κατά την διάρκεια της κρούσης.

Έστω δυο σώματα (1) και (2) με μάζες m_1 και m_2 που κινούνται με ταχύτητες $\vec{v_1}$ και $\vec{v_2}$ αντίστοιχα. Κατά την διάρκεια της κρούσης τα σώματα αλληλεπιδρούν με δυνάμεις ¨Δράσης - Αντίδρασης¨ $\vec{F_1}$ και $\vec{F_2}$. Μετά το πέρας της αλληλεπίδρασης τα σώματα αποκτούν αντίστοιχα ταχύτητες $\vec{v_1}'$ και $\vec{v_2}'$



Άρα σύμφωνα με όλα τα παραπάνω και σύμφωνα με τον 3ο Νόμο του Νευτωνα:

$$\vec{F_1} = -\vec{F_2} \Rightarrow \frac{\Delta\vec{P_1}}{\Delta t} = -\frac{\Delta\vec{P_2}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{P_1}' - \vec{P_1} = -(\vec{P_2}' - \vec{P_2})$$

$$\Rightarrow \vec{P_1} + \vec{P_2} = \vec{P_1}' + \vec{P_2}' \Rightarrow \vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετα)}$$

Τα είδη της κρούσης ανάλογα με την διατήρηση της κινητικής ενέργειας των συγκρουόμενων σωμάτων.

Σε αντίθεση με την Ορμή που παραμένει σταθερή σε όλες τις περιπτώσεις κρούσεων που θα μελετήσουμε στο Λύκειο, δεν συμβαίνει το ίδιο με την μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων. Σε κάθε κρούση υπάρχουν δύο βασικά στάδια:

Στο πρώτο στάδιο τα σώματα έρχονται σε επαφή μεταξύ τους και αρχίζουν να παραμορφώνονται, μέχρι να αποκτήσουν κοινή στιγμιαία ταχύτητα. Η απαιτούμενη ενέργεια για την παραμόρφωση τους προέρχεται από την αρχική τους μηχανική ενέργεια. Επειδή η κρούση γίνεται σε μικρό χρονικό διάστημα, θεωρούμε ότι τα σώματα δεν αλλάζουν θέση, άρα δεν μεταβάλλεται η Βαρυτική δυναμική τους ενέργεια, παρά μόνο η κινητική τους.

Στο δεύτερο στάδιο, ανάλογα με την φύση των σωμάτων που παραμορφώνονται η κρούση διακρίνεται σε ελαστική ή σε ανελαστική.

Ελαστική Κρούση

Η παραμόρφωση εξαφανίζεται και το σύστημα αποκτά πάλι την κινητική ενέργεια που είχε πριν την κρούση. Η αιτία είναι οι φύση των δυνάμεων που ασκούνται στα σώματα κατά την διάρκεια της κρούσης, καθώς είναι ελαστικές δυνάμεις δεν προκαλούν μόνιμες παραμορφώσεις. Άρα **η κρούση στην οποία η Κινητική Ενέργεια του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή ονομάζεται ελαστική**

Η διατύπωση της Διατήρηση της Κινητικής ενέργειας κατά την ελαστική κρούση διατυπώνεται ως εξής:

$$K_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} = K_{o\lambda(\mu\epsilon\tau\alpha)}$$

Η ελαστική κρούση είναι ιδανική περίπτωση, αλλά μπορούμε να θεωρήσουμε ελαστικές τις κρούσεις ανάμεσα σε σκληρά σώματα (π.χ. μπάλες μπιλιάρδου). Στην περίπτωση όμως του μικρόκοσμου οι κρούσεις (σκεδάσεις) είναι απόλυτα ελαστικές.

Με την ελαστική κρούση θα ασχοληθούμε αναλυτικά στο μάθημα της Φυσικής Κατεύθυνσης Γ Λυκείου.

Ανελαστική Κρούση

Η παραμόρφωση των σωμάτων δεν εξαφανίζεται τελείως και ένα μέρος της αρχικής Κινητικής ενέργειας που δαπανήθηκε για την παραμόρφωση δεν γίνεται πάλι Κινητική ενέργεια, αλλά θερμότητα ή ενέργεια μόνιμης παραμόρφωσης. Η αιτία είναι πάλι η φύση των δυνάμεων που ασκούνται στα σώματα, καθώς είναι δυνάμεις που προκαλούν μόνιμες παραμορφώσεις. Άρα **η κρούση στην οποία μέρος της Κινητικής Ενέργειας του συστήματος των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα ονομάζεται ανελαστική κρούση**

Η διατύπωση της διατήρησης της ενέργειας κατά την ανελαστική κρούση διατυπώνεται ως εξής:

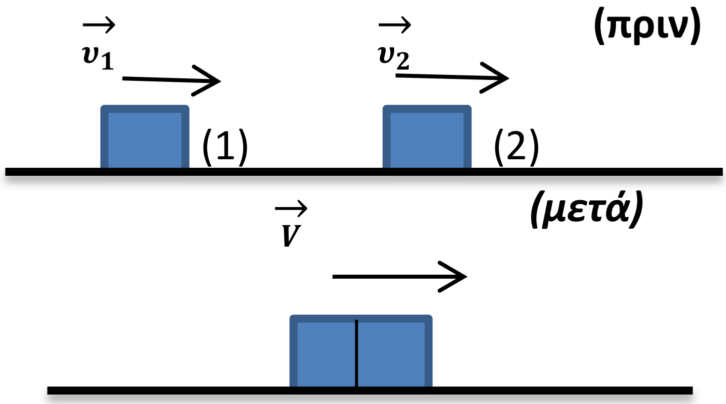
$$K_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} - E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_{o\lambda(\mu\epsilon\tau\alpha)} \Rightarrow K_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} > K_{o\lambda(\mu\epsilon\tau\alpha)}$$

όπου βέβαια $E_{\alpha\pi\omega\lambda}$ είναι οι ενεργειακές απώλειες σε θερμότητα και ανελαστικές παραμορφώσεις.

