

2 Ηλεκτρικές Ταλαντώσεις

2.1 Το κύκλωμα L - C

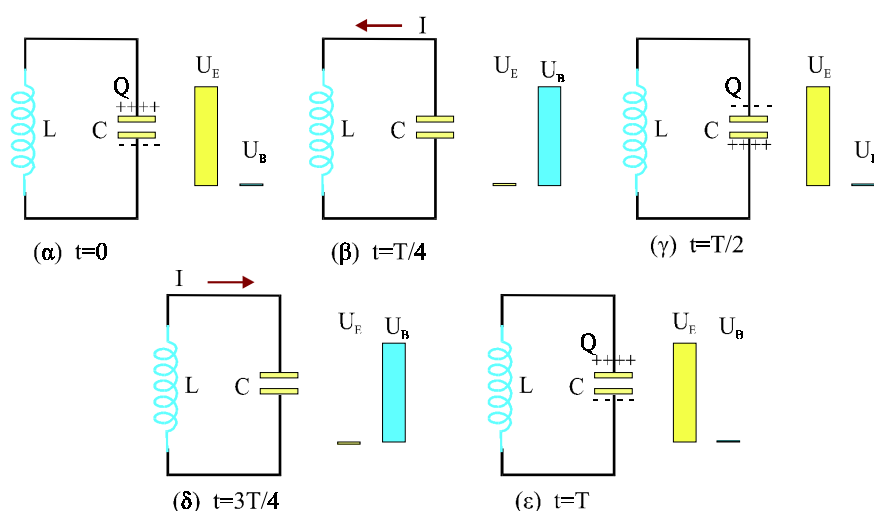
Διαθέτουμε ένα κύκλωμα που περιλαμβάνει ένα πυκνωτή χωρητικότητας C , ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L και ένα διακόπτη Δ συνδεδεμένα σε σειρά. Αν θεωρήσουμε αμελητέες όλες τις ωμικές αντιστάσεις το κύκλωμα αυτό ονομάζεται **Ιδανικό Κύκλωμα L-C**.

Φορτίζουμε τον πυκνωτή με πηγή σταθερής τάσης V και απομακρύνουμε την πηγή φόρτισης. Ο αρχικά φορτισμένος πυκνωτής έχει φορτίο Q και ενέργεια U_E ο διακόπτης Δ είναι ανοικτός. Το φορτίο και η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στον πυκνωτή υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV \quad (36)$$

$$U_E = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \quad (37)$$

Την χρονική στιγμή $t = 0$, κλείνουμε τον διακόπτη Δ , οπότε αρχίζει η εκφόρτιση του πυκνωτή και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα. Η ένταση του ρεύματος αυξάνεται σταδιακά, γιατί το πηνίο αντιστέκεται στην απότομη αύξηση του ρεύματος, λόγω του φαινομένου της αυτεπαγωγής και του κανόνα του Lenz. Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή έχει πολικότητα τέτοια ώστε να αντιστέκεται στο ρεύμα και υπολογίζεται από την σχέση $E_{\text{αυτεπ}} = -L \frac{di}{dt}$. Σε κάθε χρονική στιγμή η $V_L = E_{\text{αυτεπ}} = V_C = \frac{q}{C}$, όπου βέβαια V_C είναι η τάση στα άκρα του πυκνωτή.



Σχήμα 10: Οι φάσεις της ηλεκτρικής ταλάντωσης σε χρόνο μιας περιόδου

Η αύξηση της έντασης του ρεύματος (i) συνεχίζεται μέχρι την στιγμή της πλήρους εκφόρτισης του πυκνωτή ($q = 0$), οπότε και αποκτά την μέγιστη τιμή της (I) την

χρονική στιγμή $T/4$.

Στην συνέχεια, η ένταση του ρευματος μειώνεται πάλι σταδιακά, γιατί το πηνίο αντιστέκεται στον απότομο μηδενισμό της, λόγω του φαινομένου της αυτεπαγωγής. Η μείωση της έντασης του ρεύματος συνεχίζεται και η κίνηση των φορτίων έχει ως αποτέλεσμα ο πυκνωτής να φορτίζεται με αντίθετη πολικότητα από την αρχική. **Όταν το ρεύμα μηδενιστεί ($i = 0$), ο πυκνωτής θα έχει αποκτήσει και πάλι φορτίο Q την χρονική στιγμή $T/2$.**

Στην συνέχεια ακολουθεί το ίδιο φαινόμενο, με το ρεύμα να έχει αντίθετη φορά από την προηγούμενη, μέχρις ότου το κύκλωμα να επανέλθει στην κατάσταση στην οποία βρισκόταν την χρονική στιγμή $t = 0$. Στην ιδανική περίπτωση που δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας το φαινόμενο επαναλαμβάνεται διαρκώς. Αυτό το περιοδικό φαινόμενο ονομάζεται **Ηλεκτρική Ταλάντωση**.

