Εξέταση Προσομοίωσης Γ΄ τάξης Ενιαίου Λυκείου
Απρίλης 2013
Φυσική Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης
¨Συνοπτικές Λύσεις¨

Θέμα Α

Α.1. $\Rightarrow$ **(δ)**

Α.2. $\Rightarrow$ **(β)**

Α.3. $\Rightarrow$ **(δ)**

Α.4. $\Rightarrow$ **(γ)**

Α.1. $\Rightarrow$ **Λ , Σ , Σ , Σ , Σ**

Θέμα Β

Β.1. **(α) Σ** , **(β) Λ**, **(γ) Λ**

Από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι η **καμπύλη Α** έχει μεγαλύτερο πλάτος ταλάντωσης από την **καμπύλη Β**, άρα αντιστοιχεί στην κατάσταση συντονισμού $f_{\delta(A)} = f_\sigma = f_o$. Επίσης από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι για τις δύο περιόδους ισχύει $T_A = 2T_B \Rightarrow f_{\delta(B)} = 2f_{\delta(A)}$.

Β.2. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Εφαρμόζω την ¨Αρχή της Επαλληλίας για τις ταλαντώσεις (1) , (3)

$$x_{13} = x_1 + x_3 = A_1\eta\mu(\omega t) + 1,0\eta\mu(\omega t + \pi) = A_1\eta\mu(\omega t) - 1,0\eta\mu(\omega t)$$

Διακρίνω δύο περιπτώσεις:

- $A_1 > 1,0 \Rightarrow x_{13} = (A_1 - 1,0)\eta\mu(\omega t)$
- $A_1 < 1,0 \Rightarrow x_{13} = |A_1 - 1,0|\eta\mu(\omega t + \pi)$

Για κάθε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις κάνω την σύνθεση της x_{13} με την x_2. Και στις δυο περιπτώσεις $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}rad$

- $A_1 > 1,0 \Rightarrow A = 1 = \sqrt{0,6^2 + (A_1 - 1)^2} \Rightarrow A_1 = 1,8m$
- $A_1 < 1,0 \Rightarrow A = 1 = \sqrt{0,6^2 + (1 - A_1)^2} \Rightarrow A_1 = 0,2m$

Β.3. Σωστή απάντηση η **(β)**

Πριν την κρούση η σφαίρα Σ_1 που πλησιάζει την ακίνητη πηγή Σ_2, αντιλαμβάνεται μήκος κύματος $\lambda_A = \lambda_s = \frac{\upsilon}{f_s}$.

Η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, άρα οι δύο σφαίρες θα ανταλλάσσουν ταχύτητες, όπως προκύπτει παρακάτω:

$$\upsilon'_A = \frac{m-m}{m+m}\upsilon_A = 0, \quad \upsilon'_s = \frac{2m}{m+m}\upsilon_A = \upsilon_A = \frac{\upsilon}{10}$$

Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_2 που φέρει την πηγή απομακρύνεται από την ακίνητη σφαίρα Σ_1 που φέρει τον δέκτη. Άρα ο δέκτης αντιλαμβάνεται μήκος κύματος $\lambda'_A = \lambda_s + \upsilon'_s T$. Άρα ο λόγος των μηκών κύματος θα είναι:

$$\frac{\lambda_A}{\lambda'_A} = \frac{\frac{\upsilon}{f_s}}{\lambda_s + \upsilon'_s T} = \frac{\frac{\upsilon}{f_s}}{\frac{\upsilon}{f_s} + \upsilon'_s \frac{1}{f_s}} = \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon'_s} = \frac{\upsilon}{\upsilon + \frac{\upsilon}{10}} = \frac{10}{11}$$

