

Μηχανική Στερεού σώματος**1^ο ΘΕΜΑ****A. Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής**

Στις ερωτήσεις 1-4 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι

- α. $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. β. $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. γ. $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. δ. $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Εσπερ. 2003

2. Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει

- α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν.
β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.
γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.
δ. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.

Ομογ. 2003

3. Εάν η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή πάνω στο σώμα

- α. είναι ίση με το μηδέν. β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.
γ. αυξάνεται με το χρόνο. δ. μειώνεται με το χρόνο.

Επαν. Εσπερ. 2004

4. Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική του ενέργεια θα

- α. υποτετραπλασιαστεί. β. υποδιπλασιαστεί.
γ. τετραπλασιαστεί. δ. παραμένει αμετάβλητη.

Ομογ. 2004

5. Άνθρωπος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια και κοντά στο κέντρο οριζόντιου δίσκου που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο του. Αν ο άνθρωπος μετακινηθεί στην περιφέρεια του δίσκου, τότε η γωνιακή του ταχύτητα ω_2 θα είναι

- α. $\omega_2 = \omega_1$. β. $\omega_2 > \omega_1$. γ. $\omega_2 < \omega_1$. δ. $\omega_2 = 0$.

Εσπερ. 2005

6. Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν v_{cm} η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R , έχει μέτρο

- α. v_{cm} . β. $2v_{\text{cm}}$. γ. 0. δ. $\sqrt{2} v_{\text{cm}}$.

Επαν. Ημερ. 2005

7. Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο σύστημα S.I. είναι

- α. $1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$. β. $1 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$. γ. $1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. δ. 1 J.s .

8. Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο

- α. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.
β. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.
γ. έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.
δ. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

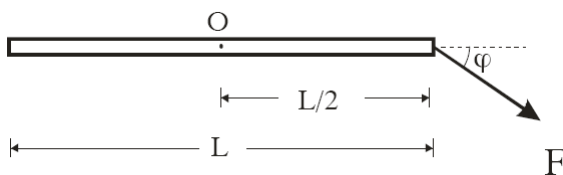
Ομογ. 2005

9. Μία σφαίρα κυλίνει χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).

- α. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.
β. Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.
γ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται.
δ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή.

Επαν. Ημερ. 2006

10. Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος L και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της O και είναι κάθετος σε αυτή.

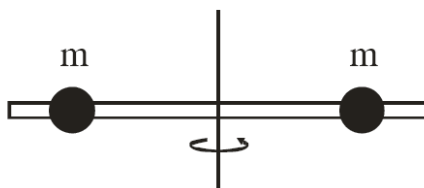


Η ροπή της δύναμης F ως προς το σημείο O έχει μέτρο

- α. 0. β. $F \cdot \frac{L}{2}$. γ. $F \cdot \frac{L}{2} \sin \phi$. δ. $F \cdot \frac{L}{2} \eta \mu \phi$.

Ομογ. 2007

11. Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και οι μάζες m απέχουν εξίσου από τον άξονα περιστροφής.



Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περιστροφής υποδιπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος

- α. τετραπλασιάζεται. β. διπλασιάζεται. γ. υποδιπλασιάζεται. δ. υποτετραπλασιάζεται.

Επαν. Ημερ. 2007

12. Στη στροφική κίνηση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών των δυνάμεων, που ασκούνται στο σώμα είναι

α. ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.

β. ίσο με τη μεταβολή της στροφορμής του σώματος.

γ. πάντα θετικό.

δ. αντιστρόφως ανάλογο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα.

Επαν. Ημερ. 2008

13. Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, με γωνιακή ταχύτητα ω . Αν διπλασιαστεί η γωνιακή του ταχύτητα, τότε η κινητική του ενέργεια

α. μένει η ίδια. β. διπλασιάζεται. γ. τετραπλασιάζεται. δ. οκταπλασιάζεται.

Εσπερ. 2009

14. Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα, αρκεί

α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.

β. η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.

γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.

δ. το έργο του βάρους του να είναι ίσο με μηδέν.

Ομογ. 2009

15. Το μέτρο της στροφορμής L ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω και ροπή αδράνειας I , ως προς τον ίδιο άξονα περιστροφής, είναι

α. $I^2 \cdot \omega$. β. $I \cdot \omega$. γ. $I \cdot \omega^2$. δ. $\sqrt{I \cdot \omega}$.

Εσπερ. 2010

16. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος ως προς άξονα περιστροφής

α. είναι διανυσματικό μέγεθος.

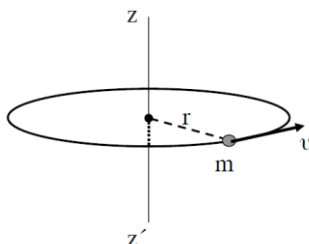
β. έχει μονάδα μέτρησης το $\text{IN} \cdot \text{m}$, στο S.I.

γ. δεν εξαρτάται από την θέση του άξονα περιστροφής.

δ. εκφράζει την αδράνεια του σώματος στην περιστροφική κίνηση.

Επαν. Ημερ. 2010

17. Υλικό σημείο μάζας m και ταχύτητας v κινείται σε περιφέρεια οριζόντιου κύκλου ακτίνας r , όπως στο σχήμα.



Η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς τον άξονα zz' , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετος στο επίπεδό της

α. είναι μονόμετρο μέγεθος.

β. έχει μέτρο mvr .

γ. είναι διάνυσμα και έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα zz' .

δ. έχει μονάδα το $\text{Kg} \cdot \text{m}$.

Επαν. Εσπερ. 2010

18. Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, τότε η γωνιακή του

α. ταχύτητα αυξάνεται.

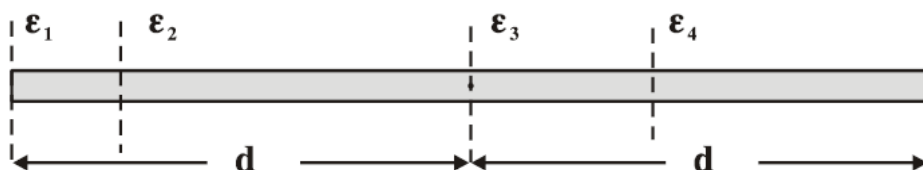
β. ταχύτητα μένει σταθερή.

γ. επιτάχυνση αυξάνεται.

δ. επιτάχυνση μειώνεται.

Ομογ. 2010

19. Η λεπτή ομογενής ράβδος του σχήματος έχει ροπή αδράνειας I_1, I_2, I_3, I_4 ως προς τους παράλληλους άξονες $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η μικρότερη ροπή αδράνειας είναι η

α. I_1 .

β. I_2 .

γ. I_3 .

δ. I_4 .

Επαν. Ημερ. 2011

Β. Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα φυσικά μεγέθη από τη **Στήλη Ι** και δίπλα σε καθένα τη μονάδα της **Στήλης ΙΙ** που αντιστοιχεί σ' αυτό.

Στήλη Ι	Στήλη ΙΙ
Μήκος κύματος	rad/s^2
Γωνιακή επιτάχυνση	$\text{N}\cdot\text{m}$
Ροπή δύναμης	m
Ορμή	$\text{Kg}\cdot\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
Στροφορμή	$\text{Kg}\cdot\frac{\text{m}}{\text{s}}$
	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Ομογ. 2002

Γ. Ερωτήσεις Σωστού – Λάθους

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα **Σ**, αν είναι σωστές ή με το γράμμα **Λ**, αν είναι λανθασμένες.

- α.** Όταν ένας ακροβάτης που περιστρέφεται στον αέρα ανοίξει τα άκρα του, αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.

β. Στη μεταφορική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα.
- Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι ανάλογη προς τη συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα.
- Αν η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.
- Η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, αν το αλγεβρικό άθροισμα ροπών των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι διάφορο του μηδενός.
- Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια στη μεταφορική κίνηση.
- Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν.
- Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος ...
 - όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.
 - κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα $v = \omega r$ (ω η γωνιακή ταχύτητα, r η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).

γ. κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα $\omega = \frac{v_{cm}}{R}$ (v_{cm} η ταχύτητα του κέντρου μάζας, R η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).

δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται.

8. Η μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας είναι $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

9. Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.

10. α. Όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα στερεό σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα έχει πάντοτε μηδενική γωνιακή επιτάχυνση.

β. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής του.