2.2 Οι εξισώσεις της Ηλεκτρικής Ταλάντωσης

Στο πρόβλημα των Ηλεκτρικών ταλαντώσεων τα κύρια μεγέθη είναι το φορτίο του πυκνωτή (q) και το ρεύμα (i) που διαρρέει το πηνίο. Και τα δύο μεγέθη περιγράφονται από κατάλληλες περιοδικές συναρτήσεις του χρόνου, με περίοδο που δίνεται από την σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (38)$$

Οι χρονικές εξισώσεις για το φορτίο του πυκνωτή και το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο στην γενική τους μορφή γράφονται:

$$q = Q\eta\mu(\omega t + \phi_0) \text{ και } i = I\sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0)$$

Είναι εύκολο να διαπιστώσει κανείς τις «ομοιότητες» των παραπάνω σχέσεων με τις αντίστοιχες χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης x και της ταχύτητας v των μηχανικών ταλαντώσεων. Είναι προφανές ότι το Q αντιστοιχεί στην μέγιστη τιμή του φορτίου του πυκνωτή (πλάτος φορτίου) και το I στην μέγιστη τιμή του ρεύματος (πλάτος ρεύματος). Επίσης η φάση $\phi = \omega t + \phi_0$ έχει τις ίδιες ιδιότητες με την φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης με $0 \leq \phi_0 \leq 2\pi$.

Στην πλειονότητα των προβλημάτων που θα μας απασχολήσουν η αρχική φάση θα περιοριστεί σε δύο τιμές, σε αντίθεση με τα προβλήματα των μηχανικών ταλαντώσεων.

Η περίπτωση του φορτισμένου πυκνωτή Όταν την χρονική στιγμή $t = 0$ το φορτίο στον θετικά φορτισμένο οπλισμό είναι $q = +Q$ και κατά συνέπεια η ένταση του ρευματος στο κύκλωμα είναι $i = 0$ τότε αποδεικνύεται ότι $\phi_0 = \pi/2$. Άρα προκύπτουν οι ακόλουθες χρονικές εξισώσεις:

$$q = Q\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow q = Q\sigma\upsilon\nu(\omega t) \quad (39)$$

και

$$i = I\sigma\upsilon\nu(\omega t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow i = -I\eta\mu(\omega t) \quad (40)$$

όπου $I = \omega Q$, η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος. (κατ' αντιστοιχία με την μέγιστη ταχύτητα της μηχανικής ταλάντωσης). **Προσοχή η στιγμιαία τιμή του φορτίου (q) αντιστοιχεί στο φορτίο του αρχικά θετικά φορτισμένου οπλισμού.**

Η περίπτωση του αφόρτιστου πυκνωτή Όταν την χρονική στιγμή $t = 0$ ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος ($q = 0$) και το πηνίο διαρρέεται απο ρεύμα έντασης I , τότε αποδεικνύεται ότι $\phi_0 = 0$. Άρα προκύπτουν οι ακόλουθες χρονικές εξισώσεις:

$$q = Q\eta\mu(\omega t) \quad (41)$$

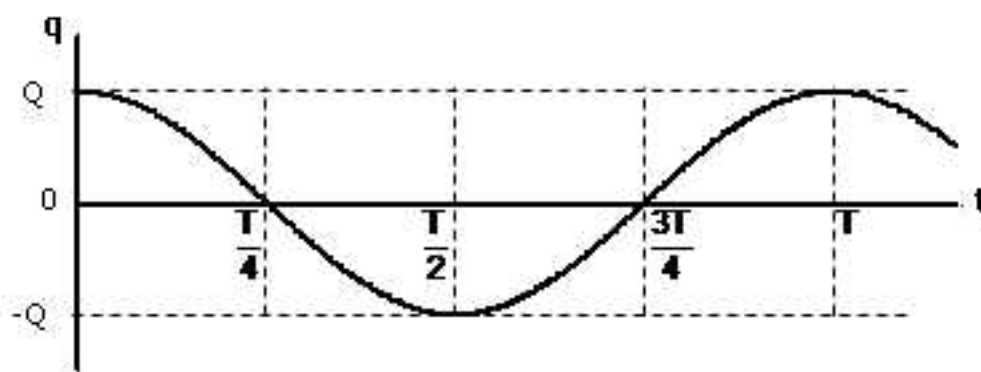
και

$$i = I\sigma\upsilon\upsilon(\omega t) \quad (42)$$

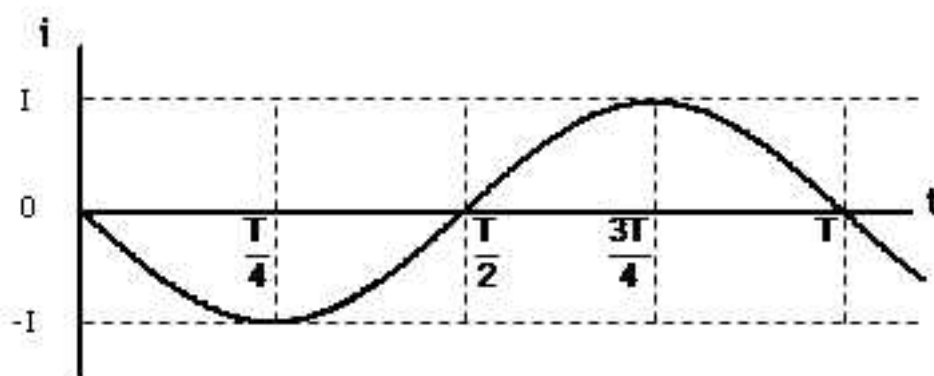
Οι παραπάνω δύο περιπτώσεις δεν είναι βέβαια οι μοναδικές, καθώς όπως και στις μηχανικές ταλαντώσεις η αρχική φάση μπορεί να πάρει ένα εύρος τιμών ανάλογα με τις "αρχικές συνθήκες" του προβλήματος. Εδώ οι αρχικές συνθήκες είναι το φορτίο του πυκνωτή και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα. Αλλά στα πλαίσια του μαθήματος θα ασχοληθούμε κυρίως με τις παραπάνω.

2.3 Γραφικές παραστάσεις

Παρακάτω φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις του φορτίου του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με τον χρόνο, για την περίπτωση του αρχικά φορτισμένου πυκνωτή ($\phi_0 = \pi/2$). Με σχετική ευκολία μπορούμε να σχεδιάσουμε και τα αντίστοιχα διαγράμματα για την περίπτωση του αρχικά αφόρτιστου πυκνωτή.



Σχήμα 11: Διάγραμμα φορτίου-χρόνου



Σχήμα 12: Διάγραμμα έντασης -χρόνου

Παρατηρήσεις για το “πρόσημο” του ρευματος

Όταν κλείσει ο διακόπτης, ο πυκνωτής θα αρχίσει να εκφορτίζεται μέσα απο το πηνίο και την χρονική στιγμή t θα υπάρχει ένα ρεύμα i στο κύκλωμα και ένα φορτίο q στον πυκνωτή. **Το ρεύμα i και το φορτίο q σχετίζονται, γιατί τι ρεύμα δίνει το ρυθμό με τον οποίο το φορτίο μεταφέρεται απο τον ένα οπλισμό του πυκνωτή στον άλλο.** Άλλωστε η ένταση του ρευματος εξ ορισμού είναι ίση με τον ρυθμό μεταβολής του φορτίου.

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (43)$$

Η σύμβαση μας για τα πρόσημα των q, i

- Έστω ότι δεχόμαστε ότι η φορά του ρεύματος είναι θετική, όταν αυτό κατευθύνεται προς τον αρχικά θετικά φορτισμένο οπλισμό του πυκνωτή (για $t = 0, q = +Q$). Με την επιλογή αυτή και σύμφωνα με την σχέση (43), το q αυξάνεται, όταν $i > 0$. Στην περίπτωση αυτή οι εξισώσεις (39) , (61 δίνουν σε κάθε χρονική στιγμή το φορτίο και το ρεύμα, με τις γραφικές παραστάσεις του να δίνονται απο τα σχήματα (11),(12)
- Σύμφωνα με την σύμβαση μας και με βάση τον ορισμό του ρευματος κατανοούμε ότι το πρόσημο της έντασης του ρευματος σχετίζεται με την φόρτιση ($\frac{dq}{dt} > 0$) ή την εκφόρτιση ($\frac{dq}{dt} < 0$) του πυκνωτή. **Ρεύμα με φορά από το πηνίο προς τον αρχικά θετικά φορτισμένο οπλισμό του πυκνωτή θα θεωρείται θετικό ($i > 0$) και ρεύμα με φορά απο τον αρχικά θετικά φορτισμένο οπλισμό του πυκνωτή θα θεωρείται αρνητικό ($i < 0$).**

Πρόταση Μελέτης Λύσε απο τον **Α τόμο των Γ. Μαθιουδάκη & Γ. Παναγιωτακόπουλου** τις ακόλουθες ασκήσεις: 5.1 - 5.11, 5.69, 5.70, 5.71, 5.72, 5.73