Σε αυτό το μάθημα θα ασχοληθούμε μόνο με μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης, εκείνη κατά την οποία τα σώματα μετά την κρούση γίνονται συσσωμάτωμα και κινούνται με κοινή ταχύτητα. Η κρούση αυτή λέγεται **πλαστική**.

Η Κεντρική Πλαστική κρούση

Θεωρούμε δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 που κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$. Μετά την κρούση τους προκύπτει ένα συσσωμάτωμα μάζας $m_1 + m_2$ με ταχύτητα $\vec{V}$. Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος, όπως και τις ενεργειακές απώλειες θα χρησιμοποιήσουμε τα εργαλεία που εισάγαμε παραπάνω.



Η **διατήρηση της Ορμής** του συστήματος θα μας δώσει:

$$\vec{P}_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{P}_{o\lambda(\mu\epsilon\tau\alpha)} \Rightarrow m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V}$$

προσέχουμε το πρόσημο των ταχυτήτων γιατί δεν ξεχνάμε τον διανυσματικό χαρακτήρα της σχέσης μας.

Και η **Διατήρηση της Ενέργειας** θα μας δώσει:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} - K_{o\lambda(\mu\epsilon\tau\alpha)} \Rightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2$$

Η % μείωση της ενέργειας σε μια πλαστική κρούση υπολογίζεται με την παρακάτω σχέση:

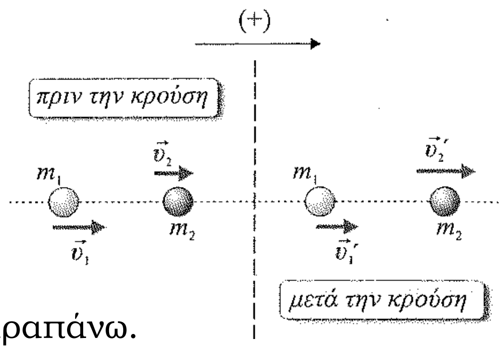
$$\Pi\% = \frac{K_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} - K_{o\lambda(\mu\epsilon\tau\alpha)}}{K_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)}} \cdot 100\% \quad (6)$$

Εφαρμογές

Η Διατήρηση της Ορμής έχει πολλές εφαρμογές σε προβλήματα Φυσικής που το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο. Ένα παράδειγμα είναι η **εκτόξευση των πυραύλων** (σκεφτείτε γιατί τα καύσιμα που φεύγουν προς τα πίσω), ένα άλλο παράδειγμα η **εκπυρσοκρότηση του όπλου**. Τέλος βασικό παράδειγμα είναι και **η έκρηξη μιας βόμβας** (σκεφτείτε γιατί τα θραύσματα φεύγουν προς όλες τις κατευθύνσεις γύρω από το σώμα)

Η Κεντρική Ελαστική Κρούση (*Γ Λυκείου)

Θεωρούμε δύο σημειακές μάζες m_1 και m_2, που κινούνται σε οριζόντιο λείο επίπεδο με ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{\upsilon}_2$, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και μετά την κρούση αποκτούν νέες ταχύτητες $\vec{\upsilon'}_1$ και $\vec{\upsilon'}_2$, τις οποίες θέλουμε να υπολογίσουμε. Ο υπολογισμός είναι απλός αρκεί να χρησιμοποιήσουμε τις βασικές ιδέες - αρχές που αναπτύχθηκαν παραπάνω.



Διατήρηση της Ορμής

$$\vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετα)} \Rightarrow m_1 υ_1 + m_2 υ_2 = m_1 υ_1' + m_2 υ_2' \tag{7}$$

προσέχουμε το πρόσημο των ταχυτήτων γιατί δεν ξεχνάμε τον διανυσματικό χαρακτήρα της σχέσης μας.

Διατήρηση της Κινητικής Ενέργειας

$$K_{ολ(πριν)} = K_{ολ(μετα)} \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2} m_2 υ_2^2 = \frac{1}{2} m_1 {υ_1'}^2 + \frac{1}{2} m_2 {υ_2'}^2 \tag{8}$$

Η εξίσωση (7) γράφεται:

$$m_1(υ_1 - υ_1') = m_2(υ_2' - υ_2)$$

Η εξίσωση (8) γράφεται:

$$m_1(υ_1^2 - {υ_1'}^2) = m_2({υ_2'}^2 - υ_2^2)$$

Διαιρούμε κατα μέλη τις παραπάνω σχέσεις:

$$\frac{υ_1 - υ_1'}{υ_1^2 - {υ_1'}^2} = \frac{υ_2' - υ_2}{{υ_2'}^2 - υ_2^2}$$

και προκύπτει εύκολα ότι $υ_1 + υ_1' = υ_2' + υ_2 \Rightarrow υ_2' = υ_1 + υ_1' - υ_2$

Αντικαθιστώντας στην (7) και λύνοντας ως προς $υ_1'$ βρίσκουμε τις ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.

$$υ_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} υ_1 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} υ_2 \tag{9}$$

$$υ_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} υ_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} υ_2 \tag{10}$$

Βέβαια κατά τον υπολογισμό μας υποθέσαμε μια συγκεκριμένη φορά για τις ταχύτητες πριν και μετά την κρούση, είναι προφανές ότι σε περίπτωση αντίθετης φοράς από την παραπάνω οι σχέσεις μας οδηγούν σε αρνητικές τιμές για τις ταχύτητες.**Οι παραπάνω σχέσεις δεν είναι τόσο εύκολο να απομνημονευτούν, αλλά είναι ευκολότερο να αποδειχθούν από τις βασικές αρχές!**

Ειδικές περιπτώσεις

α. **Τα δύο σώματα έχουν ίσες μάζας** $m_1 = m_2 = m$

Από τις παραπάνω σχέσεις (9),(10) με αντικατάσταση των μαζών προκύπτει:

$$\upsilon_1' = \upsilon_2 \quad \kappa\alpha\iota \quad \upsilon_2' = \upsilon_1$$

Δηλαδή, **κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων που έχουν ίσες μάζες, τα σώματα ανταλλάσσουν τις ταχύτητες τους.**

Βέβαια στο παραπάνω συμπέρασμα μπορούμε να καταλήξουμε αν ξεκινήσουμε από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής και την Διατήρηση της Ενέργειας, όπως κάναμε παραπάνω.