11. Η ροπή αδράνειας ενός σώματος σταθερής μάζας έχει πάντα την ίδια τιμή.

12. Όταν ο φορέας της δύναμης, η οποία ασκείται σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, τότε το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.

13. Αν η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται σε ένα σύστημα σωμάτων είναι ίση με μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος μεταβάλλεται.

14. Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ και της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.

15. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού δεν εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής του.

16. Η Γη έχει στροφορμή λόγω της κίνησής της γύρω από τον Ήλιο.

17. Όταν μια χορεύτρια καλλιτεχνικού πατινάζ, που περιστρέφεται, θέλει να περιστραφεί γρηγορότερα συμπύσσει τα χέρια της.

18. Η ροπή αδράνειας εκφράζει στη μεταφορική κίνηση ό,τι εκφράζει η μάζα στη στροφική κίνηση.

19. Η ροπή αδράνειας είναι μονόμετρο μέγεθος και έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το $1 \text{ kg} \cdot \text{m}$.

20. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος δεν εξαρτάται από τον άξονα περιστροφής.

21. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.

22. α. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.

β. Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής στο σύστημα SI είναι το

1

$$\frac{\text{Kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}.$$

23. Η στροφορμή είναι μονόμετρο μέγεθος.

24. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο.
25. Η μονάδα της ροπής δύναμης στο SI είναι N.m.
26. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.
27. Όταν ένας αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας, η γωνιακή ταχύτητά του λόγω ιδιοπεριστροφής αυξάνεται.
28. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.
29. Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.
30. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος αυξάνεται συνεχώς.
31. Όλα τα σημεία ενός σώματος που εκτελούν μεταφορική κίνηση έχουν την ίδια ταχύτητα.
32. Αν η συνολική εξωτερική ροπή σ' ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

Δ. Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της πρότασης και δίπλα τη λέξη που τη συμπληρώνει σωστά.

1. Το αλγεβρικό άθροισμα των που δρουν σ' ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του.
Ημερ. 2002
2. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι

Επαν. Ημερ. 2003

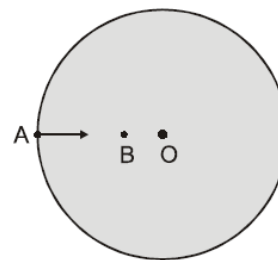
2^ο ΘΕΜΑ

1. Δίσκος παιδικής χαράς περιστρέφεται περί κατακόρυφο άξονα κάθετο στο επίπεδό του διερχόμενο από το κέντρο του δίσκου Ο. Στο δίσκο δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη. Ένα παιδί μετακινείται από σημείο Α της περιφέρειας του δίσκου στο σημείο Β πλησιέστερα στο κέντρο του.

Α. Τότε ο δίσκος θα περιστρέφεται:

- α. πιο αργά β. πιο γρήγορα.

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



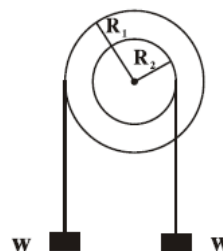
Ημερ. 2002

2. Στο σχήμα φαίνεται σε τομή το σύστημα δύο ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες R_1, R_2 με $R_1 > R_2$ που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος συμπίπτει με τον κατά μήκος άξονα συμμετρίας των κυλίνδρων. Εξαιτίας των ίσων βαρών w που κρέμονται από τους δύο κυλίνδρους, πώς θα περιστραφεί το σύστημα;

α. σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού

β. αντίθετα προς τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



Ομογ. 2002

3. Καλλιτέχνης του πατινάζ περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, χωρίς τριβές. Στην αρχή ο καλλιτέχνης έχει τα χέρια απλωμένα και στη συνέχεια τα συμπύπτει.

Α. Ο καλλιτέχνης περιστρέφεται πιο γρήγορα, όταν έχει τα χέρια:

- α. απλωμένα β. συνεπτυγμένα.

Β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2003

4. Να εξηγήσετε γιατί η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή, δηλαδή 24 ώρες.

5. Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω . Αν η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι I , να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της στροφικής του κίνησης δίνεται από τη σχέση

$$K = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Επαν. Ημερ. 2003

6. Δύο ομογενείς δακτύλιοι Α, Β των οποίων το πάχος είναι αμελητέο σε σχέση με την ακτίνα τους, έχουν την ίδια μάζα και ακτίνες R_A, R_B όπου $R_A > R_B$. Οι δακτύλιοι περιστρέφονται ο καθένας γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους και είναι κάθετος στο επίπεδό τους με την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

α. Ποιος από τους δύο δακτυλίους έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής;

β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ομογ. 2003

7. Ένα ομογενές σώμα με κανονικό γεωμετρικό σχήμα κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει. Η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της μεταφορικής κίνησης είναι ίση με την κινητική του ενέργεια λόγω της στροφικής κίνησης γύρω από τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. Α. Το γεωμετρικό σχήμα του σώματος είναι:

α. σφαίρα.

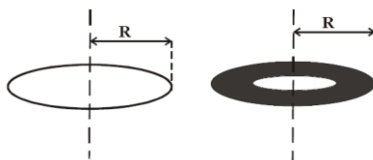
β. λεπτός δακτύλιος.

γ. κύλινδρος.

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2004

8. Δακτύλιος και δίσκος με οπή, η μάζα του οποίου είναι ομογενώς κατανεμημένη, όπως στο σχήμα, έχουν την ίδια μάζα και την ίδια



Α. Αν $I_{\Delta\sigma}$ και $I_{\Delta\kappa}$ οι ροπές αδράνειας του δίσκου και του δακτυλίου αντίστοιχα ως προς άξονες κάθετους στο επίπεδό τους που διέρχονται από τα κέντρα τους, τι ισχύει;

α. $I_{\Delta\sigma} > I_{\Delta\kappa}$.

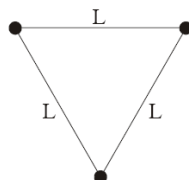
β. $I_{\Delta\sigma} < I_{\Delta\kappa}$.

γ. $I_{\Delta\sigma} = I_{\Delta\kappa}$.

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2004

9. Τρεις σφαίρες αμελητέων διαστάσεων που η κάθε μία έχει την ίδια μάζα m , συνδέονται μεταξύ τους με ράβδους αμελητέας μάζας και μήκους L , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σύστημα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από μία από τις σφαίρες.

Α. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς αυτόν τον άξονα είναι:

α. mL^2

β. $2mL^2$

γ. $3mL^2$

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Εσπερ. 2004

10. Σώμα ακίνητο αρχίζει τη χρονική στιγμή $t=0$ να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Αν τη χρονική στιγμή t_1 η κινητική ενέργεια λόγω της περιστροφής είναι K_1 και τη χρονική στιγμή $t_2=2t_1$ είναι K_2 , τότε:

α. $K_2 = 2K_1$

β. $K_2 = 4K_1$

γ. $K_2 = 8K_1$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Εσπερ. 2004

11. Δύο ομογενείς κυκλικοί δακτύλιοι Δ_1 και Δ_2 με ακτίνες R και $2R$, κυλίνουν σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες 3ω και ω , αντίστοιχα.

Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων Δ_1 και Δ_2 , είναι

α. $\frac{3}{2}$.

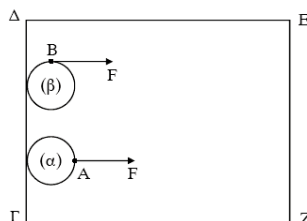
β. $\frac{1}{2}$.

γ. 1.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ομογ. 2004

12. Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα.



Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ. Ίδιες σταθερές δυνάμεις F με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σ' αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου.

A. Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο t_α για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο t_β , τότε:

α. $t_\alpha > t_\beta$

β. $t_\alpha = t_\beta$

γ. $t_\alpha < t_\beta$

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2005

13. Υποθέτουμε ότι κλιματολογικές συνθήκες επιβάλλουν την μετανάστευση του πληθυσμού της Γης προς τις πολικές ζώνες.

A. Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της:

- α.** θα μείνει σταθερή. **β.** θα ελαττωθεί. **γ.** θα αυξηθεί.

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2005

14. Ομογενής σφαίρα μάζας m και ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας είναι v_{cm} . Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα

που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm} = \frac{2}{5} mR^2$.

A. Η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι

- α.** $\frac{2}{5} mv_{cm}^2$. **β.** $\frac{7}{10} mv_{cm}^2$. **γ.** $\frac{9}{10} mv_{cm}^2$.

