Μηχανική Στερεού Σώματος

7ο Σετ Ασκήσεων - Μάρτης 2013

Επιμέλεια: Μιχάλης Ε. Καραδημητριου, MSc Φυσικός
http://www.perifysikhs.com

Α. Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

Α.1. Αν στερεό σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση τότε:

(α) Η κίνηση του είναι οπωσδήποτε ευθύγραμμη.

(β) Όλα τα σημεία του στερεού έχουν ίδια ταχύτητα.

(γ) Το σώμα αλλάζει προσανατολισμό.

(δ) Το τμήμα που ενώνει 2 τυχαία σημεία του στερεού περιστρέφεται.

Α.2. Σώμα εκτελεί στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σώμα. Η γωνιακή του ταχύτητα:

(α) Είναι διανυσματικό μέγεθος που σχηματίζει τυχαία γωνία φ με τον άξονα περιστροφής.

(β) Έχει μονάδα μέτρησης το $1rad/sec^2$.

(γ) Έχει μέτρο που ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της γωνίας που διαγράφει μια τυχαία ακτίνα του στερεού.

(δ) Αν η κίνηση είναι ομαλή στροφική τότε έχει μέτρο που συνεχώς αυξάνεται.

Α.2. Ένα στερεό εκτελεί μόνο στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σώμα:

(α) Όσο απομακρυνόμαστε από τον άξονα περιστροφής το μέτρο της ταχύτητας των διαφόρων σημείων μειώνεται.

(β) Όλα τα σημεία του στερεού εκτελούν κυκλική κίνηση.

(γ) Υπάρχουν σημεία του στερεού που είναι διαρκώς ακίνητα.

(δ) Όλα τα σημεία του στερεού έχουν την ίδια ταχύτητα.

Α.3. Ένας τροχός εκτελεί στροφική κίνηση γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του , ξεκινώντας από την ηρεμία και επιταχύνεται με γωνιακή επιτάχυνση που συνεχώς αυξάνεται:

(α) η γραμμική ταχύτητα του στερεού αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο.

(β) Η γωνιακή ταχύτητα ω του τροχού δίνεται από την σχέση $\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t$.

(γ) Η στιγμιαία γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού συνδέεται με την στιγμιαία γωνιακή του ταχύτητα ω με την σχέση $v = \omega \cdot R$.

(δ) Η γωνία που διαγράφει ο τροχός υπολογίζεται από την σχέση $\theta = \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}t^2$.

Α.4. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού, ως προς κάποιο άξονα περιστροφής, δεν εξαρτάται από:

(α) την κατανομή της μάζας του σώματος.

(β) το μέγεθος του σώματος.

(γ) τη ροπή των δυνάμεων που δέχεται το σώμα.

(δ) τη θέση του άξονα περιστροφής.

Α.5. Η ροπή αδράνειας ενός σώματος, ως προς ένα άξονα εκφράζει:

(α) την ικανότητα του σώματος να περιστρέφεται γύρω από έναν άξονα.

(β) το πόσο γρήγορα περιστρέφεται το στερεό σώμα.

(γ) την αδράνεια του σώματος στη μεταφορική κίνηση.

(δ) την αδράνεια του σώματος στη στροφική κίνηση.

Α.6. Μια οριζόντια ράβδος έχει τη δυνατότητα να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα Ρ, που διέρχεται από το άκρο της. Η ράβδος είναι ακίνητη και κάποια στιγμή δέχεται σταθερή ροπή ως προς τον άξονα Ρ. Τότε:

(α) η γωνιακή της μετατόπιση είναι ανάλογη του χρόνου.

(β) η γωνιακή της ταχύτητα μεταβάλλεται ανάλογα με το τετράγωνο του χρόνου.

(γ) η γωνιακή της ταχύτητα μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό.

(δ) η γωνιακή της επιτάχυνση είναι μηδενική.

Α.7. Για να διατηρεί ένα σώμα την περιστροφική του κατάσταση σταθερή πρέπει το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών να:

(α) είναι σταθερό και διάφορο του μηδενός.

(β) είναι μηδέν.

(γ) αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.

(δ) μειώνεται με σταθερό ρυθμό.

Α.8. Μια σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου υπό την επίδραση μόνο του βάρους της και της δύναμης που δέχεται από το επίπεδο. Αρχικά η σφαίρα ανεβαίνει και στη συνέχεια κατεβαίνει.

(α) Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.

(β) Η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό.

(γ) ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.

(δ) Όταν η σφαίρα ανεβαίνει, το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης έχει αντίθετη φορά από την φορά όταν κατεβαινει.

Α.9. Δύο στερεά σώματα εκτελούν στροφική κίνηση με ίδια στροφορμή. Το σώμα με την μεγαλύτερη ροπή αδράνειας:

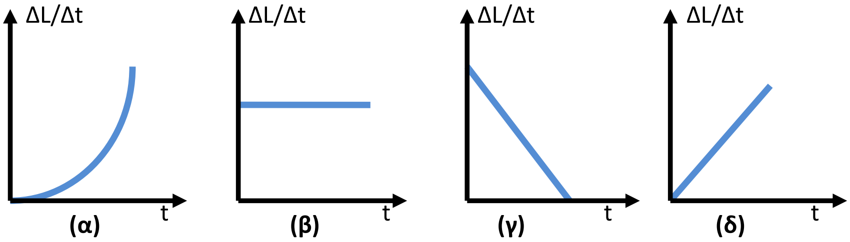
(α) έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια και μικρότερη γωνιακή ταχύτητα.

(β) έχει μικρότερη κινητική ενέργεια και μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα.

(γ) έχει μικρότερη κινητική ενέργεια και μικρότερη γωνιακή ταχύτητα.

(δ) έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια και μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα.

Α.10. Οριζόντιος δίσκος μπορεί να στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο, γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Ασκούμε στην περιφέρεια του δίσκου οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου που είναι συνεχώς εφαπτόμενη σε αυτόν. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο ;



Α.11. Άνθρωπος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια και κοντά στο κέντρο οριζόντιου δίσκου που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο του. Αν ο άνθρωπος μετακινηθεί στην περιφέρεια του δίσκου, τότε η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου ω_2 θα είναι:

(α) $\omega_2 = \omega_1$

(β) $\omega_2 > \omega_1$

(γ) $\omega_2 < \omega_1$

(δ) $\omega_2 = 0$

Α.12. Μια σφαίρα μάζας Μ και ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω. Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της υπολογίζεται από τον τύπο: $I_{cm} = \frac{2}{5}MR^2$. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας που εμφανίζεται με την μορφή κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής ισούται με:

(α) 40 %

(β) $\frac{400}{3}$ %

(γ) $\frac{200}{7}$ %

(δ) $\frac{500}{3}$ %

Α.13. Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, με γωνιακή ταχύτητα ω . Αν διπλασιαστεί η γωνιακή του ταχύτητα, τότε η κινητική του ενέργεια:

(α) υποτετραπλασιάζεται.

(β) υποδιπλασιάζεται.

(γ) διπλασιάζεται.

(δ) τετραπλασιάζεται.

Α.14. Όταν οι ακροβάτες θέλουν να κάνουν πολλές στροφές στον αέρα, συμπτύσσουν τα χέρια και τα πόδια τους. Με αυτό τον τρόπο:

(α) αυξάνουν τη στροφορμή τους.

(β) μειώνουν την κινητική τους ενέργεια.

(γ) μειώνουν τη ροπή αδράνειάς τους.

(δ) αυξάνουν τη μάζα τους.

Α.15. Ένας κύβος και μία σφαίρα έχουν την ίδια μάζα και αφήνονται να κινηθούν από το ίδιο ύψος δύο κεκλιμένων επιπέδων. Ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές στο ένα και η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο άλλο. Στη βάση των κεκλιμένων επιπέδων έχουν κινητικές ενέργειες $K_{κύβ}$ και $K_{σφ}$ αντίστοιχα. Για το λόγο των ενεργειών ισχύει:

(α) $\dfrac{K_{κύβ}}{K_{σφ}} > 1$

(β) $\dfrac{K_{κύβ}}{K_{σφ}} < 1$

(γ) $\dfrac{K_{κύβ}}{K_{σφ}} = 1$

(δ) $\dfrac{K_{κύβ}}{K_{σφ}} < 0$

Β. Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

Β.1. Μία οριζόντια ράβδος ΑΒ μήκους L εκτελεί στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ίση με ω γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της Α. Το μέσο Μ της ράβδου έχει κεντρομόλο επιτάχυνση ίση με:

(α) $\alpha_k = \omega^2 L$

(β) $\alpha_k = \omega^2 \frac{L}{2}$

(γ) $\alpha_k = \omega^2 \frac{L}{4}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

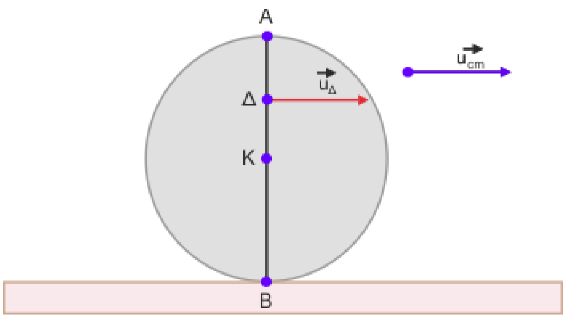
Β.2. Τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το σημείο Δ βρίσκεται στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχει από το κέντρο Κ απόσταση $\dfrac{R}{2}$ (βρίσκεται πάνω από το Κ).

Εάν η ταχύτητα του Δ είναι υ_Δ , η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

(α) $\upsilon_{cm} = \dfrac{3}{2}\upsilon_\Delta$

(β) $\upsilon_{cm} = \dfrac{2}{3}\upsilon_\Delta$

(γ) $\upsilon_{cm} = \dfrac{1}{2}\upsilon_\Delta$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

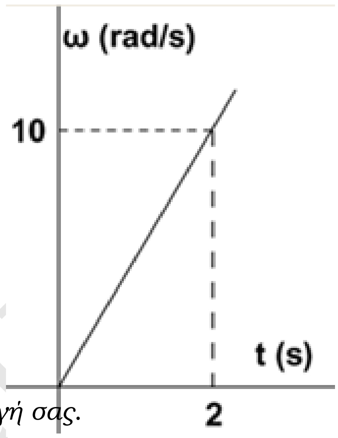
B.3. Δίσκος ακτίνας $R = 0,3m$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.

A. η ταχύτητα του κέντρου μάζας την χρονική στιγμή $t_1 = 2s$ είναι:

(α) $\upsilon_{cm} = 50m/s$

(β) $\upsilon_{cm} = 2m/s$

(γ) $\upsilon_{cm} = 5m/s$



B. Το διάστημα που έχει διανύσει ο δίσκος μέχρι την χρονική στιγμή $t = 2s$ είναι:

(α) $S = 2m$

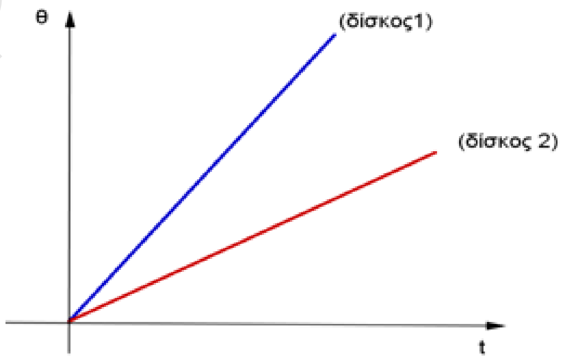
(β) $S = 4m$

(γ) $S = 50m$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B.4. Δυο ομογενείς δίσκοι στρέφονται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής που περνά από το κέντρο τους.

Στο διάγραμμα φαίνεται πως μεταβάλλεται η γωνία που διαγράφει κάθε δίσκος σε συνάρτηση με τον χρόνο.