Θέμα Γ

Γ.1. Από το στιγμιότυπο παρατηρούμε ότι $\frac{9\lambda}{4} = 0,9 \Rightarrow \lambda = 0,4m$ και $A = 0,2m$. Αφού $\upsilon_{max} = 6,28 = 2\pi m/s \Rightarrow \omega = \frac{\upsilon_{max}}{A} \Rightarrow \omega = 10\pi rad/s \Rightarrow f = 5Hz$. Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης θα είναι:

$$y = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - 2,5x) \quad (S.I.)$$

Γ.2. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος θα είναι:

$$y = 0,4\sigma\upsilon\nu(5\pi x)\eta\mu(10\pi t) \quad (S.I.)$$

Γ.3. Την χρονική στιγμή $t = \dfrac{1}{40}s$ και τα δύο κύματα έχουν περάσει από το σημείο Κ αφού το κάθε ένα έχει διαδοθεί κατά $x = \upsilon \cdot t = \frac{1}{20}m > x_\kappa (\upsilon = \lambda f = 2m/s)$. Άρα το σημείο Κ θα εκτελεί ταλάντωση εξαιτίας του στάσιμου κύματος.

$$y_\kappa = 0,4\sigma\upsilon\nu(5\pi\frac{1}{30})\eta\mu(10\pi t) = 0,2\sqrt{3}\eta\mu(10\pi t)$$
$$\Rightarrow \upsilon_\kappa = 0,2\sqrt{3}\cdot 10\pi\sigma\upsilon\nu(10\pi\frac{1}{40}) = \pi\sqrt{6}m/s$$

Γ.4. Τα υλικά σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος είναι οι κοιλίες που βρίσκονται στις θέσεις $x = k\dfrac{\lambda}{2}$ για ακέραιο k. Άρα ανάμεσα στα σημεία **Μ** και **Ν** υπάρχουν **6 σημεία**.

$$0,6 < x < 2 \Rightarrow 0,6 < k\frac{\lambda}{2} < 2 \Rightarrow 3 < k < 10 \Rightarrow k = 4,5,6,7,8,9$$

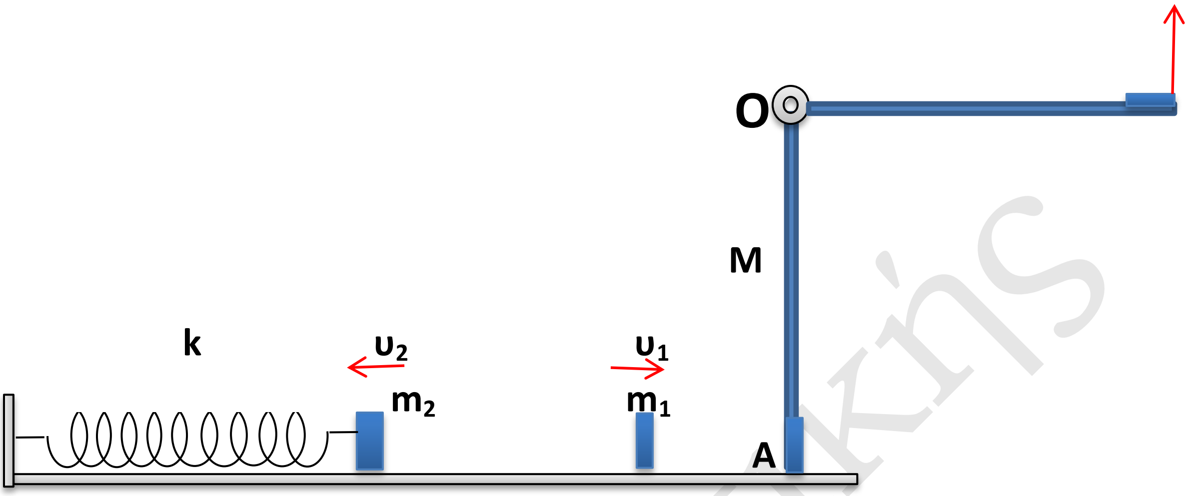
Γ.5. Ο πλησιέστερος δεσμός στο σημείο **Ο** είναι στην θέση $x = \dfrac{\lambda}{4} = 0,1m$ για να γίνει κοιλία του στάσιμου κύματος πρέπει $A' = 2A$, άρα:

$$\sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi x}{\lambda'}) = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda'} = N\pi \Rightarrow \frac{2\pi\frac{\lambda}{4}}{\lambda'} = N\pi \Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda'} = 2N$$
$$\frac{\frac{\upsilon}{f}}{\frac{\upsilon}{f'}} = 2N \Rightarrow \frac{f'}{f} = 2N \Rightarrow f' = Nf \Rightarrow f'_{min} = 2f = 10Hz$$