β. **Το ένα σώμα είναι ακίνητο πριν την κρούση (**$\upsilon_2 = 0$**)** Από τις σχέσεις (9),(10) προκύπτει:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \tag{11}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \tag{12}$$

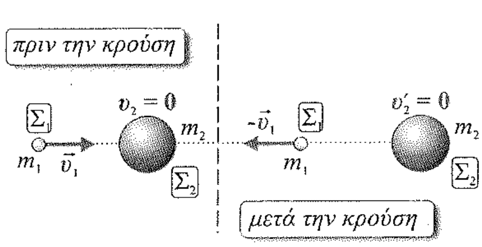
Βέβαια στην περίπτωση που έχουν και ίσες μάζες και το ένα σώμα είναι ακίνητο, τότε το αρχικά κινούμενο σταματάει μετά την κρούση ($\upsilon_1' = 0$) και το αρχικά ακίνητο σώμα αποκτά ταχύτητα $\upsilon_2' = \upsilon_1$

Ελαστική Κρούση σώματος με άλλο ακίνητο πολύ μεγάλης μάζας

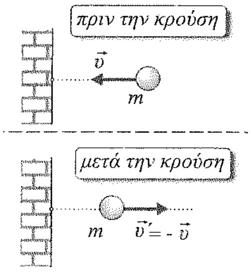
Αν το ένα σώμα έχει πολύ μεγαλύτερη μάζα σε σχέση με το άλλο ($m_1 << m_2$) και είναι ακίνητο πριν την κρούση ($\upsilon_2 = 0$) τότε:

$m_1 << m_2$ ή $\frac{m_1}{m_2} << 1$ ή $\frac{m_1}{m_2} \cong 0$.

άρα οι παραπάνω σχέσεις μας δίνουν:



$$\upsilon_1' \cong -\upsilon_1 \quad \kappa\alpha\iota \quad \upsilon_2' \cong 0$$



Δηλαδή: **ένα σώμα μικρής μάζας που συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα πολύ μεγαλύτερης μάζας ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτή που είχε πριν την κρούση. Το σώμα μεγάλης μάζας μένει πρακτικά ακίνητο.**

Σύμφωνα με τα παραπάνω, όταν ένα σώμα μικρής μάζας προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου ή σε ένα δάπεδο, τότε ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς.

4 Ενδεικτικές Ασκήσεις Κατανόησης

Θέμα Α

Α.1. Σε μια κεντρική πλαστική κρούση:

(α) διατηρείται η ορμή του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται.

(β) η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται διατηρείται.

(γ) η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων πριν είναι μικρότερη από αυτήν μετά την κρούση.

(δ) τα σώματα μετά την κρούση κινούνται σε διευθύνσεις που σχηματίζουν γωνία.

Α.2. Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου v. Στην πορεία του συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου 2v. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του θα είναι:

(α) 0 **(β)**mv **(γ)** $2mv$ **(δ)**$3mv$

Α.3. Σε μία κρούση δύο σφαιρών:

(α) το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σφαιρών πριν την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών μετά από την κρούση.

(β) οι διευθύνσεις των ταχυτήτων πριν και μετά την κρούση βρίσκονται πάντα στην ίδια ευθεία.

(γ) το άθροισμα των ορμών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ορμών τους μετά από την κρούση.

(δ) το άθροισμα των ταχυτήτων των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ταχυτήτων μετά την κρούση.

Α.4. Σε μια μετωπική πλαστική κρούση:

(α) η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

(β) η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

(γ) δεν διατηρείται η ορμή.

(δ) η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

Α.5. Σε μια πλαστική κρούση:

(α) δεν διατηρείται η ορμή.

(β) η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της αρχικής.

(γ) η κινητική ενέργεια του συστήματος δεν διατηρείται.

(δ) η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της αρχικής.

A.6. Δύο σώματα με μάζες m και $2m$ συγκρούονται μεταξύ τους. Κατά την διάρκεια της επαφής τους:

(α) Μεγαλύτερου μέτρου δύναμη ασκεί το σώμα με την μεγαλύτερη μάζα.

(β) Μεγαλύτερου μέτρου δύναμη ασκεί το σώμα με την μικρότερη μάζα.

(γ) Μεγαλύτερου μέτρου δύναμη ασκεί το σώμα με την μεγαλύτερη ταχύτητα πριν την κρούση.

(δ) Οι δυνάμεις που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο είναι ίσων μέτρων.

A.7. Η ορμή ενός σώματος παραμένει σταθερή όταν:

(α) εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση.

(β) συγκρούεται με ένα άλλο σώμα.

(γ) δέχεται σταθερή συνισταμένη δύναμη.

(δ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

A.8. Δύο σώματα που κινούνται αποτελούν ένα μηχανικό σύστημα με συνολική ορμή μηδέν. Τότε οι ταχύτητες των σωμάτων είναι:

(α) αντίθετης φοράς.

(β) ίδιας φοράς.

(γ) κάθετες μεταξύ τους.

(δ) υπό γωνία 60^o μεταξύ τους.