(α) οι δυο δίσκοι έχουν την ίδια γωνιακή επιτάχυνση (μη μηδενική).

(β) οι δίσκοι εκτελούν επιταχυνόμενη κίνηση με διαφορετικές γωνιακές επιταχύνσεις.

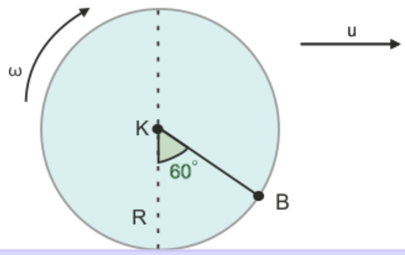
(γ) οι δυο δίσκοι εκτελούν ομαλή στροφική κίνηση και η γωνιακή ταχύτητα του πρώτου κάθε χρονική στιγμή είναι μεγαλύτερη από την γωνιακή ταχύτητα του δευτέρου την ίδια χρονική στιγμή.

(δ) σε ίσους χρόνους ο δίσκος 2 θα εκτελέσει περισσότερες περιστροφές από τον δίσκο 1.

Να χαρακτηριστεί κάθε πρόταση σαν σωστή η λανθασμένη και να δικαιολογηθεί ο χαρακτηρισμός της κάθε πρότασης.

B.5. Τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα υ_{cm}. Το B βρίσκεται στην περιφέρεια του τροχού και η επιβατική του ακτίνα σχηματίζει με την κατακόρυφη διάμετρο γωνία 60^o (όπως στο σχήμα).

Το μέτρο της ταχύτητας του Β είναι:



(α) $\upsilon_B = \upsilon_{cm}$

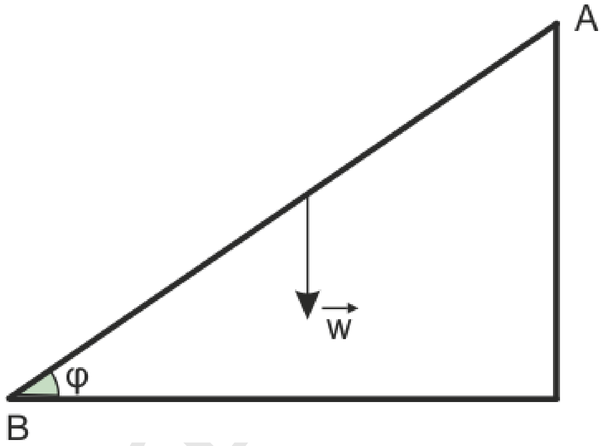
((β) $\upsilon_B = \upsilon_{cm}\sqrt{2}$

(γ) $\upsilon_B = \dfrac{\upsilon_{cm}}{2}$

(δ) $\upsilon_B = \dfrac{3\upsilon_{cm}}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.6. Η ράβδος ΑΒ είναι ομογενής, έχει βάρος w και ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.



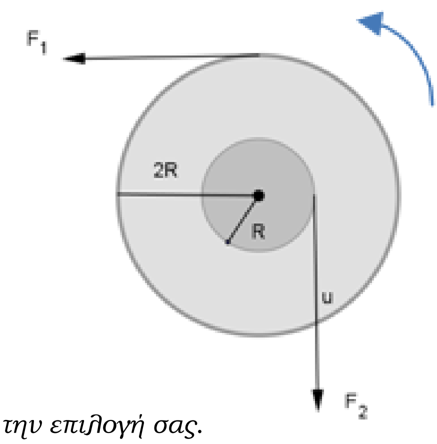
(α) Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει ο τοίχος και το δάπεδο να είναι λεία.

(β) Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει να είναι λείος ο τοίχος και το δάπεδο να έχει τριβή.

(γ) Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει να είναι λείο το δάπεδο και ο τοίχος να έχει τριβή.

Να χαρακτηριστεί κάθε πρόταση σαν σωστή η λανθασμένη δικαιολογώντας την επιλογή σας.

Β.7. Οι δύο ομόκεντροι δίσκοι του διπλανού σχήματος μπορούν να περιστρέφονται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους. Οι δίσκοι είναι κολλημένοι και μπορούν να περιστρέφονται σαν ένα σώμα. Ασκούμε στους δίσκους τις δυνάμεις F_1 και F_2 που φαίνονται στο σχήμα και τελικά παρατηρούμε ότι το σύστημα περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Για τις δυνάμεις F_1 και F_2 ισχύει:



(α) $F_1 = 2F_2$

(β) $F_2 = 2F_1$

(γ) $F_1 = F_2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.8. Ένας ομογενής οριζόντιος δίσκος, μάζας Μ και ακτίνας R , περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο ακλόνητο άξονα z , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο Κ του δίσκου. Ένα μικρό σώμα, μάζας m , τοποθετείται πολύ κοντά στο κέντρο και αρχίζει να ολισθαίνει αργά προς την περιφέρεια του δίσκου. Κατά τη διάρκεια της κίνησης του μικρού σώματος προς την περιφέρεια, η ροπή αδράνειας του συστήματος δίσκος - μικρό σώμα:

(α) μειώνεται.

(β) μένει σταθερή.

(γ) αυξάνεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.9. Ένας ομογενής ξύλινος δίσκος (1) και ένας ομογενής μεταλλικός δακτύλιος (2) έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα. Αν I_1 και I_2 είναι αντίστοιχα η ροπή αδράνειας του δίσκου και του δακτυλίου ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό τους, που διέρχεται από το κέντρο μάζας τους, τότε ισχύει η σχέση:

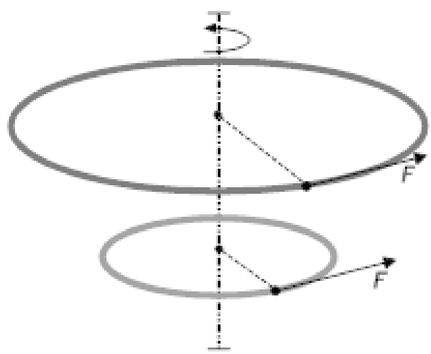
(α) $I_1 < I_2$

β) $I_1 = I_2$

(γ) $I_1 > I_2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.10. Δύο οριζόντιοι τροχοί Α και Β, με ακτίνες αμελητέας μάζας, έχουν την ίδια μάζα και όλη η μάζα τους είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη στην περιφέρειά τους. Ο τροχός Α έχει τη διπλάσια ακτίνα από τον τροχό Β. Οι δύο τροχοί μπορούν να περιστρέφονται γύρω από κατακόρυφο άξονα, που διέρχεται από το κέντρο μάζας τους.



Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός τροχού ως προς άξονα, που διέρχεται από το κέντρο μάζας του: $I_{cm} = mR^2$. Ασκούμε εφαπτομενικά στην περιφέρεια κάθε τροχού δύναμη $\vec{F}$ ίδιου μέτρου. Για τα μέτρα των γωνιακών επιταχύνσεων που θα αποκτήσουν οι δύο τροχοί, ισχύει ότι:

(α) $\alpha_A < \alpha_B$

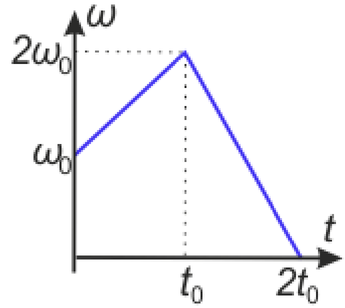
(β) $\alpha_A = \alpha_B$

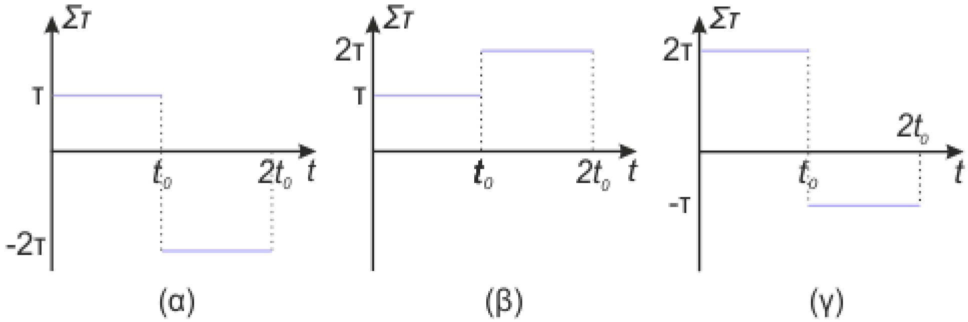
(γ) $\alpha_A > \alpha_B$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.11. Ένας κατακόρυφος ομογενής κύλινδρος, στρέφεται αριστερόστροφα με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_0 γύρω από σταθερό άξονα, που διέρχεται από τον άξονά του.

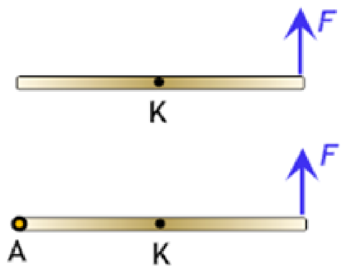
Στον κύλινδρο ασκείται κατάλληλη ροπή δύναμης μέτρου τ_F, οπότε η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος. Η σωστή γραφική παράσταση της ροπής τ_F σε συνάρτηση με το χρόνο t είναι το:





Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.12. Στο σχήμα φαίνονται σε κάτοψη δύο όμοιες ομογενείς ράβδοι (1) και (2), που βρίσκονται σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η ράβδος (1) είναι ελεύθερη ενώ η ράβδος (2) είναι στερεωμένη ακλόνητα στο αριστερό άκρο της Α. Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς άξονα κάθετο σε αυτήν που διέρχεται από το κέντρο μάζας της: $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$.



Ασκούμε στο δεξιό άκρο τους την ίδια οριζόντια δύναμη F κάθετα σε κάθε ράβδο. Για τα μέτρα των γωνιακών επιταχύνσεων α_1 και α_2 , που θα αποκτήσουν αντίστοιχα οι δύο ράβδοι ισχύει:

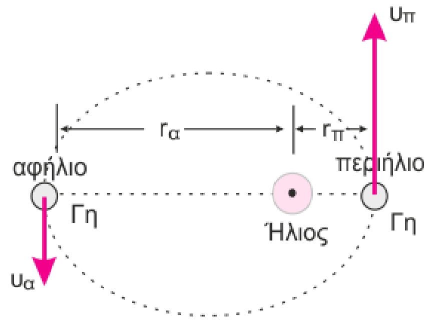
(α) $\alpha_1 < \alpha_2$

(β) $\alpha_1 > \alpha_2$

(γ) $\alpha_1 = \alpha_2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.13. Η Γη στρέφεται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από τον Ήλιο. Το κοντινότερο σημείο στον Ήλιο ονομάζεται Περιήλιο (π) και το πιο απομακρυσμένο Αφήλιο (α). Αν θεωρήσουμε τη Γη υλικό σημείο τότε για τις αντίστοιχες αποστάσεις ισχύει $r_\alpha = 2r_\pi$, τότε:



(α) Για τις ταχύτητες διέλευσης της Γης από το αφήλιο και το περιήλιο ισχύει $\upsilon_\alpha = 2\upsilon_\pi$

(β) Για τις κινητικές ενέργειες διέλευσης της Γης από το αφήλιο και το περιήλιο ισχύει $K_\pi = 4K_\alpha$.

Να χαρακτηρίσετε κάθε πρόταση ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) και να αιτιολογήσετε τους χαρακτηρισμούς.

Β.14. Ένας ομογενής δίσκος στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω_1. Ένα κομμάτι γύψου μάζας m πέφτει κατακόρυφα και κολλάει στο δίσκο σε απόσταση l από τον άξονα περιστροφής.

(α) Ο γύψος ελάχιστα πριν ακουμπήσει στον δίσκο, έχει ως προς τον άξονα περιστροφής του δίσκου στροφορμή ίση με μηδέν.