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2005

15. Ένας απομονωμένος ομογενής αστέρας σφαιρικού σχήματος ακτίνας R στρέφεται γύρω από τον εαυτό του (ιδιοπεριστροφή) με συχνότητα f_0 . Ο αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρίκνωσής του η νέα συχνότητα ιδιοπεριστροφής του θα είναι

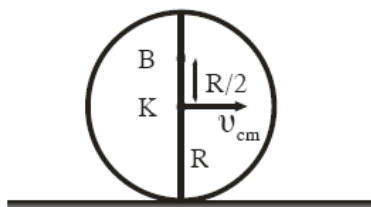
- α.** μεγαλύτερη από την αρχική συχνότητα f_0 .
β. μικρότερη από την αρχική συχνότητα f_0 .
γ. ίση με την αρχική συχνότητα f_0 .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμα.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ομογ. 2005

16. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του K είναι v_{cm} .



A. Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση B της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση $\frac{R}{2}$ από το K θα είναι

α. $\frac{3}{2} v_{cm}$.

β. $\frac{2}{3} v_{cm}$.

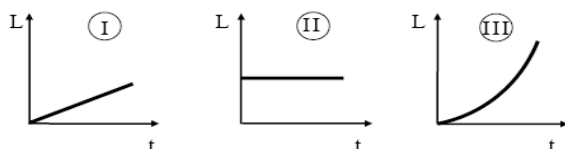
γ. $\frac{5}{2} v_{cm}$.

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2006

17. Ένας κύλινδρος που είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστραφεί γύρω από το σταθερό άξονά του δέχεται την επίδραση σταθερής ροπής.

A. Τη στροφορμή του κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο απεικονίζει το σχήμα



α. I.

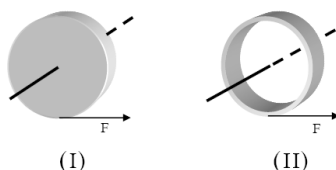
β. II.

γ. III.

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2006

18. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος (I) και ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δακτύλιος (II), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα.



Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια. Οι γωνιακές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν θα είναι

α. $\alpha_I = \alpha_{II}$.

β. $\alpha_I < \alpha_{II}$.

γ. $\alpha_I > \alpha_{II}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2006

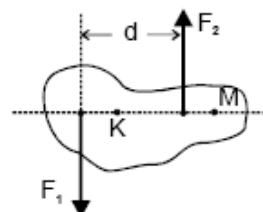
19. Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων F_1 και F_2 του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι

α. μεγαλύτερη ως προς το σημείο K.

β. μεγαλύτερη ως προς το σημείο M.

γ. ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



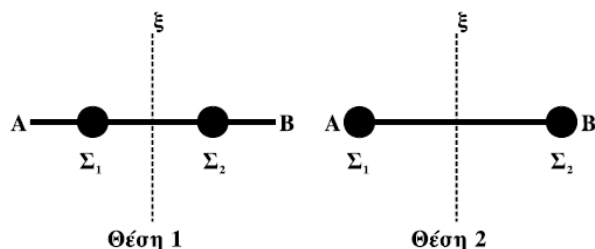
Εσπερ. 2007

20. Ένας κύβος και μία σφαίρα ίδιας μάζας αφήνονται να κινηθούν από το ίδιο ύψος δύο διαφορετικών κεκλιμένων επιπέδων. Ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές στο ένα και η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση στο άλλο. Για τις ταχύτητες του κύβου και του κέντρου μάζας της σφαίρας στη βάση των κεκλιμένων επιπέδων ισχύει ότι

- α.** μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του κύβου.
- β.** μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα της σφαίρας.
- γ.** οι ταχύτητες είναι ίσες.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

21. Η ομογενής ράβδος AB του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα συμμετρίας (ξ) του σχήματος. Οι δύο σφαίρες Σ_1 , Σ_2 μάζας m καθεμιά μπορούν να μετακινούνται κατά μήκος της ράβδου. Η ράβδος ξεκινά να περιστρέφεται



- α.** πιο εύκολα στη θέση 1.
- β.** πιο εύκολα στη θέση 2.
- γ.** το ίδιο εύκολα και στις δύο περιπτώσεις.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2008

22. Σε ένα ακίνητο ρολόι που βρίσκεται σε κανονική λειτουργία, ο λόγος της στροφορμής του λεπτοδείκτη (L_1) προς την στροφορμή του ωροδείκτη (L_2), ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής τους, είναι $\frac{L_1}{L_2} = \lambda$, όπου λ θετική σταθερά. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους $\frac{K_1}{K_2}$ αντίστοιχα

είναι

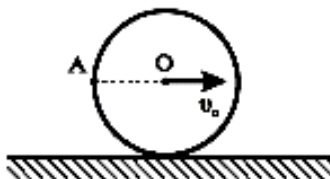
- α.** 6λ .
- β.** 12λ .
- γ.** 24λ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2008

23. Ο δίσκος του σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του O είναι v_0 . Το σημείο A βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το AO είναι οριζόντιο.



Η ταχύτητα του σημείου A έχει μέτρο

α. $v_A = 2v_0$.

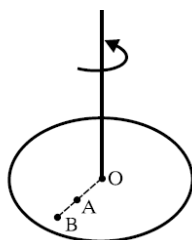
β. $v_A = \sqrt{2} v_0$.

γ. $v_A = v_0$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2009

24. Στη θέση A οριζόντιου δίσκου βρίσκεται ένα παιδί και το σύστημα παιδί - δίσκος περιστρέφεται χωρίς τριβές, με γωνιακή ταχύτητα ω , γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου O .



Αν το παιδί μετακινηθεί από τη θέση A στη θέση B του δίσκου (σχήμα), τότε η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου

α. θα αυξηθεί.

β. θα παραμείνει η ίδια.

γ. θα μειωθεί.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2009

25. Χορεύτρια στρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας ανοιχτά τα δυο της χέρια με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω . Η χορεύτρια συμπύσσοντας τα χέρια της αυξάνει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της, σε $\frac{5}{2}\omega$. Ο λόγος της αρχικής προς την τελική ροπή αδράνειας της χορεύτριας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, είναι:

α. 1.

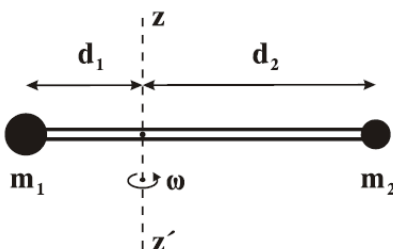
β. $\frac{5}{2}$.

γ. $\frac{2}{5}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2009

26. Η οριζόντια ράβδος του σχήματος είναι αβαρής, η σημειακή μάζα m_1 είναι τετραπλάσια από τη σημειακή μάζα m_2 , και το μήκος d_2 είναι διπλάσιο από το μήκος d_1 . Το σύστημα περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα $z'z$.



Η ροπή αδράνειας της μάζας m_1 ως προς τον άξονα $z'z$ είναι

α. μεγαλύτερη από

β. μικρότερη από

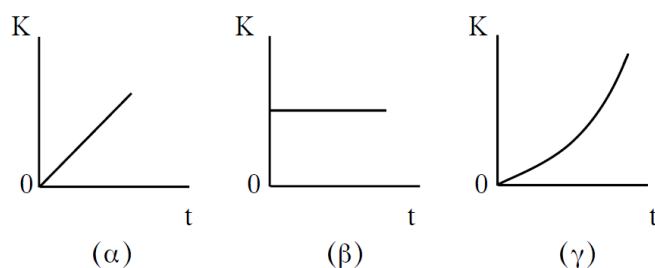
γ. ίση με τη ροπή αδράνειας της μάζας m_2 ως προς τον ίδιο άξονα.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ομογ. 2009

27. Τροχός αρχικά ακίνητος, αρχίζει ($t=0$) και περιστρέφεται υπό την επίδραση σταθερής ροπής, γύρω από σταθερό άξονα, που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Η κινητική ενέργεια K του τροχού ως συνάρτηση του χρόνου απεικονίζεται στο σχήμα:



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαν. Εσπερ. 2010

28. Τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα. Όταν στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκούμε κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου F , η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu,1}$ ενώ, όταν κρεμάμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σώμα βάρους $w = F$ η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu,2}$. Ισχύει:

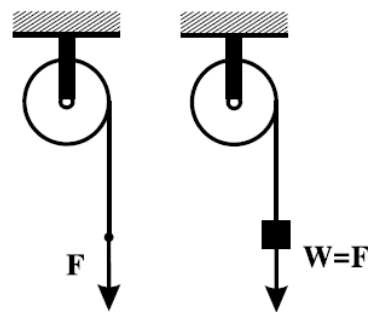
α. $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} = \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$.