A.9. Ακίνητο σώμα μάζας m διασπάται ακαριαία σε δυο κομμάτια Α και Β με μάζας $m_A = \frac{m}{3}$ και $m_B = \frac{m}{3}$ αντίστοιχα. Μετά την διάσπαση:

(α) το μέτρο της ταχύτητας του Β είναι διπλάσιο από το μέτρο της ταχύτητας του Α.

(β) η ορμή του Β έχει διπλάσιο μέτρο και αντίθετη φορά από την ορμή του Α.

(γ) η ορμή του Α έχει διπλάσιο μέτρο και αντίθετη φορά από την ορμή του Β.

(δ) οι ορμές των δυο σωμάτων έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες φορές.

Α.10. Δύο σώματα (1) και (2) με μάζες m και $2m$ αντίστοιχα κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητες μέτρου $2v$ και v αντίστοιχα, έχοντας αντίθετη φορά. Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων είναι ίση με:

(α) μηδέν **(β)** $2mv$ **(γ)** $4mv$ **(δ)** mv

Α.11.Ένα σώμα μάζας m κινείται σε λείο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου v και συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο σώμα μάζας $2m$. Αν το σώμα μάζας m μετά την κρούση έχει ίδια κατεύθυνση κίνησης και ταχύτητα μέτρου $\frac{v}{2}$, τότε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας $2m$ μετά την κρούση ισούται με:

(α) v **(β)** $2v$ **(γ)** $\frac{v}{2}$ **(δ)** $\dfrac{v}{4}$

Α.12. Μικρο σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου v και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $3m$. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

α) Η φορά της κίνησης του συσσωματώματος που προκύπτει από την κρούση είναι η ίδια με τη φορά κίνησης του σώματος μάζας m πριν την κρούση.

β) Η ορμή του συστήματος των δυο σωμάτων έχει μέτρο $4mv$.

γ) Η κινητική ενέργεια του συστήματος των δυο σωμάτων μειώθηκε εξαιτίας της κρούσης.

δ) Η ταχύτητα του σώματος που προκύπτει από την κρούση ισούται με $\frac{v}{4}$

Α.13. Δύο σώματα (1) και (2) με μάζας m_1 και m_2 για τις οποίες ισχύει ότι $m_1 = 4m_2$ κινούνται με αντίθετες ορμές και συγκρούονται μετωπικά χωρίς να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

α) Πριν την κρούση τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων ικανοποιούν τη σχέση $\upsilon_1 = 4\upsilon_2$.

β) Πριν την κρούση η συνολική ορμή του συστήματος των δυο σωμάτων ισούται με μηδέν.

γ) Μετά την κρούση το μέτρο της συνολικής ορμής του συστήματος γίνεται πενταπλάσιο της αρχικής ορμής του σώματος (1).

δ) Μετά την κρούση τα δύο σώματα θα συνεχίσουν να κινούνται με αντίθετες ορμές.

Α.14. Ένα σώμα μάζας m κινείται ευθύγραμμα και συγκρούεται κάθετα με τοίχο έχοντας ελάχιστα πριν την κρούση ταχύτητα μέτρου υ_1. Αν η ταχύτητα του σώματος ελάχιστα μετά την κρούση είναι αντίθετη της ταχύτητας $\vec{\upsilon_1}$, τότε η αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος εξαιτίας της σύγκρουσης με τον τοίχο θα είναι:

(α) -$2m\upsilon_1$ **(β)** 0 **(γ)** +$m\upsilon_1$

Α.15. Ένα βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0 και σφηνώνεται σε σώμα μάζας $M = 4m$ που είναι ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση θα ισούται με:

(α) $0{,}4\upsilon_0$ **(β)** $0{,}5\upsilon_0$ **(γ)** $0{,}24\upsilon_0$

Θέμα Β - Επιλογής με αιτιολόγηση

Στις ερωτήσεις που ακολουθούν να επιλέξετε την σωστή απάντηση αιτιολογώντας αναλυτικά την επιλογή σας.

Β.1. Σφαίρα Α που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια αλλά ακίνητη σφαίρα Β που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Για τις Κινητικές ενέργειες του συστήματος πριν και μετά την κρούση θα ισχύει:

(α) $K_{\text{πριν}} = K_{\text{μετά}}$

(β) $K_{\text{πριν}} = 2K_{\text{μετά}}$

(γ) $K_{\text{πριν}} = 3K_{\text{μετά}}$

Β.2. Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων Α και Β που έχουν μάζας m και 2m, αντίστοιχα , δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ορμών των δυο σωμάτων πριν από την κρούση είναι:

(α) $\dfrac{1}{2}$ **(β)** 2 **(γ)** 1

Β.3. Σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα υ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση έχει μέτρο:

(α) 2υ **(β)** $\dfrac{\upsilon}{2}$ **(γ)** $\dfrac{\upsilon}{3}$

Β.4. Σώμα μάζας m, το οποίο έχει κινητική ενέργεια Κ, συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $4m$. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα παραμένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση, είναι:

(α) $\dfrac{5}{4}K$ **(β)** K **(γ)** $\dfrac{7}{4}K$

Β.5.Ένα αυτοκίνητο Α μάζας Μ βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο Β μάζας m ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου Α. Η κρούση μπορεί να θεωρηθεί κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει κινητική ενέργεια ίση με το 1/3 της κινητικής ενέργειας που είχε το αυτοκίνητο Β πριν την κρούση τότε θα ισχύει:

(α) $\dfrac{m}{M} = \dfrac{1}{6}$ **(β)** $\dfrac{m}{M} = \dfrac{1}{2}$ **(γ)** $\dfrac{m}{M} = \dfrac{1}{3}$