(β) Αμέσως μετά την κρούση η στροφορμή του συστήματος δίσκος-γύψος μειώνεται.

(γ) Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου μειώνεται μετά την κρούση.

(δ) Στην κρούση αυτή δεν ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

Να χαρακτηρίσετε κάθε πρόταση ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) και να αιτιολογήσετε τους χαρακτηρισμούς.

Β.15. Δυο χορευτές του καλλιτεχνικού πατινάζ πιάνονται αντικριστά με τεντωμένα χέρια και περιστρέφονται. Κάποια στιγμή λυγίζουν τα χέρια τους ώστε τα σώματά τους να πλησιάσουν μεταξύ τους. Ποιο από τα παρακάτω μεγέθη θα αυξηθεί·

(α) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος.

(β) Η ροπή αδράνειας του συστήματος.

(γ) Η στροφορμή του συστήματος.

(δ) Η περίοδος περιστροφής.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.16. Ένα σωμάτιο μάζας m περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η απόσταση του σωματίου από τον άξονα διπλασιαστεί, χωρίς να μεταβληθεί η γωνιακή του ταχύτητα, η στροφορμή του ως προς τον άξονα περιστροφής:

(α) διπλασιάζεται.

(β) τετραπλασιάζεται.

(γ) παραμένει σταθερή.

(δ) υποδιπλασιάζεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.17. Στα άκρα μιας οριζόντιας αβαρούς ράβδου μήκους βρίσκονται δύο όμοιες μάζες $m_1 = m_2 = m$. Το σύστημα περιστρέφεται με συχνότητα f_1 γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της ράβδου. Αν λόγω εσωτερικών δυνάμεων υποδιπλασιαστεί η απόσταση κάθε μάζας από τον άξονα περιστροφής, τότε:

(α) Η ροπή αδράνειας του συστήματος υποδιπλασιάζεται και η στροφορμή του συστήματος υποδιπλασιάζεται.

(β) Η ροπή αδράνειας του συστήματος υποτετραπλασιάζεται και η στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

(γ) Η ροπή αδράνειας του συστήματος παραμένει σταθερή και η στροφορμή του συστήματος υποδιπλασιάζεται.

(δ) Η ροπή αδράνειας του συστήματος υποδιπλασιάζεται και η στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.18. Ένας κύβος και ένας δίσκος έχουν ίδια μάζα και αφήνονται από το ίδιο ύψος να κινηθούν κατά μήκος δύο κεκλιμένων επιπέδων. Ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές και φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με ταχύτητα υ_1. Ο δίσκος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει και φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με ταχύτητα υ_2 . Αν η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι: $I = \frac{1}{2}MR^2$ τότε:

(α) $\upsilon_2 = \upsilon_1$

(β) $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{4}{3}}\upsilon_1$

(γ) $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}\upsilon_1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B.19. Ομογενής δίσκος μάζας M και ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου είναι υ_{cm}. Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι $I = \frac{1}{2}MR^2$. Η ολική κινητική ενέργεια του δίσκου είναι:

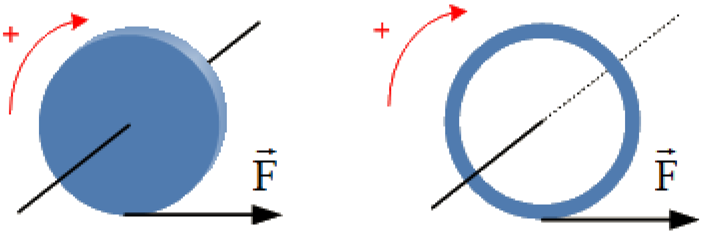
(α) $\frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2$

(β) $\frac{3}{4}M\upsilon_{cm}^2$

(γ) $\frac{7}{8}M\upsilon_{cm}^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B.20. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος (I) και ένας ομογενής κυκλικός δακτύλιος (II), που έχουν την ίδια ακτίνα R , την ίδια μάζα m και περιστρέφονται γύρω από άξονα που περνάει από το κέντρο τους με την ίδια γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$.
Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά σταθερές δυνάμεις ίδιου



(I) (II)

μέτρου F , εφαπτόμενες στην περιφέρεια και μετά από λίγο τα δύο σώματα σταματούν. Ο αριθμός των στροφών που θα εκτελέσουν, θα είναι:

(α) $N_I = N_{II}$

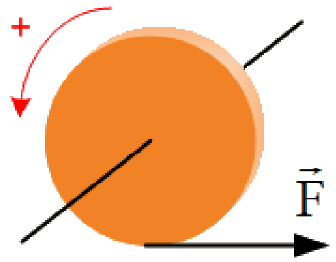
(β) $N_I > N_{II}$

(γ) $N_I < N_{II}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B.21. Ο αρχικά ακίνητος δίσκος του σχήματος ξεκινά να στρέφεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ με την επίδραση μιας δύναμης $\vec{F}$, ως προς άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στην επιφάνειά του.

Τη χρονική στιγμή t_1 ο δίσκος έχει στροφορμή $\vec{L_1}$, ως προς τον άξονα περιστροφής του, και τη χρονική στιγμή t_2 ο δίσκος έχει στροφορμή $\vec{L_2} = 2\vec{L_1}$. Η δύναμη από την αρχή μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 παράγει έργο $W_1 = 10J$. Από την αρχή μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 η δύναμη παράγει έργο:



(α) $20J$

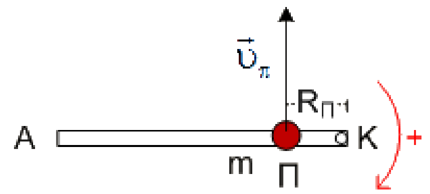
(β) $30J$

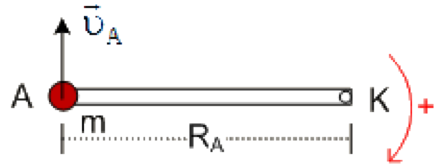
(γ) $40J$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B.22. Η οριζόντια ράβδος ΑΚ του σχήματος είναι αβαρής και στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το άκρο της Κ. Η μάζα m συγκρατείται σε απόσταση (ΠΚ)=R_π από τον άξονα περιστροφής και το μέτρο της ταχύτητάς της είναι υ_π.

Η μάζα αφήνεται ελεύθερη να μετακινηθεί στο σημείο Α που απέχει απόσταση (ΑΚ) = $R_A = 4R_\pi$. Για το λόγο των κινητικών ενεργειών που έχει η μάζα m στις παραπάνω θέσεις K_π και K_A αντίστοιχα, ισχύει:





(α) $\dfrac{K_\pi}{K_A} = 1$

(β) $\dfrac{K_\pi}{K_A} = 4$

(γ) $\dfrac{K_\pi}{K_A} = 16$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B.23. Δυο συμπαγείς ομογενείς σιδερένιες σφαίρες με μάζες M_1, M_2 και ακτίνες R_1, R_2, αφήνονται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης ϕ, οπότε κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Αν δίνεται ότι $M_1 = 8M_2$ και ότι $I_{cm\sigma\phi} = \frac{2}{5}M_{\sigma\phi}R_{\sigma\phi}^2$, τότε για τις γωνιακές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν θα ισχύει:

(α) $\alpha_{\gamma\omega\nu,2} = 4\alpha_{\gamma\omega\nu,1}$

(β) $\alpha_{\gamma\omega\nu,2} = \alpha_{\gamma\omega\nu,1}$

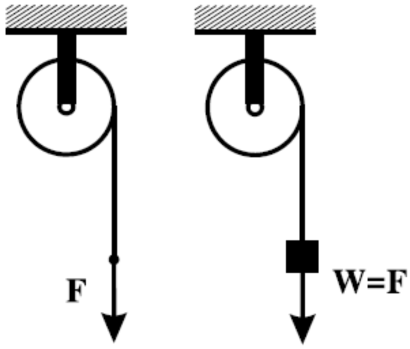
(γ) $\alpha_{\gamma\omega\nu,2} = 2\alpha_{\gamma\omega\nu,1}$

Δίνεται ο όγκος της σφαίρας: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.24. Τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα.

Όταν στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκούμε κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου F, η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu,1}$ ενώ, όταν κρεμάμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σώμα βάρους $W = F$ η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu,2}$. Ισχύει:



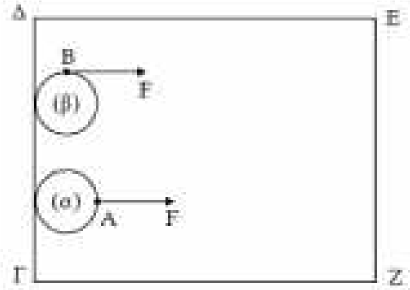
(α) $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} = \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$

(β) $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} > \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$

(γ) $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} < \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.25. Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ. Ίδιες σταθερές δυνάμεις F με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σε αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου.
Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο t_α για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο t_β, τότε:



(α) $t_\alpha > t_\beta$ **(β)**$t_\alpha = t_\beta$ **(γ)**$t_\alpha < t_\beta$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

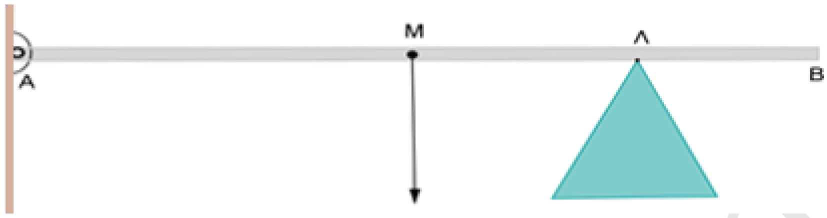
Β.26. Χορεύτρια του καλλιτεχνικού πατινάζ στρέφεται χωρίς τριβές με σταθερή γωνιακή ταχύτητα έχοντας τα χέρια της ανοιχτά. Όταν συμπτύσσει τα χέρια της μεταβάλλει την γωνιακή της ταχύτητα κατά 60 % . Ο λόγος της αρχικής προς την τελική κινητική της ενέργεια είναι:

(α) $\frac{K_1}{K_2} = \frac{5}{8}$ **(β)**$\frac{K_1}{K_2} = \frac{5}{3}$ **(γ)** $\frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{5}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Γ.Ασκήσεις

Γ.1. Ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους $L = 4m$ **και βάρους** $w = 100N$ **ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση και στο σημείο της Λ σε υποστήριγμα (ΜΛ =** $L/4$**) , Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια.**

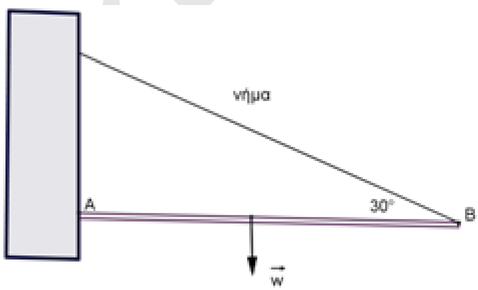


(α) Να βρεθεί η δύναμη Ν που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα.

(β) Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

(γ) Μετακινούμε το υποστήριγμα και το τοποθετούμε στο Ζ, το οποίο είναι το μέσο του ΑΜ. Πόση είναι πλέον η δύναμη που ασκεί το υποστήριγμα στη ράβδο ;

Γ.2. Η ράβδος ΑΒ του παρακάτω σχήματος είναι ομογενής, έχει μήκος L και βάρος $w = 100N$ **και ισορροπεί οριζόντια.**



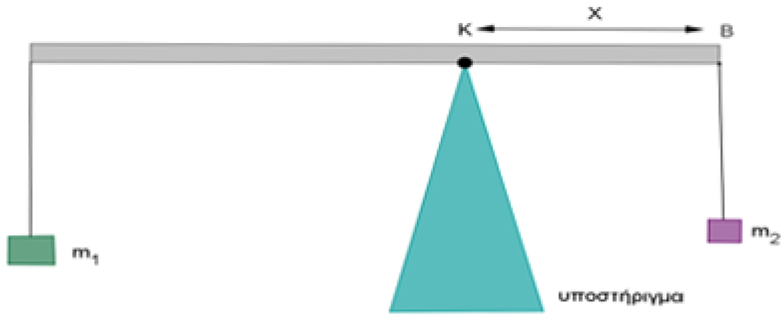
(α) Να υπολογισθεί η τάση του νήματος.