β. $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} > \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$.

γ. $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} < \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



Επαν. Ημερ. 2011

3^ο ΘΕΜΑ

1. Οριζόντιος ομογενής και συμπαγής δίσκος, μάζας $M=3\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,2\text{m}$, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκούμε στο δίσκο δύναμη F σταθερού μέτρου 3N που εφάπτεται στην περιφέρειά του, οπότε ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται. Κάποια χρονική στιγμή t_1 ο δίσκος έχει κινητική ενέργεια $K=75\text{J}$.

Να υπολογίσετε :

α) τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β) τη γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

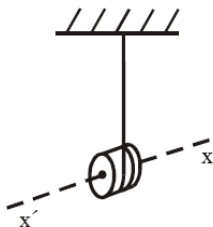
γ) τη γωνιακή του ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1 .

δ) τη ροπή αδράνειας του δίσκου, αν η περιστροφή του γινόταν γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από το μέσον μιας ακτίνας του.

Η ροπή αδράνειας του παραπάνω δίσκου, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του, δίνεται από τη σχέση $I_{\text{cm}} = \frac{1}{2}MR^2$.

Ομογ. 2002

2. Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα $m=0,12\text{kg}$ και ακτίνα $R=1,5 \cdot 10^{-2}\text{m}$. Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα.



Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα $x'x$, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους

$\ell=20R$, η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $v_{\text{cm}} = 2\frac{m}{s}$.

α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

(Ο τύπος που μας δίνει τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, δεν θεωρείται γνωστός).

β. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.

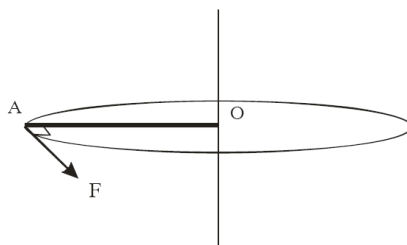
γ. Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $v_{cm} = 2 \frac{m}{s}$, το νήμα κόβεται. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου $0,8 \text{ s}$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

δ. Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t=0$, μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο $0,8 \text{ s}$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δίνεται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Επαν. Ημερ. 2005

3. Η ράβδος OA του σχήματος με μήκος $L = 1 \text{ m}$ και μάζα $M = 6 \text{ kg}$ είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F που έχει σταθερό μέτρο και είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της A. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το O.



Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:

α. Η τιμή της δύναμης F , αν γνωρίζουμε ότι το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής είναι $30\pi \text{ J}$.

β. Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

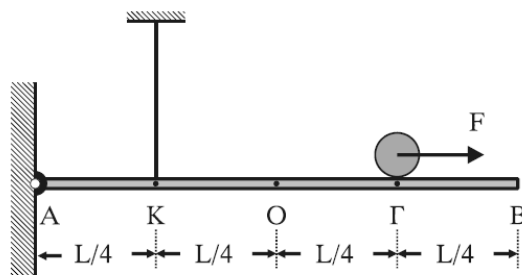
γ. Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής.

Δίνονται: $\sqrt{30\pi} = 9,7$. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$.

Επαν. Ημερ. 2007

4. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους $L=4 \text{ m}$ και μάζας $M=2 \text{ kg}$ ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο A της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο K της ράβδου έχει προσδεθεί το

ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας $m=2,5\text{kg}$ και ακτίνας $r=0,2\text{m}$.

Δίνονται $AK=\frac{L}{4}$, $AG=\frac{3L}{4}$.

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.

Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=7\text{N}$, με φορά προς το άκρο B. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της.

γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο B.

δ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο B.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας m ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I = \frac{2}{5}mr^2$ και $g=10\frac{m}{s^2}$. Ημερ. 2008

5. Κυκλική στεφάνη ακτίνας $R=0,2\text{m}$ και μάζας $m=1\text{kg}$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας K είναι $v_{cm}=10\frac{m}{s}$. Η ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος προς το επίπεδό της είναι $I_{cm}=mR^2$.

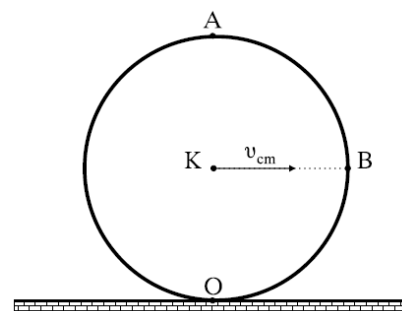
Να υπολογίσετε:

α. τα μέτρα των ταχυτήτων στα σημεία O, A και B της στεφάνης.

β. τη γωνιακή ταχύτητα της στεφάνης.

γ. τη ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς το σημείο O.

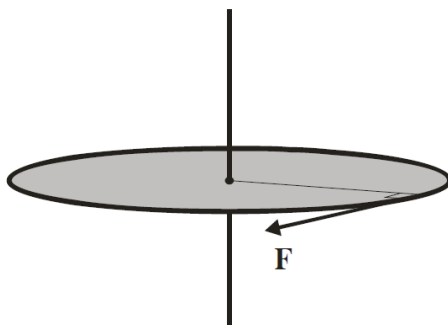
δ. την κινητική ενέργεια της στεφάνης.



O είναι το κατώτατο και A το ανώτατο σημείο της στεφάνης. Η ευθεία KB είναι παράλληλη στο δάπεδο.

Εσπερ. 2010

6. Οριζόντιος ομογενής δίσκος με μάζα $M=2\text{Kg}$ και ακτίνα $R=0,5\text{m}$ μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του.



Ο δίσκος αρχικά είναι ακίνητος. Κάποια στιγμή $t_0 = 0$, ασκείται σε σημείο της περιφέρειας του δίσκου δύναμη σταθερού μέτρου $F=10\text{N}$, συνεχώς εφαπτόμενη σε αυτόν.

α. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F από τη στιγμή $t_0 = 0$ έως τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει γίνει $\omega=8\text{ rad/s}$.

β. Να υπολογίσετε τη γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος μέχρι εκείνη τη στιγμή.

γ. Να υπολογίσετε την ισχύ της δύναμης F την ίδια στιγμή.

Τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου είναι $\omega = 8\text{ rad/s}$, η δύναμη F καταργείται και ο δίσκος συνεχίζει να στρέφεται με την ταχύτητα αυτή. Από κάποιο ύψος αφήνεται να πέσει ένα κομμάτι λάσπης μάζας $m=1\text{Kg}$ αμελητέων διαστάσεων, που κολλάει στον δίσκο σε σημείο της περιφέρειάς του.

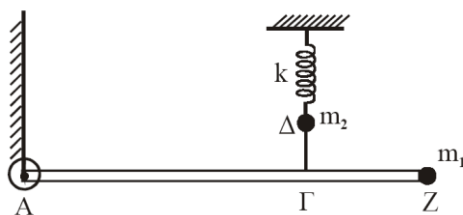
δ. Να υπολογίσετε τη νέα γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα δίσκος – λάσπη.

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = \frac{1}{2} MR^2$.

Επαν. Εσπερ. 2011

4^ο ΘΕΜΑ

1. Ομογενής άκαμπτη ράβδος AZ έχει μήκος $L = 4\text{m}$, μάζα $M = 3\text{kg}$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της A υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Z υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας $m_1 = 0,6\text{kg}$ και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας $m_2 = 1\text{kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με 2,8m. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



A. Να υπολογίσετε:

- A.1 τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου m_1 ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης
- A.2 το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

B. Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα m_1 , υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο A. Να υπολογίσετε:

- B.1 το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά
- B.2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Z, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.

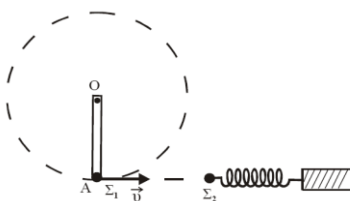
Δίνονται: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της: $I_{\text{cm}} = \frac{1}{12} ML^2$,

$\pi = 3,14$.