Β.6. Σώμα μάζας m_A κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου υ_A και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_B = 2m_A$. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, η οποία παρατηρήθηκε κατά την κρούση, είναι:

(α) $\Delta K = -\dfrac{m_A \upsilon_A^2}{6}$

(β) $\Delta K = -\dfrac{m_A \upsilon_A^2}{3}$

(γ) $\Delta K = -\dfrac{2m_A \upsilon_A^2}{3}$

Β.7. Ακίνητο σώμα Σ μάζας Μ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας m κινείται με οριζόντια ταχύτητα $\upsilon = 100m/s$ σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος και σφηνώνεται σε αυτό. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι $V = 2m/s$, τότε ο λόγος των μαζών $\dfrac{m}{N}$ είναι ίσος με:

(α) 50 **(β)** $\dfrac{1}{25}$ **(γ)** 49

Β.8. Σώμα Σ_1 κινούμενο προς ακίνητο σώμα Σ_2, ίσης μάζας με το Σ_1, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αυτό. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ_1 που έγινε θερμότητα κατά την κρούση είναι :

(α) 0% **(β)** 25% **(γ)** 50%

Β.9. Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ . Στην πορεία του συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $M = 3m$. Η απόλυτη τιμή της μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας $\Delta K_{\text{ολ}}$ του συστήματος είναι αντίστοιχα:

α. $|\Delta \vec{P}_{\text{ολ}}| = 0$, $|\Delta K_{\text{ολ}}| = \dfrac{m\upsilon^2}{3}$

β. $|\Delta \vec{P}_{\text{ολ}}| = m\upsilon$, $|\Delta K_{\text{ολ}}| = \dfrac{m\upsilon^2}{3}$

γ. $|\Delta \vec{P}_{\text{ολ}}| = 0$, $|\Delta K_{\text{ολ}}| = \dfrac{3m\upsilon^2}{8}$

δ. $|\Delta \vec{P}_{\text{ολ}}| = \dfrac{3m\upsilon}{4}$, $|\Delta K_{\text{ολ}}| = \dfrac{3m\upsilon^2}{8}$

Β.10. Σώμα (1) μάζας m_1 κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με κινητική ενέργεια K_1 και συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο σώμα (2) μάζας $m_2 = 4m_1$, χωρίς να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα. Το σώμα (1) εξαιτίας της κρούσης ακινητοποιείται. Η απώλεια της Κινητικής Ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων εξαιτίας της κρούσης ισούται με:

(α) 0 **(β)** $0{,}75K_1$ **(γ)** $0{,}25K_1$

Β.11. Ένα σώμα μάζας m_1 είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Σώμα μάζας $m_2 = \frac{m_1}{4}$ που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon_0}$ συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα m_1. Το πηλίκο της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση προς την κινητική ενέργεια του συστήματος ελάχιστα μετά την κρούση ισούται με:

(α) 5 **(β)** 4 **(γ)** 2 **(γ)** 1

Β.12 Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω και όταν φτάσει στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς του, διασπάται ακαριαία (εξαιτίας έκρηξης) σε δύο κομμάτια με μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$.

α) Αν το κομμάτι μάζας m_1 αμέσως μετά την διάσπαση κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου υ_1 ως προς το έδαφος, τότε το κομμάτι μάζας m_2, αμέσως μετά την διάσπαση κινείται ως προς το έδαφος:

1) κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\dfrac{\upsilon_1}{2}$.

2) κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $2\upsilon_1$.

3) κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $\dfrac{\upsilon_1}{2}$

β) Η ενέργεια που απελευθερώθηκε από την διάσπαση είναι ίση με:

1) $\dfrac{1}{2}m_1\upsilon_1^2$

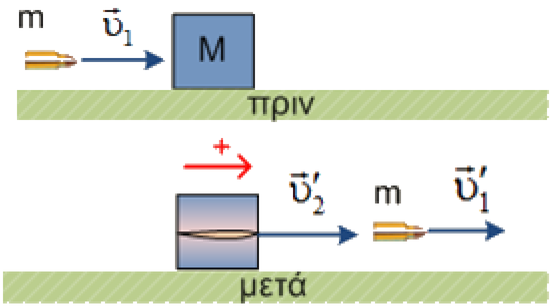
2) $\dfrac{3}{4}m_1\upsilon_1^2$

3) $m_1\upsilon_1^2$

Θέμα Γ - Ασκήσεις

Γ.1. Σώμα μάζας $M = 5kg$ **ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο.Βλήμα κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου** $\upsilon_1 = 100m/s$ **και μάζας** $m = 0,2kg$ **, διαπερνά το σώμα χάνοντας το** 75% **της κινητικής του ενέργειας και εξέρχεται με ταχύτητα** $\vec{\upsilon_1'}$**. Να υπολογιστεί:**

(α) το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon_1'}$ του βλήματος και της ταχύτητας $\vec{\upsilon_2'}$ του σώματος αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.



(β) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο σώμα κατά την κρούση.

(γ) Η μεταβολή της ορμής του βλήματος και του σώματος από τη στιγμή που ηρεμούσε το σώμα μέχρι την έξοδο του βλήματος.

(δ) Η μέση δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της διέλευσης του βλήματος, αν αυτή διαρκεί $\Delta t = 0,01s$.

Γ.2. Ένα ξύλινο σώμα μάζας $m_2 = 0,96kg$ **είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα βλήμα μάζας** $m_1 = 40g$ **κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου** $\upsilon_1 = 200m/s$ **και σφηνώνεται στο σώμα, σε βάθος** $d = 7,68cm$**. Να υπολογιστεί:**

(α) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση.