(β) Στο σημείο Α η ράβδος εφάπτεται στον τοίχο. Αν η τριβή που δέχεται η ράβδος είναι μέγιστη δυνατή ώστε να ισορροπεί, να βρεθεί ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και τοίχου.

Γ.3. Στα άκρα Α και Β της ομογενούς ράβδου μήκους $L = 1m$ **έχουμε κρεμάσει 2 σώματα με μάζες** $m_1 = 3kg$ **και** $m_2 = 1kg$ **Δίνεται** $g = 10m/s^2$ **.**

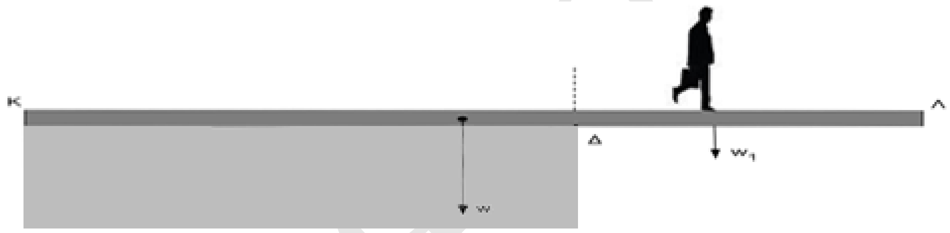
(α) Αν η ράβδος είναι αβαρής, πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα έτσι ώστε το σύστημα των τριών σωμάτων να ισορροπεί ;

(β) Αν η ράβδος έχει βάρος $w = 60N$, πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα ώστε το σύστημα να ισορροπεί ;



(γ) Αφαιρούμε το m_1 και από τη ράβδο κρέμεται μόνο το m_2. Πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα για να ισορροπεί η ράβδος· Πόση είναι η δύναμη που ασκεί το υποστήριγμα στην ράβδο ;

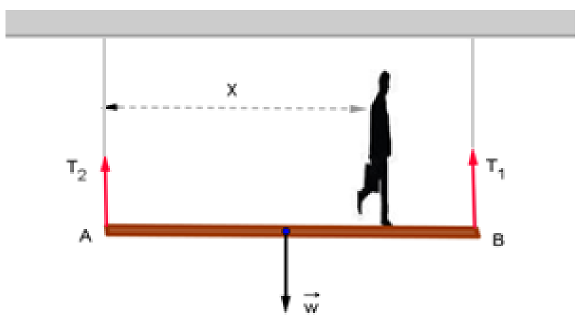
Γ.4. Μια ομογενής σανίδα ΚΛ μήκους $L = 10m$ και βάρους $w = 1200N$ τοποθετείται πάνω σε μια επιφάνεια ώστε το τμήμα ΔΛ μήκους $L = 4m$ να προεξέχει της επιφάνειας. Ένας άνθρωπος βάρους $w_1 = 800N$ ξεκινάει από το άκρο Κ και κινείται πάνω στη σανίδα με κατεύθυνση προς το Λ.



(α) Μέχρι ποια απόσταση x από το σημείο Δ μπορεί να περπατήσει ώστε να μην ανατραπεί η σανίδα ;

(β) Πόσο είναι η μέτρο της αντίδρασης N εκείνη την στιγμή ;

Γ.5.Ένας μηχανικός βάρους $w_1 = 800N$ βρίσκεται πάνω σε μια οριζόντια ομογενή σανίδα ΑΒ, μήκους $L = 10m$ και βάρους $w = 500N$. Η σανίδα κρέμεται από δύο κατακόρυφα σχοινιά που είναι δεμένα στα άκρα Α και Β. Όλο το σύστημα ισορροπεί οριζόντιο όπως φαίνεται στο σχήμα.



(α) Να βρεθούν τα μέτρα των τάσεων T_1 και T_2 των δύο σχοινιών αν $x = 8m$.

(β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης T_1 ;

(γ) Για ποια τιμή της απόστασης x , το μέτρο της τάσης T_1 είναι ίσο με το μέτρο της τάσης T_2 ;

Γ.6. Ένας οριζόντιος ομογενής δίσκος ακτίνας $R = 0,1m$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Ο δίσκος είναι αρχικά ακίνητος και τη χρονική στιγμή $t = 0$ δέχεται εφαπτομενικά στην περιφέρειά του αριστερόστροφη δύναμη μέτρου $F_1 = 10N$ και η οποία του προσδίδει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 20rad/s^2$.

Α. Να υπολογίσετε:

(α) Τη ροπή αδράνειας I_{cm} του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

(β) Τη μάζα M του δίσκου.

(γ) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή $t_1 = 5s$.

Β. Τη χρονική στιγμή t_1 καταργούμε ακαριαία τη δύναμη F_1 .

(δ) Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών που θα κάνει ο δίσκος από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 15s$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$.

Γ.7. Μια ομογενής λεπτή δοκός ΚΑ, μάζας $M = 6kg$ και μήκους $L = 2m$, μπορεί να στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από έναν κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Κ. Στο άκρο Α της δοκού ασκείται οριζόντια δύναμη σταθερού $F = 10N$ κάθετα στη δοκό και η δοκός αρχίζει να περιστρέφεται αριστερόστροφα. Κατά την περιστροφή της δοκού υπάρχουν τριβές, που δημιουργούν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής μέτρου $\tau_T = 4N \cdot m$. Να υπολογίσετε:

(α) Το μέτρο της συνισταμένης των ροπών, ως προς τον άξονα περιστροφής, κατά τη διάρκεια της περιστροφής της δοκού.

(β) Τη ροπή αδράνειας της δοκού ως προς τον άξονα περιστροφής της.

(γ) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης .

(δ) Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κέντρου μάζας της, όταν η δοκός έχει διαγράψει $N = \frac{8}{\pi}$ περιστροφές.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς άξονα κάθετο στη δοκό, που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$

Γ.8. Ομογενής συμπαγής κύλινδρος ακτίνας $R = 0,05m$, μπορεί να στρέφεται (τριβές αμελητέες) γύρω από κατακόρυφο άξονα, που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του. Στην περιφέρειά του έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, αρχίζουμε να σύρουμε το άκρο του νήματος, ασκώντας εφαπτομενική δύναμη μέτρου $F = 1N$. Τη χρονική στιγμή $t = 4s$, ο κύλινδρος περιστρέφεται αριστερόστροφα και έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega = 20rad/s$. Να υπολογίσετε:

(α) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου.

(β) Τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας κυλίνδρου.

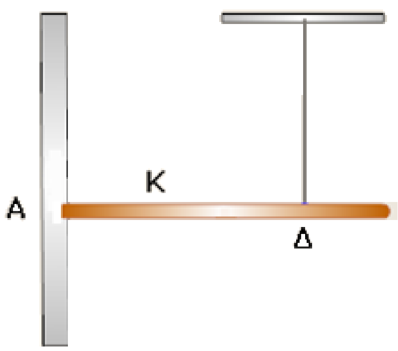
(γ) Το μέτρο της γωνιακής μετατόπισης του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t = 4s$.

(δ) Το μήκος του νήματος, που ξετυλίχθηκε μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 4s$, θεωρώντας ότι αυτό δεν ολισθαίνει πάνω στην επιφάνεια του κυλίνδρου.

Γ.9. Μια ομογενής ράβδος, μάζας $M = 3kg$ και μήκους $L = 2m$, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, στηριζόμενη με το αριστερό άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση και δεμένη στο σημείο Δ στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος, του οποίου το πάνω άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Αν η τάση του νήματος είναι $T = 20N$, να υπολογίσετε:

(α) την απόσταση του σημείου Δ, από το άκρο Α.

(β) τη δύναμη στήριξης από την άρθρωση.



Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα, οπότε η ράβδος πέφτει στρεφόμενη γύρω από την άρθρωση. Αν η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο σε αυτήν άξονα διερχόμενο από το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$, **να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου τη στιγμή:**

(γ) της εκκίνησης.

(δ) κατά την οποία η ράβδος σχηματίζει με την αρχική θέση γωνία ϕ , τέτοια ώστε $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,8$.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Γ.10. Ο τροχός ενός αναποδογυρισμένου ποδηλάτου, αποτελείται από ομογενή στεφάνη αμελητέου πάχους, με μάζα $M = 1kg$ και ακτίνα $R = 0,5m$, και τις ακτίνες του, μάζας $m = 0,02kg$ η καθεμία και μήκους $L = R$. Ο τροχός στρέφεται αρχικά γύρω από τον άξονά του, στο κέντρο του, έχοντας γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_0 = 100rad/s$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ¨πατάμε¨ το φρένο, οπότε ο τροχός ακινητοποιείται με σταθερό ρυθμό σε $t_1 = 2s$. Να υπολογίσετε:

(α) τη ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό της, που διέρχεται από το κέντρο μάζας της.

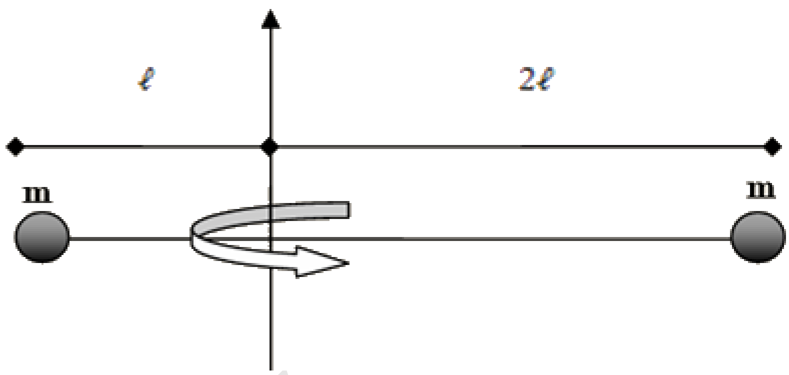
(β) τον αριθμό των ακτίνων του τροχού.

(γ) τον αριθμό των στροφών, που έκανε ο τροχός μέχρι να ακινητοποιηθεί.

(δ) το μέτρο της δύναμης της τριβής, που εφαρμόστηκε από το φρένο στη στεφάνη.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της κάθε ακτίνας ως προς κάθετο σε αυτήν άξονα διερχόμενο από το άκρο της: $I_\alpha = \frac{1}{3}ML^2$, η ροπή αδράνειάς ολόκληρου του τροχού ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό του, που διέρχεται από τον άξονά του είναι $I_{\tau\rho} = 0,8kg \cdot m^2$.

Γ.11. Δύο σημειακές σφαίρες που η καθεμιά έχει μάζα $m = 0,1kg$ συνδέονται μεταξύ τους με οριζόντια αβαρή ράβδο. Το σύστημα περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος τέμνει τη ράβδο σε σημείο που απέχει από τη μία μάζα $l = 1m$ και από την άλλη $l' = 2l = 2m$. Το σύστημα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 10rad/s$ αντίθετα από τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού.



(α) Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του συστήματος.

(β) Να υπολογιστεί η στροφορμή του συστήματος.

(γ) Να σχεδιαστεί το διάνυσμα της στροφορμής του συστήματος.

Γ.12. Ομογενής λεπτή ράβδος μήκους $L = 1,5m$ και μάζας $M = 4kg$ μπορεί να στραφεί χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, κάθετο σε αυτήν στο άκρο της Ο. Ένα σωματίδιο, μάζας $m = 2kg$, είναι στερεωμένο στο άλλο άκρο της Α. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνεται ελεύθερη, οπότε περιστρέφεται ως προς τον άξονα στο Ο σε κατακόρυφο επίπεδο.