Ημερ. 2003

2. Ομογενής στερεά ράβδος ΟΑ, μήκους $L=2\text{ m}$ και μάζας $M=0,3\text{ kg}$ μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα (χωρίς τριβές) στο οριζόντιο επίπεδο, περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο Ο. Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται σφαιρίδιο Σ_1 μάζας $m=0,1\text{ kg}$, και το σύστημα ράβδου και σφαιριδίου Σ_1 περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται δεύτερο σφαιρίδιο Σ_2 , ίσης μάζας με το Σ_1 , προσδεμένο στο άκρο αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς $k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Ο άξονας του ελατηρίου είναι οριζόντιος και εφάπτεται της κυκλικής τροχιάς του σφαιριδίου Σ_1 (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Οι διαστάσεις των σφαιριδίων είναι αμελητέες.

Όταν η ταχύτητα $\vec{v}$ του σφαιριδίου Σ_1 έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, το σφαιρίδιο Σ_1 αποκολλάται από τη ράβδο και κινούμενο ευθύγραμμα συγκρούεται με το σφαιρίδιο Σ_2 με το οποίο ενσωματώνεται.



Να βρείτε:

- Τη στροφορμή του συστήματος ράβδου-σφαιριδίου Σ_1 ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Ο.
- Το μέτρο v της ταχύτητας του σφαιριδίου τη στιγμή που αποκολλάται από τη ράβδο.
- Την περίοδο T της ταλάντωσης του συστήματος ελατηρίου-συσσωματώματος Σ_1 και Σ_2 .
- Το πλάτος της ταλάντωσης αυτής.

(Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο, $I_0 = \frac{1}{3} ML^2$ και $\pi = 3,14$).

Εσπερ. 2003

3. Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας $m=10\text{ kg}$ και ακτίνας $R=0,1\text{ m}$ κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με $\eta\mu\varphi=0,56$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο $v_0=8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

- το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή $t=0$.

β. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.

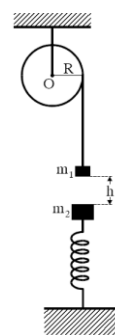
γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

δ. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει $\frac{30}{\pi}$ περιστροφές.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της: $I = \frac{2}{5} mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2004

4. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος ακτίνας $R=0,2m$ και μάζας $M=3kg$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της O και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1kg$ είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος το οποίο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο. Κάτω από το σώμα Σ_1 και σε απόσταση h βρίσκεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3kg$ το οποίο ισορροπεί στερεωμένο στη μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200 \frac{N}{m}$ η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος.



Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα τροχαλίας–σώματος Σ_1 να κινηθεί. Μετά από ενώ το νήμα κόβεται. Το συσσωμάτωμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα Σ_1 μέχρι την κρούση.

β. την κινητική ενέργεια της τροχαλίας μετά την κρούση.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

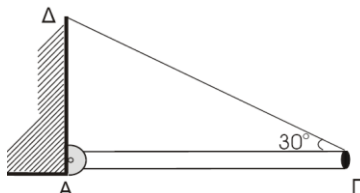
δ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος, τη στιγμή που απέχει από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση $x = 0,1 m$.

Να θεωρήσετε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της: $I = \frac{1}{2} MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Επαν. Ημερ. 2004

5. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος 1m και βάρος 30N ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΔΓ που σχηματίζει γωνία 30° με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- A.** Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.
B. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο.

Να υπολογίσετε:

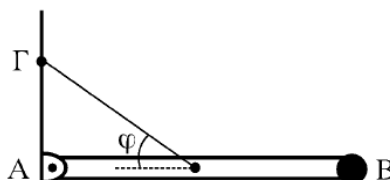
1. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.
2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία 60° με την αρχική της θέση.
3. Την κινητική ενέργεια της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται : η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σε αυτή είναι $I_A = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

$$\eta\mu 30^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Ομογ. 2004

6. Μια ομογενής ράβδος ΑΒ που έχει μήκος $\ell = 1\text{m}$ και μάζα $M = 6\text{kg}$, έχει στο άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων με μάζα $m = 2\text{kg}$. Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της Α μέσω άρθρωσης και αρχικά διατηρείται οριζόντια με τη βοήθεια νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσο της ράβδου και το άλλο στον κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^\circ$ με την διεύθυνση της ράβδου στην οριζόντια θέση ισορροπίας.



A. Να υπολογίσετε:

- A.1.** Το μέτρο της τάσης του νήματος.

A.2. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου– σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

B. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο της, αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος. Θεωρώντας τις τριβές αμελητέες να υπολογίσετε το μέτρο:

B1. Της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής, μόλις κόβεται το νήμα.

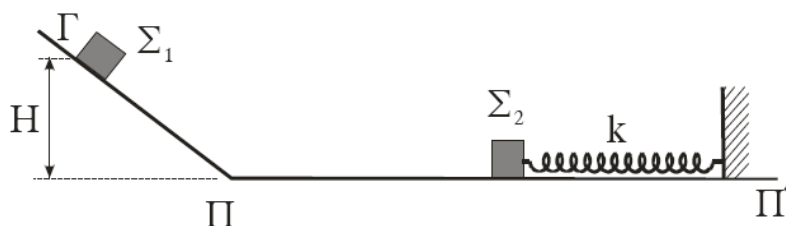
B2. Της ταχύτητας του σώματος στο άκρο της ράβδου, όταν αυτή φτάνει στην κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: 1. Για τη ράβδο η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής της: $I_{cm} = \frac{1}{12} M \ell^2$,

2. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Εσπερ. 2005

7. Το σώμα Σ_2 του σχήματος που έχει μάζα $m_2 = 2\text{kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα Σ_2 ταλαντώνεται οριζόντια πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ' με πλάτος $A = 0,1\text{m}$ και περίοδο $T = \frac{\pi}{5}\text{s}$.



A. Να υπολογίσετε:

1. Την τιμή της σταθεράς k του ελατηρίου.
2. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος Σ_2 .

B. Το σώμα Σ_1 του σχήματος με μάζα $m_1 = 2\text{ kg}$ αφήνεται ελεύθερο να ολισθήσει πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο, από τη θέση Γ. Η κατακόρυφη απόσταση της θέσης Γ από το οριζόντιο επίπεδο είναι $H = 1,8\text{ m}$.

Το σώμα Σ_1 , αφού φθάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, συνεχίζει να κινείται, χωρίς να αλλάξει μέτρο ταχύτητας, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ'. Το Σ_1 συγκρούεται μετωπικά (κεντρικά) και

ελαστικά με το σώμα Σ_2 τη στιγμή που το Σ_2 έχει τη μέγιστη ταχύτητά του και κινείται αντίθετα από το Σ_1 .

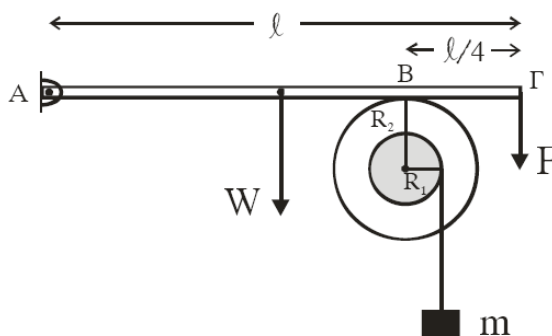
1. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου μετά από αυτή την κρούση.
2. Να δείξετε πως στη συνέχεια το σώμα Σ_2 θα προλάβει το σώμα Σ_1 και θα συγκρουστούν πάλι πριν το σώμα Σ_1 φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου.

Η απόσταση από τη βάση του πλάγιου επιπέδου μέχρι το κέντρο της ταλάντωσης του Σ_2 είναι αρκετά μεγάλη. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

Δίνεται $g = 10 \frac{m}{s^2}$

Ομογ. 2005

8. Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος ℓ και μάζα $M=3\text{kg}$ έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου 9N , με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες $R_1=0,1\text{m}$ και $R_2=0,2\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι $\frac{\ell}{4}$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων.

Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=0,09 \text{ kgm}^2$. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας $m=1\text{kg}$.

- α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.
- β. Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

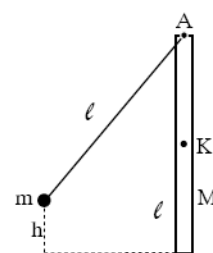
γ. Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m , όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους $0,5\text{m}$. Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους $0,5\text{m}$.