Άρα η ελάχιστη μεταβολή της συχνότητας πρέπει να είναι: $\Delta f = f' - f = 5Hz$.

Βέβαια σε σχέση με την παραπάνω λύση υπάρχει και η ευκολότερη εκδοχή λύσης: Για να γίνει κοιλία πρέπει να ισχύει τουλάχιστον ότι: $\frac{\lambda'}{2} = 0,1 \Rightarrow \lambda' = 0,2m \Rightarrow f' = \dfrac{\upsilon}{\lambda'} = 10Hz$.

Θέμα Δ



Δ.1. Για την ταλάντωση του σώματος Σ:

α. Η αρχική εκτροπή από την ΘΙΤ θα είναι και το πλάτος της ταλάντωσης του Σ, άρα $A = d = 0,2m$. Η περίοδος της ταλάντωσης θα είναι $T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\pi}{25}s$

β. Αφού για $t = 0$ βρίσκεται στην ακραία θετική θέση $\phi_o = \frac{\pi}{2}$ και $\omega = \frac{2\pi}{T} = 50rad/s$. Άρα η εξίσωση απομάκρυνσης θα είναι:

$$x = 0,2\eta\mu(50t + \frac{\pi}{2})$$

Η έκρηξη πραγματοποιείται την χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{100}s = \frac{T}{4}$, άρα το Σ είναι στην ΘΙΤ με ταχύτητα $\upsilon_{max} = \omega A = 10m/s$.

Δ.2. Μετά την κρούση η θέση δεν έχει αλλάξει, άρα το Σ_2 ξεκινά να ταλαντώνεται με $\upsilon_2 = \upsilon'_{max}$. Άρα για την ταλάντωση του θα ισχύει:

$$\upsilon_2 = \omega' A' \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{\frac{k}{m_2}}A' \Rightarrow A' = 0,8\sqrt{3}m$$

Δ.3. Εφαρμόζουμε την Διατήρηση της Ορμής για την έκρηξη:

$$m\upsilon_{max} = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = 28m/s$$

Δ.4. Για το σύστημα ράβδος - Σ_1:

α.

$$I = I_{cm} + M \cdot (\frac{l}{2})^2 + m_1 \cdot l^2 = 0,32kg \cdot m^2$$

β. Εφαρμόζουμε την Διατήρηση της Στροφορμής για την κρούση του Σ_1 με την ράβδο.

$$m_1\upsilon_1 l = I\omega_o \Rightarrow \omega_o = 7rad/s$$

Δ.5. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ¨Ράβδος - Σ_1 σε μια τυχαία θέση μετά την κρούση που η ράβδος σχηματίζει γωνία ϕ με την αρχική της θέση υπολογίζεται:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = \tau_w + \tau_{w_1} = Mg\frac{l}{2}\eta\mu\phi + m_1 gl\eta\mu\phi = (\frac{M}{2} + m_1)gl\eta\mu\phi$$

Με βάση το παραπάνω ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής γίνεται μέγιστος όταν η ράβδος φτάνει στην οριζόντια θέση ($\phi = 90^o$).

Για να βρούμε την γραμμική ταχύτητα της m_1 αρκεί να υπολογίσουμε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος στην οριζόντια θέση με ΘΜΚΕ (ή ΑΔΜΕ).

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_o^2 = -Mg\frac{l}{2} - m_1 gl \Rightarrow \omega = \sqrt{31,5}rad/s$$

Άρα $\upsilon = \omega \cdot l = 0,8\sqrt{31,5}m/s$