Α. Να υπολογίσετε:

(α) την ολική ροπή αδράνειας του συστήματος.

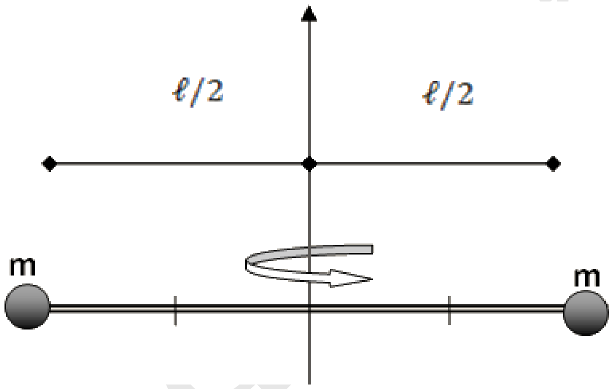
(β) το μέτρο της συνισταμένης των ροπών, ως προς τον άξονα στο Ο τη χρονική στιγμή t_1 , που η ράβδος έχει διαγράψει γωνία ϕ , τέτοια ώστε $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,5$.

(γ) το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t_1 .

Β. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της γωνιακής επιτάχυνσης σε συνάρτηση του συνημιτόνου της γωνίας ϕ , που σχηματίζει η ράβδος με τον οριζόντιο ημιάξονα Οχ, κατά την περιστροφή της από την αρχική οριζόντια θέση έως την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στην ράβδο, που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Γ.13. Δύο σημειακές μεταλλικές σφαίρες από σιδηρομαγνητικό υλικό, που η καθεμιά έχει μάζα $m = 0.05kg$ είναι τοποθετημένες σε μια πλαστική κούφια αβαρή ράβδο, μήκους $l = 1m$ με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές πάνω σε αυτή. Στο μέσον της ράβδου και εσωτερικά είναι τοποθετημένος ένας αβαρής ηλεκτρομαγνήτης τον οποίο μπορούμε να ενεργοποιούμε από απόσταση. Το σύστημα μπορεί να στρέφεται στο οριζόντιο επίπεδο γύρω



από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της ράβδου. Αρχικά ο ηλεκτρομαγνήτης είναι απενεργοποιημένος, το σύστημα στρέφεται με συχνότητα $f = \frac{10}{\pi}Hz$ και οι σφαίρες βρίσκονται στα άκρα της ράβδου συγκρατούμενες με λεπτό αβαρές νήμα που διατρέχει την κούφια ράβδο. Ενεργοποιούμε τον ηλεκτρομαγνήτη οπότε οι σφαίρες μετακινούνται ταυτόχρονα και πλησιάζουν σε απόσταση $\frac{l}{4}$ η καθεμιά από το μέσον της ράβδου Ο, όπου και σταματούν με τη βοήθεια κατάλληλου μηχανισμού.

(α) Να υπολογιστεί η αρχική ροπή αδράνειας του συστήματος.

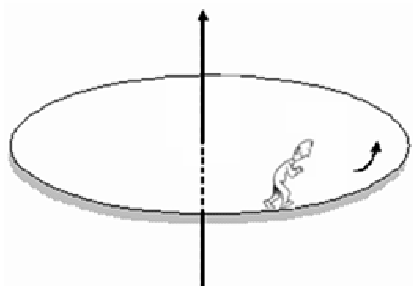
(β) Να υπολογιστεί η αρχική στροφορμή του συστήματος.

(γ) Να υπολογιστεί η νέα συχνότητα περιστροφής του συστήματος.

(δ) Πόσο τοις εκατό θα μεταβληθεί η συχνότητα περιστροφής του συστήματος μετά τη μετακίνηση των σφαιρών;

Γ.14. Ένας άνθρωπος μάζας $m = 60kg$ στέκεται ακίνητος στην περιφέρεια ακίνητης οριζόντιας πλατφόρμας μάζας $M = 160kg$ και ακτίνας $R = 1,5m$.

Η πλατφόρμα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Την στιγμή $t = 0$, ο άνθρωπος αρχίζει να περπατά πάνω στην περιφέρεια της πλατφόρμας, με ταχύτητα σταθερού μέτρου, $v = 2m/s$ ως προς το έδαφος, κινούμενος αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού.



(α) Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της στροφορμής του ανθρώπου. Να σχεδιαστεί το διάνυσμα της στροφορμής του. Ο άνθρωπος μπορεί να θεωρηθεί σημειακό αντικείμενο.

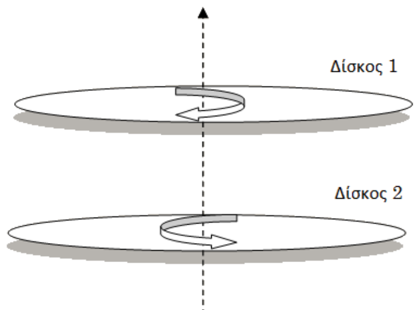
(β) Θα κινηθεί η πλατφόρμα; Αν ναι, με ποια γωνιακή ταχύτητα και προς ποια κατεύθυνση;

(γ) Μετά από πόσο χρονικό διάστημα ο άνθρωπος θα ξαναβρεθεί στη θέση της πλατφόρμας από την οποία ξεκίνησε;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το κέντρο της, $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$.

Γ.15. Οριζόντιος ομογενής δίσκος (1) μάζας $m = 1kg$ και ακτίνας $R = 0,1m$, περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_1 = 10rad/s$ κατά τη φορά της κίνησης των δεικτών του ρολογιού.

Δεύτερος, όμοιος δίσκος (2) περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_2 = 5rad/s$ με φορά αντίθετη από αυτήν της κίνησης των δεικτών του ρολογιού, γύρω από τον ίδιο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από τα κέντρα και των δύο δίσκων και είναι κάθετος σε αυτούς.



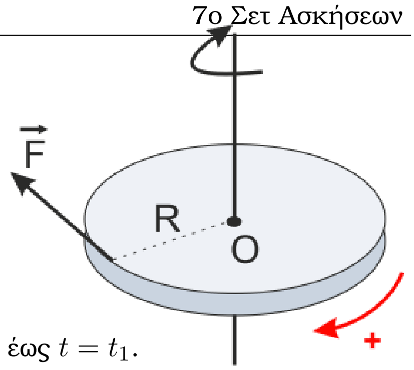
(α) Να σχεδιάσετε τις στροφορμές των δύο δίσκων ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

(β) Τη χρονική στιγμή ο δίσκος 1 αφήνεται πάνω στο δίσκο 2, οπότε λόγω τριβών οι δύο δίσκοι αποκτούν την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Να υπολογιστεί η κοινή γωνιακή τους ταχύτητα.

(γ) Από τη στιγμή που οι δίσκοι έρχονται σε επαφή, μέχρι να αποκτήσουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα πέρασε χρόνος $\Delta t = 0,1s$. Να υπολογίσετε το μέτρο της σταθερής ροπής της τριβής που ασκήθηκε σε κάθε δίσκο στο χρονικό διάστημα αυτό.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός δίσκου ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτόν και διέρχεται από το κέντρο μάζας του, $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$.

Γ.16. Οριζόντιος ομογενής και συμπαγής δίσκος, μάζας $M = 6kg$ και ακτίνας $R = 1m$, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του (Ο). Αρχικά ο δίσκος ηρεμεί.



Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε στο δίσκο δύναμη $\vec{F}$ σταθερού μέτρου $6N$ η οποία εφάπτεται συνεχώς στην περιφέρειά του, οπότε ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται. Κάποια χρονική στιγμή t_1 ο δίσκος έχει στροφορμή μέτρου $L = 60Kg \cdot m^2/s$. Για αυτή τη χρονική στιγμή t_1 να υπολογίσετε:

(α) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα από $t = 0$ έως $t = t_1$.

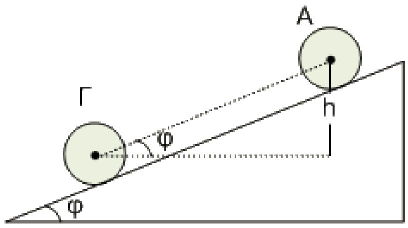
(β) τον αριθμό των στροφών που έχει διαγράψει ο δίσκος στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

(γ) το ρυθμό με τον οποίο η δύναμη $\vec{F}$ μεταφέρει ενέργεια στο δίσκο τη χρονική στιγμή t_1 .

(δ) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής του ενέργειας τη χρονική στιγμή t_1 . Τι εκφράζει ο ρυθμός αυτός;

Δίνονται: $\dfrac{50}{\pi} \simeq 16$ και η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$.

Γ.17. Μια ομογενής και συμπαγής σφαίρα μάζας $M = 4kg$ και ακτίνας $R = 0,5m$ αφήνεται (θέση Α) να κυλήσει κατά μήκος ενός πλάγιου επιπέδου γωνίας κλίσης φ, με $\eta\mu\phi = 0,35$.



Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Τη στιγμή που το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει κατακόρυφη μετατόπιση $h = 7m$ (θέση Γ), να υπολογίσετε:

(α) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας.

(β) τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει μέχρι τότε.

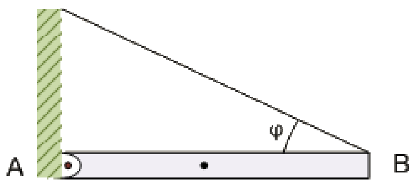
(γ) το λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια της σφαίρας σε κάποια χρονική στιγμή, κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

(δ) Για τη μετατόπιση της σφαίρας από τη θέση Α έως τη θέση Γ να υπολογίσετε με τη βοήθεια του θεωρήματος έργου-ενέργειας το έργο της στατικής τριβής: (δ1) κατά τη μεταφορική κίνηση. (δ2) κατά τη περιστροφική κίνηση. Τι παρατηρείτε;

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονά της $I_{cm} = \frac{2}{5}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Γ.18. Η ράβδος ΑΒ είναι ομογενής και ισοπαχής με μήκος $L = 2m$ και μάζα $M = 3kg$.

Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Β συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα που σχηματίζει γωνία $\phi = 30^o$ **με τη ράβδο, η οποία ισορροπεί οριζόντια, όπως φαίνεται στο σχήμα.**



(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από το νήμα. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Β και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

(β) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.

(γ) Την κινητική ενέργεια της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.

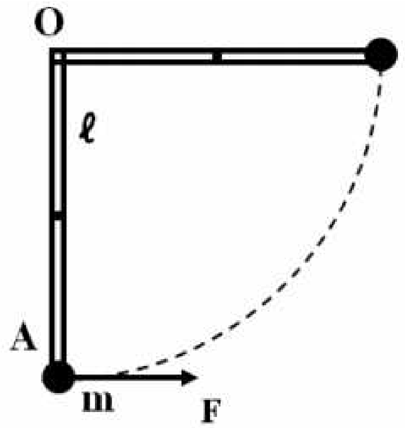
(δ) Σε ποια θέση της ράβδου, καθώς αυτή κινείται από την οριζόντια αρχική της θέση και μέχρι να διέλθει από την κατακόρυφη θέση, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της είναι στιγμιαία μηδέν

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Γ.19. Ομογενής και ισοπαχής δοκός (ΟΑ), μάζας $M = 6kg$ **και μήκους** $l = 0,3m$**, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της Ο. Στο άλλο της άκρο Α υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας** $m = \dfrac{M}{2}$**.**

(α) Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού - σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F = \dfrac{120}{\pi}N$ που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.



(β) Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της.

(γ) Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού - σφαίρας στην οριζόντια θέση.