Δίνεται $g=10 \frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2006

9. Ομογενής ράβδος μήκους $\ell=2\text{ m}$ και μάζας $M=3\text{ kg}$ είναι αναρτημένη από οριζόντιο άξονα Α, γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστραφεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον ίδιο άξονα Α είναι δεμένο αβαρές νήμα με το ίδιο μήκος ℓ , στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σφαιρίδιο μάζας $m=0,5\text{kg}$. Αρχικά το νήμα είναι τεντωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και το σφαιρίδιο βρίσκεται σε ύψος $h=0,8\text{ m}$ πάνω από το κατώτερο σημείο της



ράβδου. Στη συνέχεια το σφαιρίδιο αφήνεται ελεύθερο και προσκρούει στο άκρο της ράβδου. Μετά την κρούση το σφαιρίδιο ακινητοποιείται. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.

Να βρείτε:

- Την ταχύτητα του σφαιριδίου λίγο πριν την κρούση.
- Τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
- Τη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
- Το ποσό της μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση.
- Τη μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας της ράβδου.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας

της: $I_{\text{cm}} = \frac{1}{12} M\ell^2$ Επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \frac{m}{s^2}$.

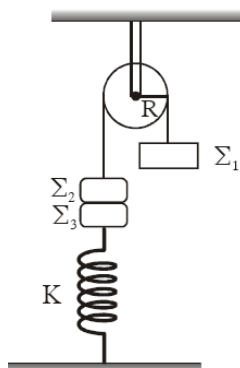
Εσπερ. 2006

10. Τροχαλία μάζας $M=6\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,25\text{m}$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της.

Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1=4\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ αντίστοιχα. Το σώμα Σ_2 είναι κολλημένο με σώμα Σ_3 μάζας $m_3=1\text{kg}$, το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς

$K=100 \frac{N}{m}$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή μηδέν ($t_0 = 0$), τα σώματα Σ_2 και

Σ_3 αποκολλώνται και το Σ_3 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακορύφου.

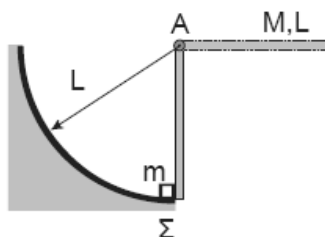


- α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_3 .
- β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ_3 σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά, τη φορά προς τα επάνω.
- γ. Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας μετά την αποκόλληση των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 .
- δ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή $t = 0,1$ s.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I = \frac{1}{2} MR^2$, η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση και $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Επαν. Ημερ. 2006

11. Ομογενής ράβδος μήκους $L=0,3m$ και μάζας $M=1,2kg$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Αρχικά την κρατούμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.



α. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη.

β. Να βρείτε τη στροφορμή της ράβδου όταν φθάσει σε κατακόρυφη θέση.

Τη στιγμή που η ράβδος φθάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα $m=0,4 \text{ kg}$. Μετά την κρούση

το σώμα κινείται κατά μήκος κυκλικού τόξου ακτίνας L , ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται με την ίδια φορά. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι $\frac{\omega}{5}$, όπου ω η γωνιακή ταχύτητά της αμέσως πριν την κρούση.

γ. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση.

δ. Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα Α $I = \frac{1}{3}ML^2$ και $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2007

12. Στο γιογιό του σχήματος που έχει μάζα $M=6\text{kg}$ και ακτίνα $R=0,1\text{m}$, έχει τυλιχτεί πολλές φορές γύρω του λεπτό αβαρές νήμα. Με σταθερό το ένα άκρο του νήματος αφήνουμε το γιογιό να κατεβαίνει. Όταν αυτό έχει κατέβει κατά $h = \frac{5}{3} \text{ m}$ αποκτά μεταφορική ταχύτητα $v_{\text{cm}}=5\text{m/s}$.

Να βρείτε:

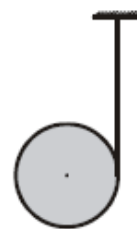
Α. Τη μεταφορική επιτάχυνση του κέντρου μάζας του σώματος.

Β. Τη γωνιακή επιτάχυνση του σώματος και την τάση του νήματος.

Γ. Το λόγο της στροφικής κινητικής ενέργειας προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του σώματος, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας του γιογιό.

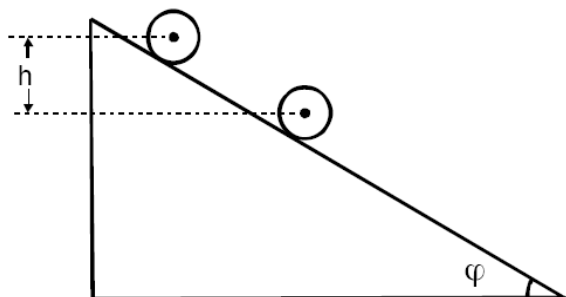
Δ. Τη σχέση που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφική κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνονται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$.



Εσπερ. 2007

13. Ένας ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας $M = 2\text{kg}$ και ακτίνας $R = 0,2\text{m}$ αφήνεται να κυλήσει κατά μήκος ενός πλάγιου επιπέδου γωνίας κλίσης φ , με $\eta\mu\varphi = 0,6$, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει.

Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου καθώς αυτός κυλίνεται.

β. το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής που ασκείται στον κύλινδρο από το πλάγιο επίπεδο.

γ. το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου κατά τον άξονά του, όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από το σημείο που αυτός αφέθηκε ελεύθερος είναι $h_1 = 4,8\text{ m}$.

δ. το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί ο κύλινδρος από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας του έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά $h_2 = 2,4\pi\text{ m}$.

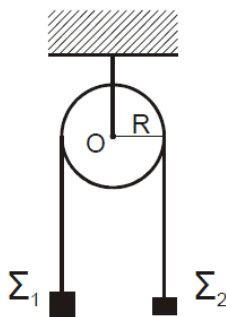
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I = \frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της

βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Ομογ. 2007

14. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος έχει μάζα $M = 6\text{ kg}$ και ακτίνα $R = 0,3\text{ m}$. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν αντίστοιχα μάζες $m_1 = 5\text{ kg}$ και $m_2 = 2\text{ kg}$.

Η τροχαλία και τα σώματα Σ_1 , Σ_2 είναι αρχικά ακίνητα και τα κέντρα μάζας των Σ_1 , Σ_2 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.



Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί.

Να υπολογίσετε:

- α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία θα κινηθούν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 .
- β. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.
- γ. το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη χρονική στιγμή

$$t_1 = 2\text{s}.$$

- δ. τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία η κατακόρυφη απόσταση των κέντρων μάζας των Σ_1 , Σ_2 θα είναι $h = 3\text{m}$.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = \frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

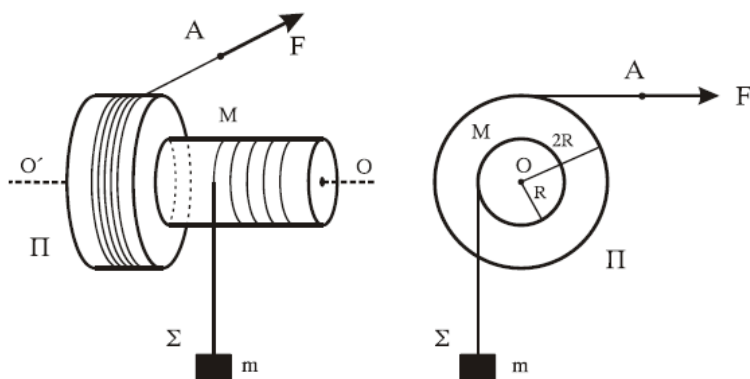
Σημείωση: Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.

Να θεωρήσετε ότι τα σώματα Σ_1 και Σ_2 δεν φτάνουν στο έδαφος ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

Ομογ. 2008

15. Στερεό Π μάζας $M = 10\text{kg}$ αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$, όπου $R = 0,2\text{m}$, όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = MR^2$. Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα $O'O$, που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας $m = 20\text{kg}$ κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας R .

Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα $2R$ είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο A του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη F .



α. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης F_0 που ασκείται στο ελεύθερο άκρο Α του νήματος, ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία, έτσι ώστε να γίνει $F = 115\text{N}$.

β. Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ.