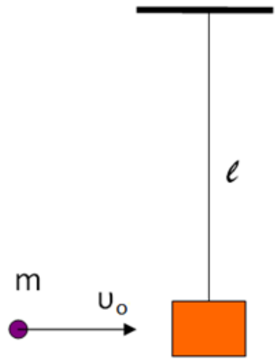
(β) το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα (να θεωρήσετε ότι όλη η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος γίνεται θερμότητα και ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο επίπεδο).

(γ) η μέση δύναμη που ασκεί η σφαίρα στο ξύλο καθώς εισχωρεί σε αυτό.

(δ) η μετατόπιση του συστήματος ξύλο-βλήμα μέχρι να σφηνωθεί το βλήμα στο ξύλο.

Γ.3. Το σώμα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα $M = 0,98kg$ και ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους $l = 2m$.

Κάποια χρονική στιγμή βλήμα μάζας $m = 0,02kg$ σφηνώνεται στο σώμα μάζας M και το συσσωμάτωμα που προκύπτει, εκτελώντας κυκλική κίνηση, φτάνει σε θέση όπου το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία ϕ τέτοια ώστε $συνφ = 0,6$ και σταματά στιγμιαία. Να υπολογίσετε:



(α) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

(β) Την αρχική ταχύτητα $υ_0$ του βλήματος.

(γ) Την τάση του νήματος πριν την κρούση.

(δ) Την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση.

(ε) Τη μηχανική ενέργεια, που μετατράπηκε σε θερμότητα στην πλαστική κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Γ.4. Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας $M = 2kg$. Ένα βλήμα μάζας $m = 0,1kg$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $υ_0 = 100m/s$, συγκρούεται με το σώμα Α, το διαπερνά σε χρόνο $\Delta t = 0,2s$ και εξέρχεται με ταχύτητα $υ_1 = 20m/s$.

(α) Βρείτε την αρχική ορμή του βλήματος.

(β) Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος Α μετά την κρούση.

(γ) Ποια η μεταβολή της ορμής του βλήματος ;

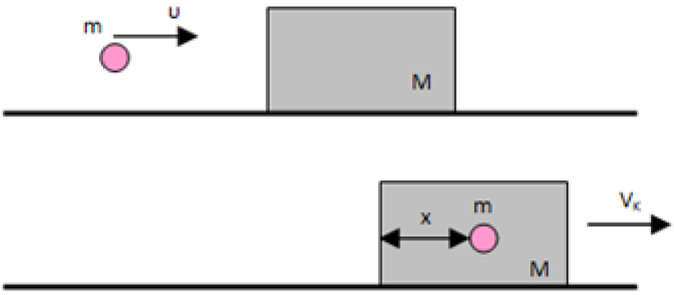
(δ) Βρείτε την μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα κατά το πέρασμά του μέσα από το σώμα Α.

(ε) Σε μια στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Α είναι $50kgm/s^2$, ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής του βλήματος την ίδια χρονική στιγμή ;

(στ) Αν το σώμα Α παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$, πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα Α, μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει ;

Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

Γ.5. Ένα βλήμα μάζας $m = 0,1kg$ **σφηνώνεται με ταχύτητα** $\upsilon = 100m/s$ **σε ακίνητο κιβώτιο μάζας** $M = 0,9kg$ **όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το κιβώτιο μπορεί να ολισθαίνει σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Αν η δύναμη αντίστασης που εμφανίζεται μεταξύ βλήματος και κιβωτίου κατά την κρούση θεωρηθεί σταθερού μέτρου** $F = 4500N$ **, να υπολογίσετε:**



(α) Την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος.

(β) Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος (βλήμα – κιβώτιο) κατά τη διάρκεια της κρούσης.

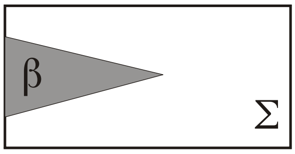
(γ) Το χρόνο που διαρκεί η κίνηση του βλήματος σε σχέση με το κιβώτιο.

(δ) Πόσο βαθιά εισχωρεί το βλήμα στο κιβώτιο.

Θέμα Δ - Προβλήματα

Δ.1. Έστω σώμα μάζας $M = 1kg$ **και κωνικό βλήμα (β) μάζας** $m = 0,2kg$**. Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα (Σ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια** $100J$**. Έστω τώρα ότι το σώμα (Σ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα(β). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια Κ προσκρούει στο σώμα (Σ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.**

(α) Για $K = 100J$ θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ) ; Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.



(β) Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια Κ που πρέπει να έχει το βλήμα ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ) ;

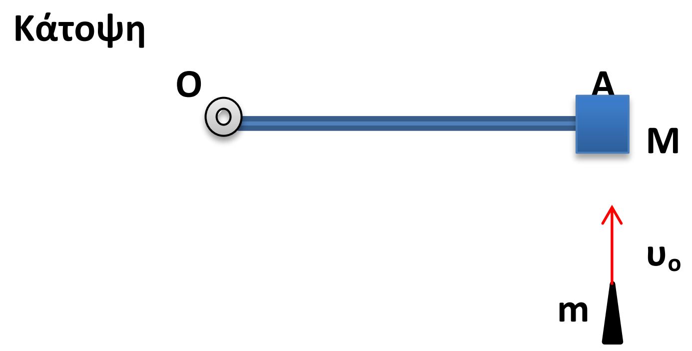
(γ) Για ποια τιμή του λόγου $\frac{m}{M}$ το βλήμα με κινητική ενέργεια $K = 100J$ σφηνώνεται ολόκληρο; Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

Δ.2. Πάνω σε ένα πειραματικό λείο τραπέζι βρίσκεται ένα ξύλινο σώμα μάζας $M = 0,98kg$ **που ισορροπεί στερεωμένο στο άκρο Α μιας λεπτής ράβδου (ΟΑ) μήκους** $L = 2m$ **και αμελητέας μάζας, που το άλλο άκρο της Ο είναι στερεωμένο.**

Κάποια στιγμή βλήμα μάζας $m = 0,02kg$ που κινείται με ταχύτητα $v_0 = 100m/s$ σφηνώνεται στο ξύλινο σώμα και το συσσωμάτωμα αρχίζει να εκτελεί κυκλική κίνηση με κέντρο το άκρο της ράβδου Ο. Να υπολογίσετε:

(α) την ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.