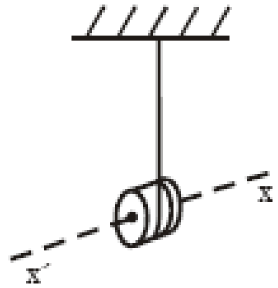
Επαναφέρουμε το σύστημα δοκού-σφαίρας στην αρχική κατακόρυφη θέση του. Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F' = 30\sqrt{3}N$, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό.

(δ) Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη.

Δίνονται: $g = 10m/s^2$,$I_{cm} = \dfrac{1}{12}Ml^2$, η ροπή αδράνειας ομογενούς δοκού μάζας M και μήκους l, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν.

(***Θέμα Γ - Πανελλήνιες Εξετάσεις Μάης 2012***, *Πρόβλημα στην διατύπωση του (δ), θεωρήστε ότι η γωνία είναι μικρότερη από* 2π.)

Γ.20. Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα $m = 0,12kg$ και ακτίνα $R = 1,5; 10^{-2}m$. Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί .



Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα $x'x$, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $l = 20R$, η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $\upsilon_{cm} = 2m/s$.

(α) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του με εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα για τη στροφική κίνηση.

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.

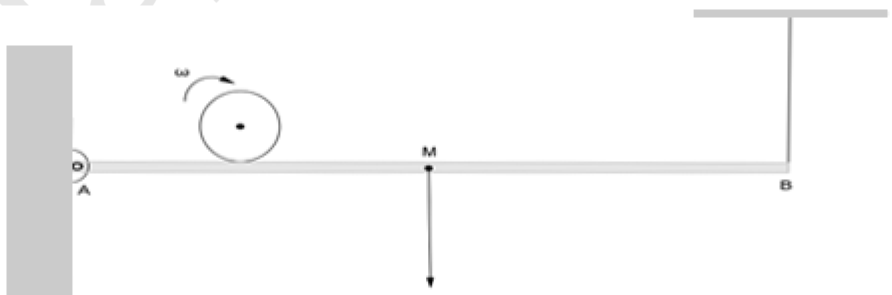
(γ) Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $\upsilon_{cm} = 2m/s$, κόβουμε το νήμα. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου $0,8s$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

(δ) Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t = 0$, μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο $0,8s$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δίνεται: $g = 10m/s^2$

Δ.Προβλήματα

Δ.1. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει βάρος $w_1 = 10N$ και μήκος $L = 4m$. Το ένα της άκρο αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο και το άλλο της άκρο κρέμεται από κατακόρυφο σχοινί με αποτέλεσμα να ισορροπεί οριζόντια.



(α) Να βρεθεί η τάση του νήματος.

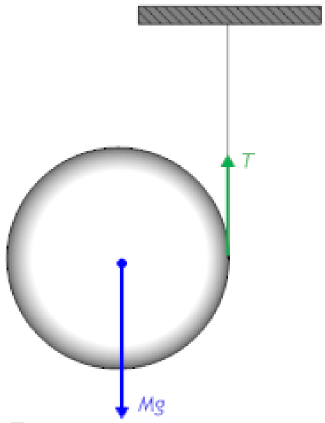
(β) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$, από το άκρο Α ξεκινάει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στη ράβδο ένας κύλινδρος βάρους $w_2 = 10N$ με επιτάχυνση $\alpha_{cm} = 1m/s^2$.Ζητείται:

(γ) Η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή $t = \sqrt{3}s$.

(δ) Η γωνιακή ταχύτητα και η θέση του κυλίνδρου, όταν η τάση του νήματος γίνει $T = 10N$. (Δίνεται η ακτίνα του κυλίνδρου $R = 0,1m$)

Δ.2. Στο κυρτό μέρος της περιφέρειας ενός ομογενούς κυλίνδρου μικρού πάχους, έχει τυλιχτεί πολλές φορές ένα αβαρές, μη εκτατό νήμα.



Σταθεροποιούμε το ελεύθερο άκρο του νήματος και αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει κατακόρυφα. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση: μετατοπίζεται κατακόρυφα προς τα κάτω και περιστρέφεται γύρω από ένα νοητό οριζόντιο άξονα $x'x$, που περνά από το κέντρο του.
Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου το νήμα παραμένει κατακόρυφο και δεν γλιστρά στην περιφέρεια του κυλίνδρου.

(α) Να αποδείξετε ότι η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου α_{cm} και η γωνιακή επιτάχυνσή του $\alpha_{γων}$ συνδέονται με τη σχέση: $\alpha_{cm} = \alpha_{γων} \cdot R$.

Να υπολογίσετε:

(β) τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου καθώς και την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του.

(γ) την τάση T του νήματος.

(δ) το μήκος του νήματος, που έχει ξετυλιχτεί όταν ο κύλινδρος έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα $\omega_1 = 75rad/s$.

Δίνονται: η μάζα του κυλίνδρου $M = 0,09kg$, η ακτίνα του $R = \frac{8}{3}cm$, η ροπή αδράνειάς του ως προς το κέντρο μάζας του $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Δ.3. Μια μπάλα, μάζας m και ακτίνας R , αφήνεται από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης ϕ , οπότε κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

(α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις, που ασκούνται στη μπάλα και να αιτιολογήσετε το σχεδιασμό της στατικής τριβής.

Να υπολογίσετε:

(β) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της μπάλας.

(γ) το μέτρο της στατικής τριβής, αν η μάζα της μπάλας είναι $m = 0,5kg$.

(δ) τις επιτρεπτές τιμές του συντελεστή στατικής τριβής μ_σ για τις οποίες η μπάλα μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

Δίνονται ότι $\eta\mu\phi = 0,5$, $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,866$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$, η μπάλα θεωρείται κοίλη σφαίρα με ροπή αδράνειας ως προς άξονα διερχόμενο από το κέντρο μάζας της: $I_{cm} = \frac{2}{3}mR^2$

Δ.4. Ομογενής κύλινδρος μάζας $m = 2kg$ και ακτίνας $R = 0,2m$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και χωρίς παραμόρφωση σε οριζόντιο δάπεδο (Α) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 2m/s$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ο κύλινδρος δέχεται οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 6N$, που ασκείται στο κέντρο μάζας του. Ο κύλινδρος συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και μετά την άσκηση της δύναμης F.

(α) Να σχεδιάσετε τη στατική τριβή που δέχεται ο κύλινδρος από το δάπεδο, σε κατάλληλο σχήμα και να δικαιολογήσετε τη φορά της.

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο:

(β1) της στατικής τριβής.

(β2) της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας καθώς και της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου.

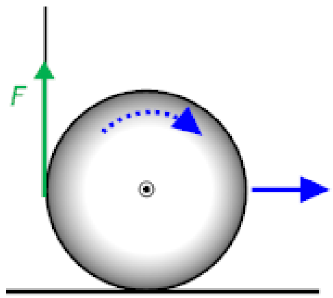
(β3) της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t_1 = 4s$.

(γ) Στη συνέχεια τη χρονική στιγμή $t_1 = 4s$, ο κύλινδρος εισέρχεται σε λείο δάπεδο (Β), το οποίο είναι συνέχεια του προηγούμενου. Τη χρονική στιγμή $t_2 = 10s$, να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου του κυλίνδρου, που είναι εκείνη τη στιγμή ς' επαφή με το λείο δάπεδο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς άξονά του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$

Δ.5. Ένας ομογενής δίσκος, μάζας $m = 2kg$ και ακτίνας $R = 0,3m$, που βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο, φέρει στην περιφέρειά του αυλάκι, στο οποίο έχουμε τυλίξει αβαρές και μη εκτατό νήμα.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, ασκούμε στο δίσκο μέσω του νήματος σταθερή κατακόρυφη δύναμη μέτρου $F = 9N$. Καθώς ξετυλίγεται το νήμα χωρίς να ολισθαίνει στο αυλάκι του δίσκου, ο δίσκος κυλίεται επίσης χωρίς να ολισθαίνει και χωρίς παραμόρφωση, πάνω σε οριζόντιο δάπεδο.



(α) Να σχεδιάσετε τη στατική τριβή που δέχεται ο δίσκος από το δάπεδο, σε κατάλληλο σχήμα και να δικαιολογήσετε τη φορά της.

(β) Να υπολογίσετε:

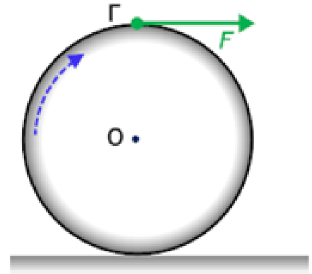
(β1) το μέτρο της στατικής τριβής, που δέχεται ο δίσκος.

(β2) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας καθώς και το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου.

(β3) το μήκος του νήματος, που έχει ξετυλιχτεί από τη στιγμή $t = 0$, μέχρι τη στιγμή t_1 , κατά την οποία το ανώτερο σημείο του δίσκου έχει αποκτήσει ταχύτητα $\upsilon_A = 12m/s$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονά του: $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$

Δ.6. Γύρω από ένα ομογενή δίσκο, ακτίνας R , μάζας $m = 2kg$ και ροπής αδράνειας $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$, είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα, μέσω του οποίου, τη χρονική στιγμή $t = 0$, ασκούμε στο ανώτερο σημείο Γ οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου $F = 6N$.



Ο τροχός κυλίεται χωρίς παραμόρφωση σε οριζόντιο δάπεδο, που έχει τέτοια τιμή συντελεστή στατικής τριβής μ_σ , ώστε οριακά να αποφεύγεται η ολίσθηση. Να υπολογίσετε:

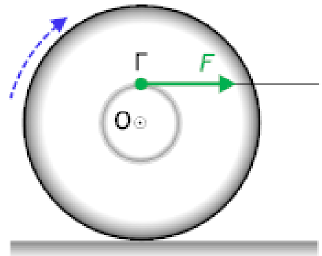
(α) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας Ο.

(β) το μέτρο της επιτάχυνσης του ανώτερου σημείου Γ.

(γ) τη δύναμη της στατικής τριβής, που δέχεται ο δίσκος από το δάπεδο.

(δ) το συντελεστή στατικής τριβής.

Δ.7. Ένας κύλινδρος ακτίνας R έχει μάζα $m = 4kg$. Στο εσωτερικό του υπάρχει μία κυλινδρική εγκοπή, ακτίνας $r = \frac{R}{3}$ πολύ μικρού πάχους, στην οποία έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα.



Τη χρονική στιγμή $t = 0$, στο άκρο του νήματος και πάνω από το κέντρο μάζας, ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 9N$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Έτσι ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Θεωρήστε τον κύλινδρο ομογενή με ροπή αδράνειας ως προς τον άξονά του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$. Να υπολογίσετε:

(α) το μέτρο της επιτάχυνσης α_{cm} του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

(β) το μέτρο της στατικής τριβής, που δέχεται ο κύλινδρος από το οριζόντιο επίπεδο και να την σχεδιάσετε σε κατάλληλο σχήμα.

(γ) το μέτρο της οριζόντιας επιτάχυνσης του σημείου επαφής Γ νήματος - κυλίνδρου.

(δ) το μήκος του νήματος, που ξετυλίχτηκε, έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 3s$.

Δ.8. Συμπαγής και ομογενής τροχός μάζας $m = 10kg$ και ακτίνας $R = 0,2m$ κυλίεται ανερχόμενος κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi = 10^o$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου $v_{cm} = 10m/s$. Να υπολογίσετε:

(α) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας και το μέτρο της στροφορμής του τροχού τη χρονική στιγμή $t = 0$.

(β) την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού καθώς ανέρχεται.

(γ) το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του τροχού καθώς ανέρχεται.

(δ) την ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού, όταν αυτός ανερχόμενος έχει διαγράψει $N = \frac{54}{4\pi}$ περιστροφές.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτόν και διέρχεται από το κέντρο μάζας του, $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$ και $g = 10m/s^2$.