Για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει ανέλθει κατά $h = 2\text{m}$, να βρείτε:

γ. Το μέτρο της στροφορμής του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του.

δ. Τη μετατόπιση του σημείου Α από την αρχική του θέση.

ε. Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του στερεού Π κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ κατά h .

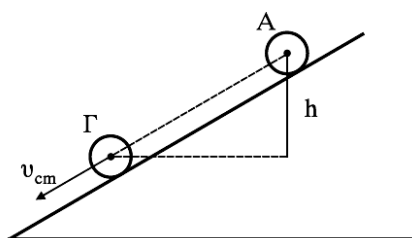
Δίνεται: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Το συνολικό μήκος κάθε νήματος παραμένει σταθερό.

Ημερ. 2009

16. Ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας $m = 5\text{kg}$ και ακτίνας $R = 0.2\text{m}$ αφήνεται από την ηρεμία (θέση Α) να κυλήσει κατά μήκος πλάγιου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει. Τη στιγμή που το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει κατακόρυφη μετατόπιση h (θέση Γ), η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι $v_{\text{cm}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Να υπολογίσετε:

α. Τη γωνιακή ταχύτητα ω του κυλίνδρου στη θέση Γ.

β. Τη στροφορμή του κυλίνδρου στη θέση Γ.

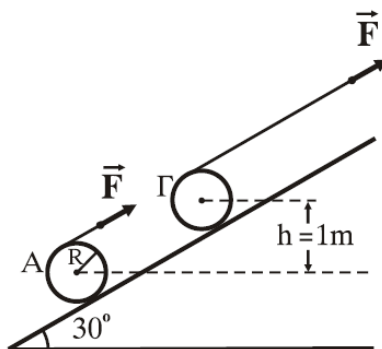
γ. Την κατακόρυφη μετατόπιση h .

δ. Τον λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου σε κάποια χρονική στιγμή, κατά τη διάρκεια της κίνησης του.

Δίνεται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$, Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = \frac{1}{2} MR^2$.

Εσπερ. 2009

17. Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας $M = 40\text{kg}$ και ακτίνας $R = 0,2\text{m}$, έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή δύναμη F παράλληλη προς την επιφάνεια κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως 30° , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος κυλίεται πάνω στην επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου χωρίς ολίσθηση.

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης F , ώστε ο κύλινδρος να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα.

Αν αρχικά ο κύλινδρος είναι ακίνητος με το κέντρο μάζας του στη θέση Α και στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού ασκηθεί σταθερή δύναμη $F = 130\text{N}$, όπως στο σχήμα:

β. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

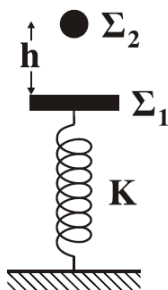
γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του όταν το κέντρο μάζας του περνάει από τη θέση Γ του σχήματος, η οποία βρίσκεται $h = 1\text{m}$ ψηλότερα από τη θέση Α.

δ. Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης F κατά τη μετακίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από τη θέση Α στη θέση Γ και να δείξετε ότι αυτό ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου κατά τη μετακίνηση αυτή.

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{1}{2} MR^2$, $\eta_{30} = \frac{1}{2}$.

Επαν. Ημερ. 2009

18.



Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 7\text{Kg}$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Από ύψος $h = 3,2\text{m}$ πάνω από το Σ_1 στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{kg}$, το οποίο συγκρούεται με το Σ_1 κεντρικά και πλαστικά.

Να υπολογίσετε:

- α. το μέτρο της ταχύτητας v_2 του Σ_2 οριακά πριν αυτό συγκρουστεί με το Σ_1 .
- β. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- γ. το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- δ. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Ομογ. 2009

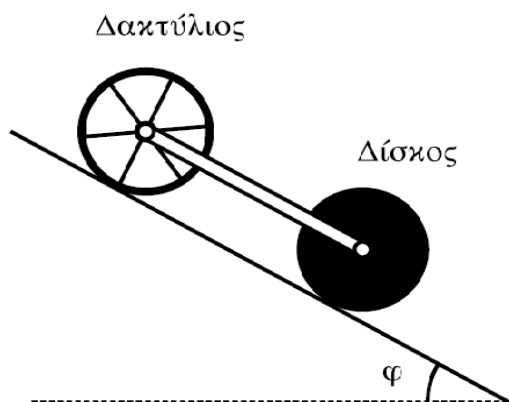
19. Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας $m = 2\text{kg}$ και ακτίνας $r = 1\text{m}$. Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30^\circ$ ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση $x = 2\text{m}$ σε χρόνο $t = 1\text{s}$.

- α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

β. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας M και ίδιας ακτίνας R . Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1 = \frac{1}{2}MR^2$ και του δακτυλίου $I_2 = MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους.

Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίζει στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.



γ. Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών $\frac{K_1}{K_2}$ όπου K_1 η κινητική ενέργεια του δίσκου και K_2 η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

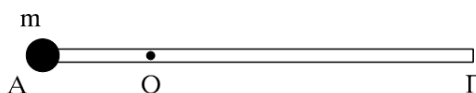
δ. Αν η μάζα κάθε στερεού είναι $M = 1,4\text{kg}$, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα.

Να σχεδιάσετε τις πιο πάνω δυνάμεις.

Δίνονται: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$.

Ημερ. 2010

20. Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ και μάζας M μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο της ράβδου. Η απόσταση του σημείου Ο από το Α είναι $\frac{\ell}{4}$. Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται σημειακή μάζα m , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου $F = 20\text{N}$.

α. Να υπολογιστούν οι μάζες m και M .

Στη συνέχεια τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής της ράβδου στο άκρο Γ , ώστε να παραμένει οριζόντιος και κάθετος στη ράβδο, και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

β. το μήκος ℓ της ράβδου, αν τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη έχει γωνιακή επιτάχυνση

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = 3,75 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$

γ. το λόγο της κινητικής ενέργειας της μάζας m προς τη συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος, κατά τη διάρκεια της περιστροφής του συστήματος των δύο σωμάτων.

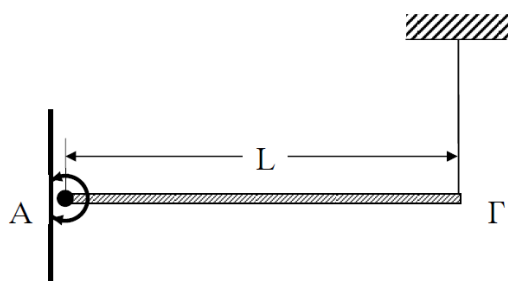
δ. το μέτρο της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία φ ως προς την οριζόντια διεύθυνση τέτοια, ώστε $\eta\mu\varphi = 0,3$.

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στη

ράβδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$.

Επαν. Ημερ. 2010

21.



Ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $L=1\text{m}$ και μάζας $M=3\text{kg}$ ισορροπεί οριζόντια, όπως στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου στηρίζεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ συνδέεται με την οροφή με κατακόρυφο σχοινί.

Κάποια στιγμή κόβουμε το σχοινί και η ράβδος αφήνεται να περιστραφεί γύρω από την άρθρωση χωρίς τριβές.

Η ροπή αδράνειας της ράβδου, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι

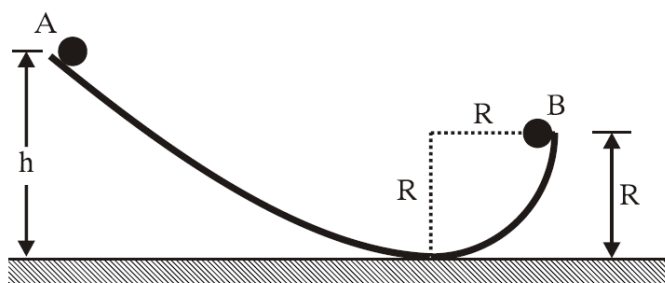
κάθετος σ' αυτή, είναι: $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$ και $g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Να υπολογίσετε:

- α. τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το σχοινί, όταν αυτή ισορροπεί.
- β. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή που κόβεται το σχοινί και η ράβδος είναι οριζόντια.
- γ. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου στην κατακόρυφη θέση της.
- δ. το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής στην κατακόρυφη θέση της.