(β) την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συσσωματώματος.



(γ) τις απώλειες της μηχανικής ενέργειας εξαιτίας της κρούσης.

(δ) το μήκος που έχει διανύσει το κέντρο Κ της ράβδου σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 10s$

(ε) την δύναμη που ασκεί η ράβδος πάνω στο ξύλινο σώμα κατά την διάρκεια της κίνησης του.

Δ.3. Σημειακό σφαιρίδιο μάζας $m = 2kg$ διαγράφει κυκλική τροχιά σε κατακόρυφο επίπεδο δεμένο στο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $l = 2m$. Την στιγμή που διέρχεται από το κατώτερο σημείο της τροχιάς του έχει ταχύτητα $\upsilon_0 = 4m/s$.

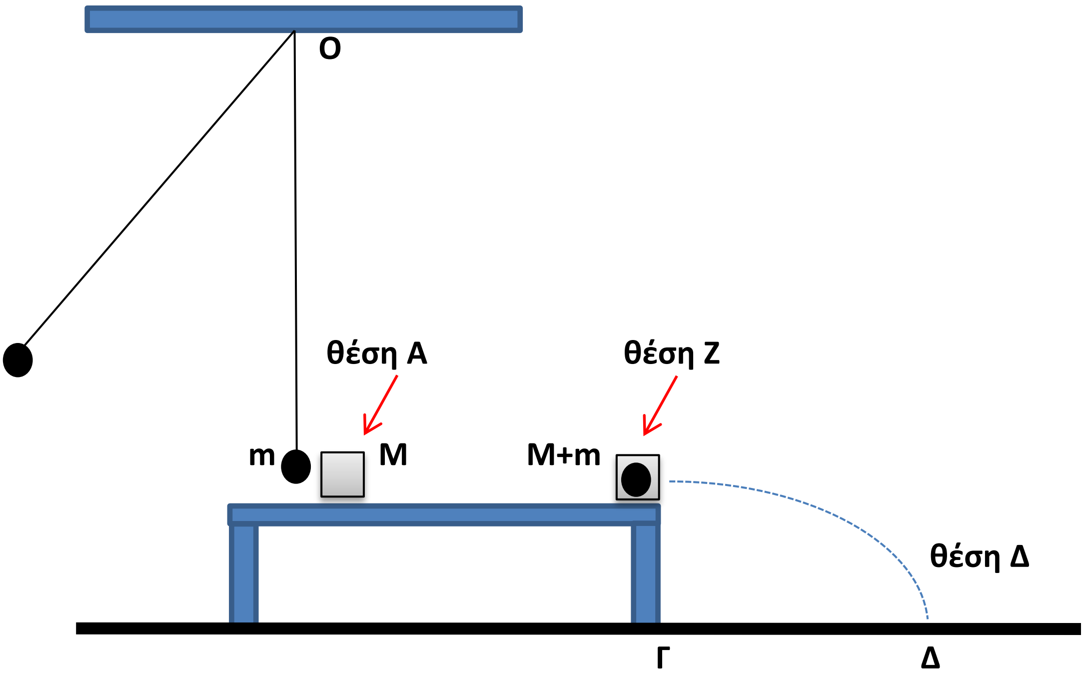
(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σφαιριδίου στην θέση αυτή.

(β) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο στην θέση αυτή και να υπολογίσετε την δύναμη που του ασκείται από το νήμα.

Στην παραπάνω θέση (θέση Α) το νήμα κόβεται ακαριαία και το σφαιρίδιο σφηνώνεται σε σώμα μάζας $M = 4kg$ που είναι ακίνητο σε λεία επιφάνεια πειραματικής τράπεζας ύψους $h = 40cm$.

(γ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα σφαιριδίου - σώματος.

Το συσσωμάτωμα σφαιριδίου - σώματος στη συνέχεια εγκαταλείπει το επίπεδο (θέση Ζ)εκτελώντας οριζόντια βολή, όπως φαίνεται στο σχήμα μέχρι να φτάσει στο έδαφος (θέση Δ).



(δ) Να υπολογίσετε την οριζόντια απόσταση της (ΓΔ) ανάμεσα στην βάση της πειραματικής τράπεζας και το σημείο που το σώμα φτάνει στο έδαφος.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$. Να θεωρήσετε ότι η διάρκεια της κρούσης ανάμεσα στο σφαιρίδιο και το σώμα είναι αμελητέα.

Δ.4.Σώμα Σ_1 μάζας $m = 2kg$ είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους $l = 1m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε καρφί στο σημείο Κ. Το σώμα ισορροπεί. Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = m$, κινείται πάνω στο λείο επίπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_o$ κάθετη στην διεύθυνση του νήματος και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το Σ_1.

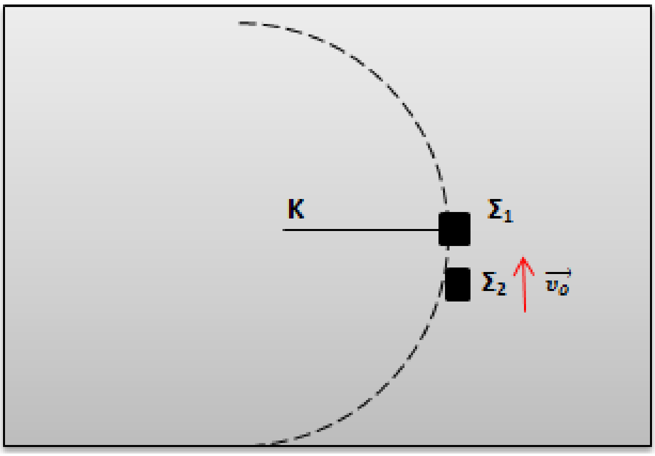
Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση περιόδου $T = \frac{\pi}{2}s$.