Δ.9. Ένα γιο-γιο αποτελείται από κύλινδρο μάζας $m = 0,1kg$ και ακτίνας $R = \frac{1}{15}m$, γύρω από τον οποίο είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα. Κρατάμε ακίνητο το ελεύθερο άκρο του νήματος και αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Αυτός εκτελεί σύνθετη κίνηση κινούμενος κατακόρυφα χωρίς να ολισθαίνει. Να βρείτε:

(α) τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου καθώς κατέρχεται.

(β) το ρυθμό αύξησης της στροφορμής του κυλίνδρου καθώς κατέρχεται.

(γ) την ταχύτητα του χαμηλότερου σημείου του δίσκου, τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $l = 30cm$.

(δ) την ταχύτητα του χαμηλότερου σημείου του δίσκου, τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $l = 30cm$

Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του, $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$ και $g = 10m/s^2$.

Δ.10. Η κυκλική εξέδρα μιας παιδικής χαράς έχει ακτίνα $R = 1m$, μάζα $M = 80kg$, είναι ακίνητη και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της. Ένα αγόρι μάζας $m = 20kg$ ενώ τρέχει στο έδαφος γύρω γύρω έξω από την εξέδρα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 3m/s$, ξαφνικά πηδάει στην περιφέρεια της εξέδρας και μένει εκεί χωρίς να ολισθήσει. Να βρείτε:

(α) τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος, όταν το αγόρι ανέβει στην περιφέρεια της εξέδρας.

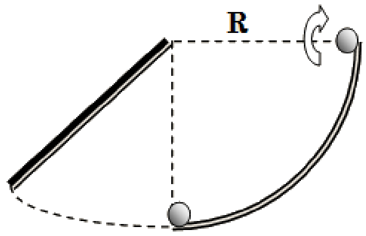
(β) τη δύναμη της στατικής τριβής που ασκείται στο αγόρι, αν στέκεται στη περιφέρεια της εξέδρας χωρίς να κρατιέται από τα στηρίγματα.

(γ) τη σταθερή εξωτερική δύναμη που πρέπει να ασκήσουμε εφαπτομενικά στην εξέδρα, ώστε αυτή να σταματήσει να περιστρέφεται μετά από χρόνο $t = 3s$.

(δ) πόσες περιστροφές έκανε η εξέδρα στο χρονικό διάστημα των $3s$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$

Δ.11. Μία κατακόρυφη ράβδος μάζας $M = 3kg$ και μήκους $l = 1m$, μπορεί να περιστρέφεται στο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το πάνω άκρο της και είναι κάθετος σε αυτή.



Εκτρέπουμε τη ράβδο από τη θέση ισορροπίας της και την αφήνουμε ελεύθερη. Τη στιγμή που περνάει από την κατακόρυφη θέση, το κάτω άκρο της συγκρούεται με σφαίρα ακτίνας $r = 0,1m$ και μάζας $m = 1kg$ που βρίσκεται ακίνητη στο κατώτατο σημείο τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R = 1m$, του οποίου το κέντρο συμπίπτει με το σημείο εξάρτησης της ράβδου. Το κάτω άκρο της ράβδου την στιγμή της κρούσης έχει ταχύτητα $\upsilon_1 = 5m/s$. Αμέσως μετά την κρούση η ράβδος ακινητοποιείται.
Η σφαίρα ανέρχεται στο τεταρτοκύκλιο στην αρχή ολισθαίνοντας και μετά κυλιόμενη. Τελικά εγκαταλείπει το ανώτερο άκρο του τεταρτοκυκλίου με γωνιακή ταχύτητα $\omega_3 = 8rad/s$. Να βρεθούν:

(α) η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της.

(β) η ταχύτητα υ_2 της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

(γ) το ύψος h, πάνω από το τεταρτοκύκλιο, στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα.

(δ) η γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας στο ανώτατο σημείο της τροχιάς της.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σ' αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, $I_{cm} = \frac{1}{12}Ml^2$ και $g = 10m/s^2$.

Δ.12. Μια ξύλινη ράβδος μήκους $l = 0,4m$ και μάζας $M = 0,04kg$ ισορροπεί ελεύθερη σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Ένα σώμα Σ μάζας $m = 0,01kg$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon = 4m/s$ χτυπά κάθετα στο άκρο Α της ράβδου. Μετά την κρούση το σώμα Σ ακινητοποιείται. Αν γνωρίζουμε ότι το σώμα Σ ως προς το κέντρο μάζας της ράβδου έχει στροφορμή που βρίσκεται από τη σχέση $L = \frac{m\upsilon l}{2}$, να βρείτε:

(α) την ταχύτητα του κέντρου μάζας της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

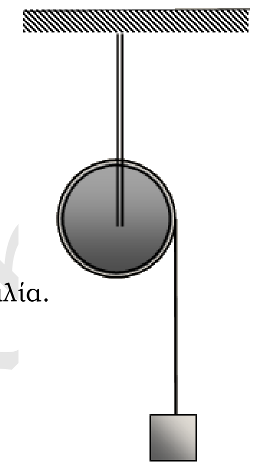
(β) τον άξονα γύρω από τον οποίο θα περιστραφεί η ράβδος και τη γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει.

(γ) τον αριθμό των περιστροφών που θα εκτελέσει η ράβδος στο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μετατοπιστεί το κέντρο μάζας της κατά $1m$.

(δ) Την ταχύτητα του πάνω άκρου της ράβδου (Β), όταν αυτή θα έχει συμπληρώσει 1,5 περιστροφές.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, $I_{cm} = \frac{1}{12}Ml^2$.

Δ.13. Μια κατακόρυφη τροχαλία έχει τυλιγμένο γύρω της ένα λεπτό αβαρές σχοινί, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο ένα σώμα (Σ) μάζας $m = 1kg$. Η τροχαλία έχει ακτίνα $R = 0,1m$, μάζα $M = 2kg$ και μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της τροχαλίας. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί. Να βρείτε:



(α) Την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα Σ.

(β) Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας περιστροφής στην τροχαλία.

(γ) Για τη χρονική στιγμή $t = 2s$ ζητούνται:

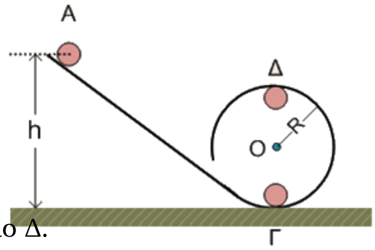
(γ1) Η στροφορμή της τροχαλίας

(γ2) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας.

Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$. Δίνεται $g = 10m/s^2$. Τριβές δεν υπάρχουν.

Δ.14. Η ομογενής και συμπαγής σφαίρα του σχήματος έχει μάζα $m = 1kg$ και ακτίνα $r = 0,2m$ και αφήνεται από ύψος h , να κινηθεί κατά μήκους κεκλιμένου επιπέδου και στη συνέχεια στο εσωτερικό της κυκλικής στεφάνης ακτίνας $R = 10,2m$.

Η σφαίρα κυλίεται συνεχώς χωρίς να ολισθαίνει. Για να κάνει η σφαίρα με ασφάλεια ανακύκλωση, να υπολογιστεί:



(α) το μέτρο της ελάχιστης τιμής της ταχύτητάς της στο σημείο Δ.

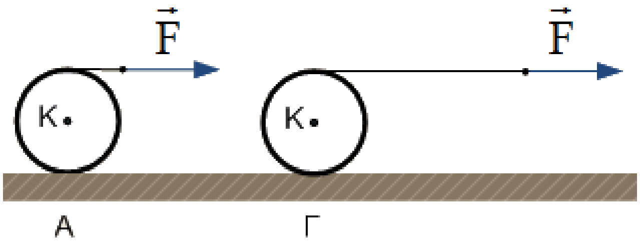
(β) το μέτρο της ελάχιστης γωνιακής ταχύτητας ως προς τον άξονα περιστροφής της, στο σημείο Γ.

(γ) το μέτρο της κάθετης δύναμης που δέχεται από το οριζόντιο επίπεδο στη θέση Γ αν από τη θέση αυτή διέρχεται με γωνιακή ταχύτητα ίση με αυτή που υπολογίσατε στο ερώτημα β.

(δ) το ελάχιστο ύψος h.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονά της $I_{cm} = \frac{2}{5}Mr^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$ και $\sqrt{\frac{27}{7}} \simeq 1,96$.

Δ.15. Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας $m = 2kg$ και ακτίνας $R = 0,3m$, έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $6N$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα



τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος μπορεί να κυλίεται χωρίς ολίσθηση και αρχικά ηρεμούσε στη θέση Α. Όταν βρεθεί στη θέση Γ έχει ξετυλιχθεί σχοινί τόσο, ώστε το σημείο εφαρμογής της δύναμης $\vec{F}$ να έχει μετατοπιστεί κατά $L = 4m$. Να υπολογισθεί:

(α) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

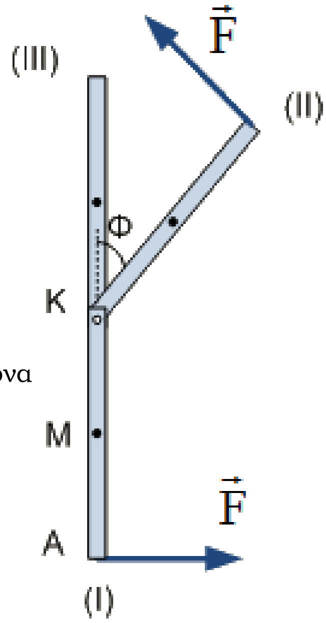
(β) η στατική τριβή.

(γ) η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ στη θέση Γ.

(δ) το ποσοστό της κινητικής του ενέργειας που είναι στροφική στη θέση Γ.

Δίνονται: η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$.

Δ.16. Η ομογενής ράβδος ΑΚ στηρίζεται στο άκρο της Κ μέσω άρθρωσης και αρχικά κρέμεται κατακόρυφα (θέση Ι). Η ράβδος ΑΚ έχει μήκος $L = 0,15m$ και μάζα $M = 2kg$.



Στο άκρο της Α ασκούμε συνεχώς μια δύναμη $\vec{F}$ κάθετη στη ράβδο η οποία έχει σταθερό μέτρο, οπότε η ράβδος αρχίζει να ανεβαίνει. Όταν η ράβδος φτάσει στη θέση (ΙΙ), όπου σχηματίζει γωνία $\phi = 60^o$ με την κατακόρυφη, καταργείται η δύναμη $\vec{F}$ και η ράβδος φτάνει στην κατακόρυφη θέση (ΙΙΙ), χωρίς γωνιακή ταχύτητα. Να υπολογίσετε:

(α) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της στη θέση (ΙΙ).

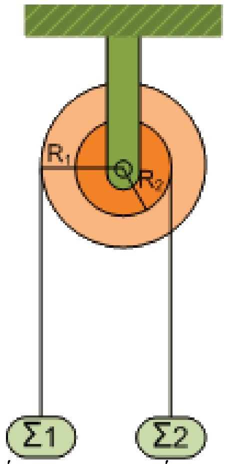
(β) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για τη περιστροφή της ράβδου από τη θέση (Ι) στη θέση (ΙΙ).

(γ) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

(δ) Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια της ράβδου κατά τη περιστροφή της από τη θέση (Ι) στη θέση (ΙΙ).

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα περιστροφής που περνά από το άκρο της Κ και είναι κάθετος σε αυτή: $I_{cm} = \frac{1}{3}ML^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Δ.17. Στο σχήμα φαίνεται σε τομή μια τροχαλία που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες $R_1 = 0,2m$ και $R_2 = 0,1m$, που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της τροχαλίας.



Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν ίσες μάζες $m_1 = m_2 = 2kg$ και είναι στερεωμένα μέσω νημάτων που είναι τυλιγμένα στους κυλίνδρους. Η τροχαλία και τα σώματα Σ_1,Σ_2 είναι αρχικά ακίνητα και τα κέντρα μάζας των Σ_1 ,Σ_2 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.
Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί και τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ_1 έχει κατέβει κατά $h_1 = 0,4m$.

Α. Να δείξετε:

(α) ότι η ταχύτητα του σώματος Σ_1 είναι συνέχεια διπλάσια της ταχύτητας του σώματος Σ_2 .

(β) ότι το διάστημα που διανύει το σώμα Σ_1 είναι συνέχεια διπλάσιο του διαστήματος που διανύει το σώμα Σ_2 .

Β. Τη χρονική στιγμή t_1 να υπολογίσετε:

(γ) τη γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας.

(δ) το ρυθμό με τον οποίο το βάρος του σώματος Σ_1 μεταφέρει ενέργεια στο σύστημα.

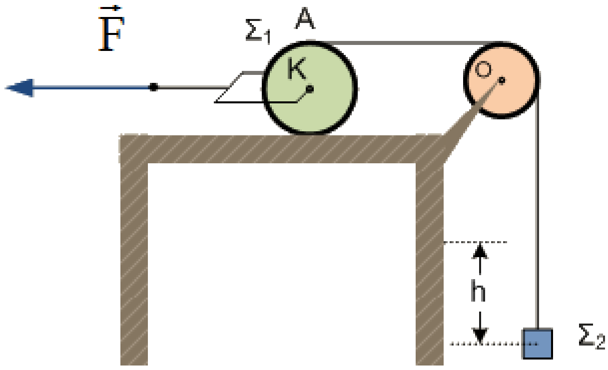
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I_{cm} = 0,1kg \cdot m^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Σημείωση: Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση. Το νήμα είναι αβαρές. Να θεωρήσετε ότι τα σώματα Σ_1 και Σ_2 δεν φτάνουν στο έδαφος ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

Δ.18. Η κατακόρυφη τροχαλία του σχήματος, μάζας $m = 3kg$ και ακτίνας $r = 0,1m$, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της Ο και είναι κάθετος σε αυτήν. Στο αυλάκι της τροχαλίας περνά νήμα που από το ένα άκρο του κρέμεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2kg$ και στο άλλο άκρο του είναι δεμένος ένας κατακόρυφος τροχός (Σ_1) που έχει μάζα $M = 4kg$ και ακτίνα $R = 0,2m$.

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμείνει ακίνητο.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία έτσι ώστε να γίνει $F = 80N$.



(β) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος Σ_2. Για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ_2 έχει ανέλθει κατά $h = 2m$, να υπολογίσετε:

(γ) Το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της.

(δ) Τη μετατόπιση του τροχού από την αρχική του θέση.

(ε) Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του τροχού Σ_1 κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ_2 κατά h .

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$, η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = \frac{1}{2}mr^2$ και του σώματος Σ_1 ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_1 = \frac{1}{2}MR^2$.

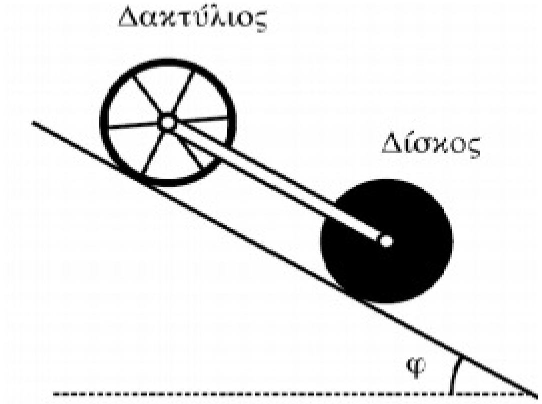
Σημείωση: Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση. Το νήμα είναι αβαρές. Ο τροχός Σ_1 κυλίεται χωρίς ολίσθηση.

Δ.19. Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας $m = 2kg$ και ακτίνας $r = 1m$. Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\phi = 30^o$ ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση $x = 2m$ σε χρόνο $t = 1s$.

(α) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

(β) Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας M και ίδιας ακτίνας R. Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1 = \frac{1}{2}MR^2$ και του δακτυλίου $I_2 = MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους. Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.

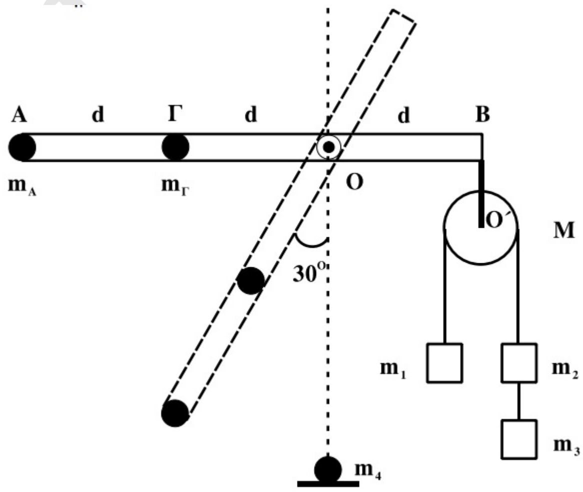


(γ) Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών $\frac{K_1}{K_2}$ όπου K_1 η κινητική ενέργεια του δίσκου και K_2 η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

(δ) Αν η μάζα κάθε στερεού είναι $M = 1,4kg$, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα. Να σχεδιάσετε τις πιο πάνω δυνάμεις.

Δίνεται: $g = 10m/s^2$ ***(Θέμα Δ -Πανελλήνιες Εξετάσεις Μάης 2010)***

Δ.20. Αβαρής ράβδος μήκους $3d$ ($d = 1m$) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση $2d$ από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα $m_A = 1kg$ και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση δ από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_{\Gamma} = 6kg$. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας $M = 4kg$ από την οποία κρέμονται οι μάζες $m_1 = 2kg$, $m_2 = m_3 = 1kg$. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο′.



(α) Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Κόβουμε το Ο′Β, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.

(β) Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30^o με την κατακόρυφο.

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα $m_4 = 5kg$.

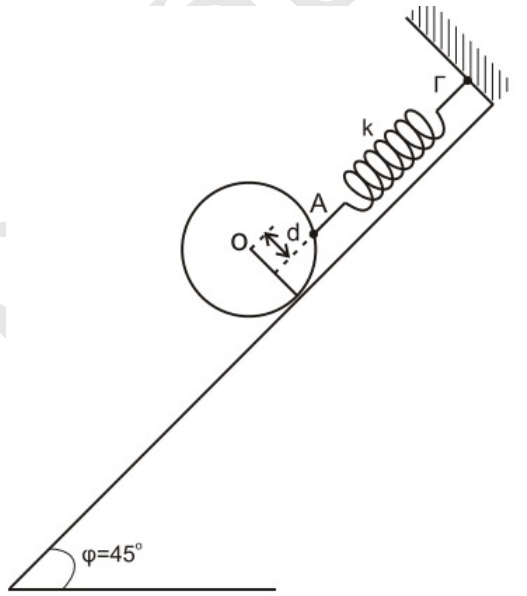
(γ) Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m.

(δ) Πόση πρέπει να είναι η μάζα m, ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας ;

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία. Δίνεται: $g = 10m/s^2$,και η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I = \dfrac{MR^2}{2}$ ***(Θέμα Δ - Πανελλήνιες Μάης 2011)***

Δ.21. Συμπαγής ομογενής δίσκος, μάζας $M = 2\sqrt{2}kg$ και ακτίνας $R = 0,1m$, είναι προσδεδεμένος σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100N/m$ στο σημείο Α και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία $\phi = 45^o$ με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας του ελατηρίου απέχει απόσταση $d = \dfrac{R}{2}$ από το κέντρο (Ο) του δίσκου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ.



(α) Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου.

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

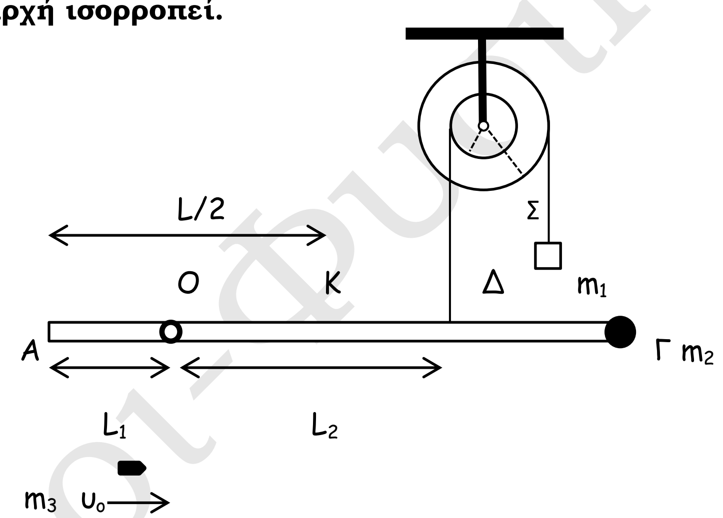
Κάποια στιγμή το ελατήριο κόβεται στο σημείο Α και ο δίσκος αμέσως κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

(γ) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου.

(δ) Να υπολογίσετε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν το κέντρο μάζας του έχει μετακινηθεί κατά διάστημα $s = 0,3\sqrt{2}m$ στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του $I = \frac{1}{2}MR^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$ ***(Θέμα Γ - Επαναληπτικές Εξετάσεις Ιούνης 2012)***

Δ.22. Ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $L = 4m$ και μάζας $M = 3kg$, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο της Ο, το οποίο απέχει απόσταση $L_1 = 1m$ από το άκρο Α. Στο άκρο Γ της ράβδου έχουμε κολλήσει σημειακή μάζα $m_2 = 2kg$, ενώ στο σημείο Δ που απέχει απόσταση $L_2 = 1,8m$ από το σημείο Ο, είναι δεμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα που είναι τυλιγμένο στο μικρό αυλάκι διπλής τροχαλίας ακτίνας r. Στην περιφέρεια της τροχαλίας ακτίνας $R = 0,1m$ είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας $m_1 = 1kg$. Το σύστημα στην αρχή ισορροπεί.



(α) (α1) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στην ράβδο και να βρεθεί η ακτίνα r του μικρού αυλακιού της διπλής τροχαλίας.

(α2) Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου - σώματος m_2 , ως προς τον άξονα περιστροφής.

(β) Κάποια στιγμή το νήμα που συνδέει την ράβδο με την τροχαλία κόβεται, οπότε η ράβδος μαζί με το σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο της αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος και το σώμα μάζας m_1 αρχίζει να κατέρχεται περιστρέφοντας την τροχαλία, μέσω του τεντωμένου νήματος που δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της. Να υπολογίσετε:

(β1) Την γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας και της ράβδου την στιγμή που κόβεται το νήμα.

(β2) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1,όταν θα έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $l = 2m$.

(β3) Την ταχύτητα του σώματος m_2 στο άκρο της ράβδου την στιγμή που φτάνει στην κατακόρυφη θέση για πρώτη φορά.

(γ) Όταν η ράβδος φτάσει στην κατακόρυφη θέση, συγκρούεται πλαστικά με σημειακή μάζα $m_3 = 11kg$, οποία κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_0 με φορά προς τα δεξιά. Η σύγκρουση γίνεται στο κέντρο Κ της ράβδου. Αμέσως μετά την σύγκρουση η ράβδος έχει φορά περιστροφής αντίθετη της αρχικής και ακινητοποιείται στιγμιαία όταν γίνει οριζόντια. Να υπολογίσεται:

(γ1) Το μέτρο της στροφορμής της ράβδου ελάχιστα πριν τη σύγκρουση.

(γ2) Το μέτρο της ταχύτητας υ_0.

Δίνεται $g = 10m/s^2$. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$, ενώ η ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας είναι $I_{\tau\rho o\chi} = 0,09kgm^2$.

Βασική πηγή: study4exams.gr