Επαν. Εσπερ. 2010

22. Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=1\text{kg}$, ακτίνας $r=0,02\text{m}$ και ροπής αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{\text{cm}} = \frac{2}{5}mr^2$, αφήνεται από το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h=9\text{m}$ πάνω από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Όταν η σφαίρα διέρχεται από το σημείο Β του οδηγού, το οποίο απέχει απόσταση $R=2\text{m}$ από το οριζόντιο επίπεδο, να υπολογίσετε:

- α. τη ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο Β και είναι παράλληλος προς τον άξονα περιστροφής της.
- β. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας.
- γ. το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της.
- δ. το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει το κέντρο μάζας της σφαίρας, από το σημείο Β.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

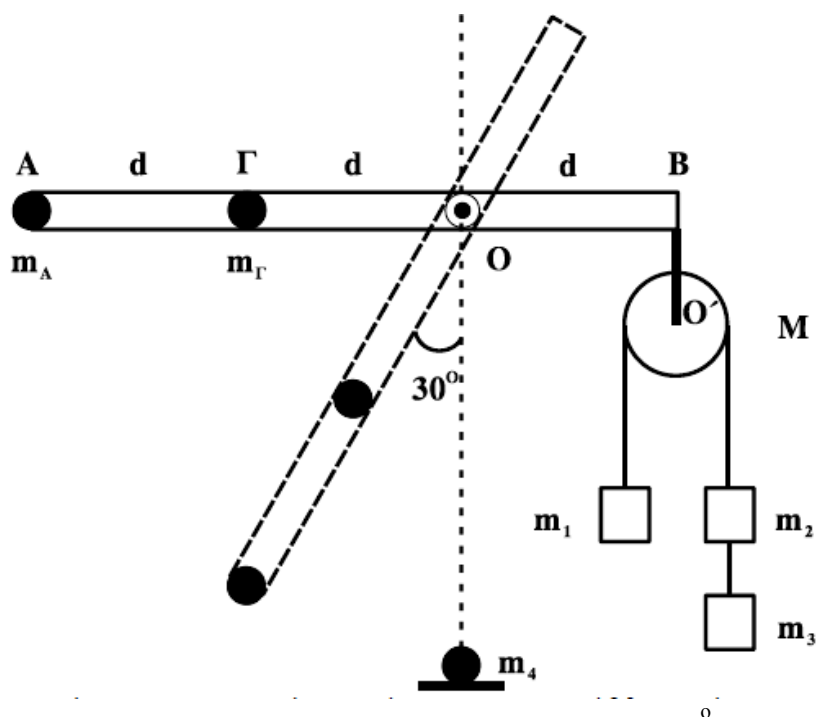
Ομογ. 2010

23. Αβαρής ράβδος μήκους $3d$ ($d=1\text{m}$) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση $2d$ από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα $m_A = 1\text{ kg}$ και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο έχουμε

επίσης σημειακή μάζα $m_{\Gamma}=6$ kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο B, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας $M=4$ kg από την οποία κρέμονται οι μάζες $m_1=2$ kg, $m_2=m_3=1$ kg. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα O' .

α. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Κόβουμε το $O'B$, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο B.



β. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο.

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα $m_4=5$ kg.

γ. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου A αμέσως μετά τη κρούση.

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο B, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m .

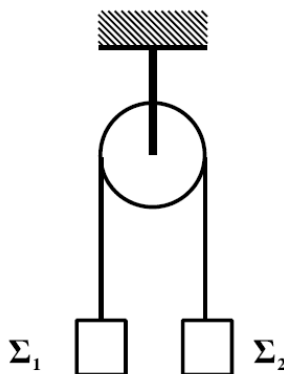
δ. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m , ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $\eta_{30^\circ}=1/2$, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I=MR^2/2$.

Ημερ. 2011

24. Η τροχαλία του σχήματος είναι ομογενής με μάζα $m=4 \text{ kg}$ και ακτίνα $R=0,5\text{m}$. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες $m_1=2 \text{ kg}$ και $m_2=1 \text{ kg}$ αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα στο ίδιο ύψος. Κάποια στιγμή ($t_0=0$) αφήνονται ελεύθερα.



Να βρείτε:

α. Το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσουν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 .

β. Τα μέτρα των τάσεων των νημάτων.

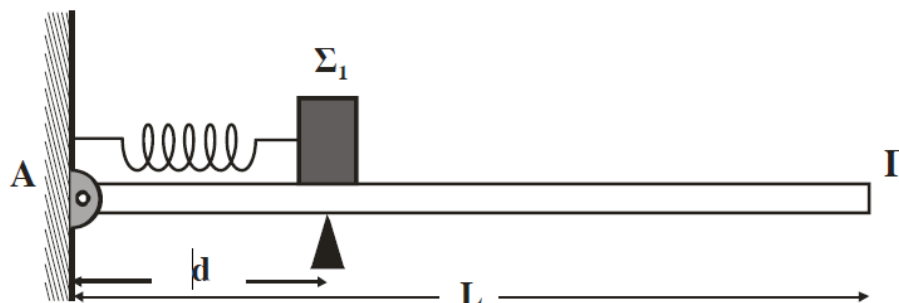
γ. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας τη στιγμή $t=2 \text{ s}$.

δ. Την κινητική ενέργεια του συστήματος, τη στιγμή που το κάθε σώμα έχει μετατοπιστεί κατά $h=3 \text{ m}$.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της είναι $I = \frac{1}{2} mR^2$. Τα νήματα δεν ολισθαίνουν στην τροχαλία.

Εσπερ. 2011

25. Λεία οριζόντια σανίδα μήκους $L=3\text{m}$ και μάζας $M=0,4\text{Kg}$ αρθρώνεται στο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση $d=1\text{m}$ από τον τοίχο, η σανίδα στηρίζεται ώστε να διατηρείται οριζόντια. Ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς $K=100\text{N/m}$ συνδέεται με το ένα άκρο του στον τοίχο και το άλλο σε σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{Kg}$. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 .



Το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 βρίσκεται σε απόσταση d από τον τοίχο. Στη συνέχεια, ασκούμε στο σώμα Σ_1 σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=40\text{N}$ με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο Γ της σανίδας. Όταν το σώμα Σ_1 διανύσει απόσταση $s=5\text{cm}$, η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στη συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ_1 .

β. Να εκφράσετε το μέτρο της δύναμης F_A που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Κατά μήκος της σανίδας από το άκρο Γ κινείται σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{Kg}$ με ταχύτητα $v_2 = 2\sqrt{3} \frac{m}{s}$. Τα

δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όταν η απομάκρυνση

του σώματος Σ_1 είναι x_1 , όπου $x_1 \geq 0$. Το σώμα Σ_1 μετά την κρούση ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

γ. Να βρείτε την απομάκρυνση x_1 .

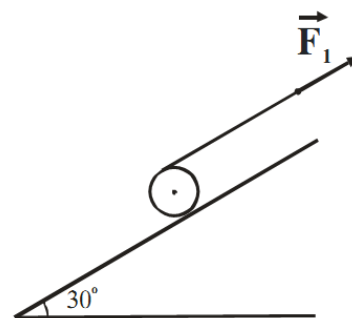
δ. Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά.

Θεωρούμε θετική τη φορά της απομάκρυνσης προς το Γ . Τριβές στην άρθρωση και στο υποστήριγμα δεν υπάρχουν.

Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

Επαν. Ημερ. 2011

26. Ομογενής δίσκος μάζας $m=4\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,1\text{m}$ είναι ακίνητος πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ με τον άξονά του οριζόντιο. Γύρω από το δίσκο είναι τυλιγμένο λεπτό, αβαρές και μη ελαστικό νήμα. Στην ελεύθερη άκρη του νήματος ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου F_1 με διεύθυνση παράλληλη προς την επιφάνεια του πλάγιου επιπέδου και με φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο δίσκος από το πλάγιο επίπεδο.

Αντικαθιστούμε τη δύναμη F_1 με δύναμη F_2 ίδιας κατεύθυνσης με την F_1 και μέτρου $F_2=7\text{N}$, με αποτέλεσμα ο δίσκος να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει προς τα κάτω. Το νήμα τυλίγεται γύρω από το δίσκο χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς και τη νέα τιμή της στατικής τριβής.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σημείου εφαρμογής της F_2 τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ο δίσκος έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$.

δ. Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε το κέντρο μάζας του δίσκου από τη στιγμή που άρχισε να κινείται μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 .

Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{1}{2} mR^2$.

Ομογ. 2011