Α. Να υπολογίσετε το μέτρο:

(α) της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση,

(β) της τάσης του νήματος

(γ) της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_o$.



Β. Αν σας είναι γνωστό ότι το όριο για την θραύση του νήματος είναι 100 N, να υπολογίσετε την μέγιστη τιμή που μπορεί να έχει η ταχύτητα $\vec{\upsilon_o}$ του Σ_2 πριν την κρούση, ώστε κατά την κυκλική κίνηση του συσσωματώματος να μην κόβεται το νήμα.

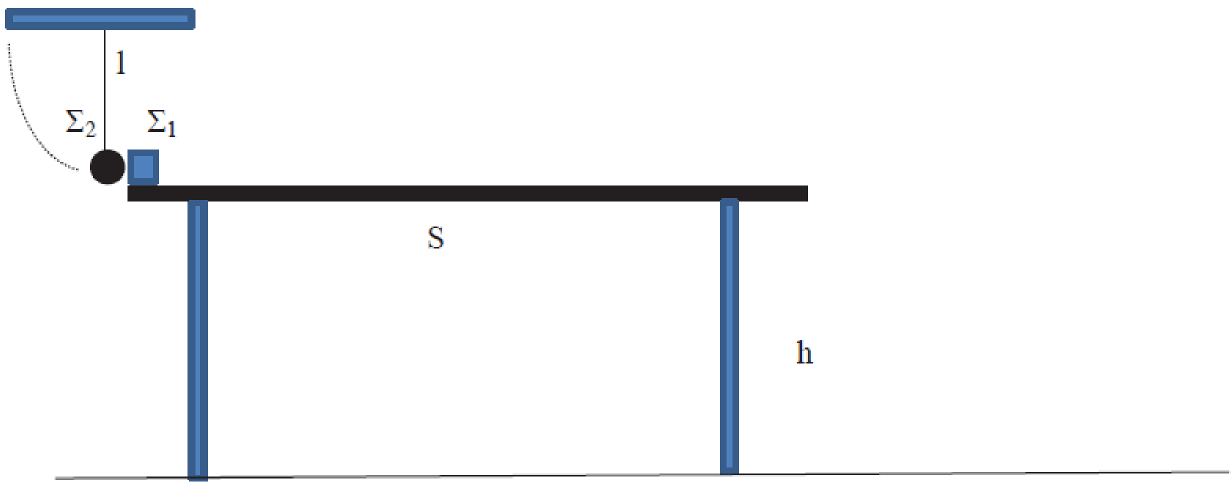
Γ. Για την παραπάνω περίπτωση να υπολογιστούν οι ενεργειακές απώλειες που οφείλονται στην πλαστική κρούση.

Σας δίνεται ότι το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό, παραμένοντας τεντωμένο σε όλη την διάρκεια της κίνησης και ότι τα σώματα μπορούν να θεωρηθούν υλικά σημεία.

Δ.5. Στο εργαστήριο Φυσικής του σχολείου σας πραγματοποιείται ένα πείραμα με την χρήση δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 3kg$ και $m_2 = 1kg$ αντίστοιχα. Το Σ_1 ισορροπεί σε ειδική πειραματική τράπεζα μήκους $S = 1,5m$ και ύψους $h = 1m$, ενώ το Σ_2 ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $l = 0,25m$ που έχει το ένα άκρο του δεμένο στην οροφή.

Δίνονται: ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο Σ_1 και την τράπεζα είναι $\mu = \dfrac{1}{160}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$. Θεωρούμε αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

(α) *Αρχικά εκτρέπουμε το Σ_2 από την κατακόρυφο κατά γωνία θ και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Όταν διέρχεται από την κατώτερη θέση*



και λίγο πριν συγκρουστεί με το Σ_1 η τάση του νήματος έχει τιμή $T = 14$ N.

Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon_2}$ του σώματος στην θέση αυτή.

(β) *Μετά την σύγκρουση τους τα δύο σώματα αποκτούν αντίστοιχα ταχύτητες $\vec{\upsilon_1}'$ και $\vec{\upsilon_2}'$ για τις οποίες ισχύει ότι $\vec{\upsilon_1}' = -\vec{\upsilon_2}'$.*

- **(β1)** Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon_1'}$.
- **(β2)** Να αποδειχθεί ότι η παραπάνω κρούση είναι ελαστική (δηλ. ότι δεν υπάρχουν ενεργειακές απώλειες).

(γ) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon_1}''$ του Σ_1 όταν φτάνει στο δεξί άκρο της πειραματικής τράπεζας.

(δ) *Τέλος το σώμα εγκαταλείπει την πειραματική τράπεζα ακολουθώντας παραβολική τροχιά.*

- **(δ1)** Να υπολογιστεί ο χρόνος που απαιτείται για να φτάσει στο έδαφος.
- **(δ2)** Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν βρίσκεται σε ύψος $0,5m$ από το έδαφος.
- **(δ3)** Να γραφτεί η εξίσωση της τροχιάς του σώματος $y = f(x)$

΄Οσοι το επιθυμούν μπορούν να απαντήσουν προαιρετικά στα παρακάτω ερωτήματα:

(ε1) Να υπολογιστεί το $\sigma\upsilon\nu\theta$, της αρχικής γωνιακής εκτροπής του νήματος.

(ε2) Να υπολογιστεί το ύψος h' στο οποίο θα φτάσει το Σ_2 μετά την κρούση.