2.4 Η ενέργεια στην Ηλεκτρική Ταλάντωση

Η Ενέργεια στην Ηλεκτρική Ταλάντωση είναι ίση με την ενέργεια που προσφέρουμε στο κύκλωμα την χρονική στιγμή $t = 0$. Στην περίπτωση του αρχικά φορτισμένου πυκνωτή, η ενέργεια του κυκλώματος ισούται με την Ενέργεια του Ηλεκτρικού πεδίου που έχει αποθηκευτεί στον πυκνωτή, η οποία είναι ίση με :

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (44)$$

Μόλις κλείσουμε το διακόπτη, ο πυκνωτής θα αρχίσει να εκφορτίζεται μέσα από το πηνίο και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα. Όσο διαρκεί η εκφόρτιση, η **ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου** στον πυκνωτή ελαττώνεται και μετατρέπεται σε **ενέργεια του μαγνητικού πεδίου** στο πηνίο. Όταν ο πυκνωτής εκφορτιστεί πλήρως, η ένταση του ρευματος που διαρρέει το πηνίο γίνεται μέγιστη, οπότε η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο αποκτά την μέγιστη τιμή της που είναι ίση με :

$$U_B = \frac{1}{2} L I^2 \quad (45)$$

Στην συνέχεια η διαδικασία γίνεται αντίστροφα. Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο ελαττώνεται, ενώ αυξάνεται η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στο πηνίο, μέχρι την πλήρη φόρτιση του, οπότε το κύκλωμα επανέρχεται ενεργειακά στην αρχική του κατάσταση. Η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται.

Στην ιδανική περίπτωση που δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας, η **Ολική Ενέργεια** του κυκλώματος θεωρείται σταθερή και είναι ίση με :

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} L I^2 \quad (46)$$

Οι ενέργεια του Ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή (U_E) και του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο (U_B) υπολογίζονται σε κάθε χρονική στιγμή από τις σχέσεις :

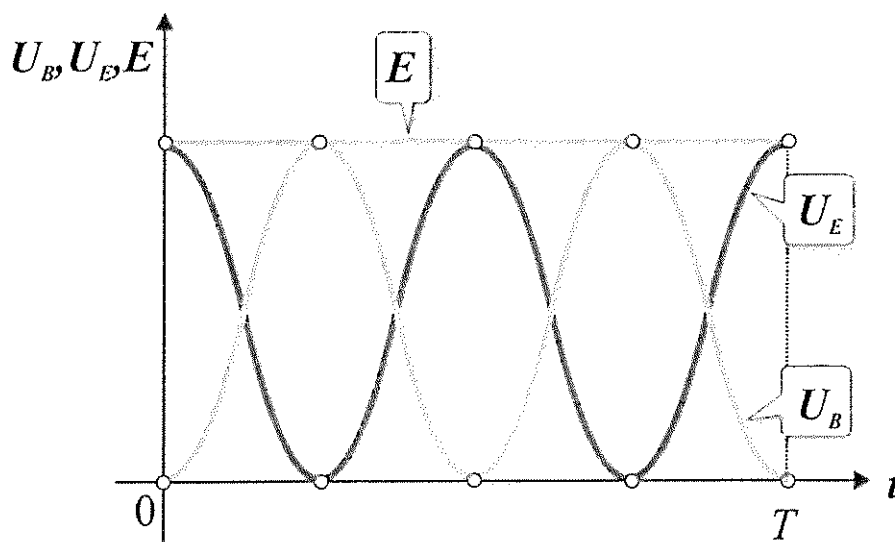
$$U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad \text{και} \quad U_B = \frac{1}{2} L i^2 \quad (47)$$

U_E, U_B σαν συναρτήσεις του χρόνου Αν υποθέσουμε ότι την χρονική στιγμή $t = 0$ ο πυκνωτής είναι φορτισμένος και αντικαθιστώντας τις σχέσεις για την στιγμιαία τιμή του φορτίου 39 και της έντασης 40 στις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν αντίστοιχα :

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{(Q \cos(\omega t))^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \cos^2(\omega t) \Rightarrow U_E = E \cos^2(\omega t) \quad (48)$$

$$U_B = \frac{1}{2} L (-I \sin(\omega t))^2 = \frac{1}{2} L I^2 \sin^2(\omega t) \Rightarrow U_B = E \sin^2(\omega t) \quad (49)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις επιβεβαιώνεται ότι η ενέργεια του Ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή μετατρέπεται περιοδικά σε ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο και αντίστροφα, ενώ η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή. Παρακάτω ακολουθεί το αντίστοιχο διάγραμμα των δυο μεγεθών σε συνάρτηση με τον χρόνο.



Σχήμα 13: E, U_E, U_B σε συνάρτηση με τον χρόνο

Η Διατήρηση της Ενέργειας Η ολική ενέργεια του κυκλώματος παραμένει σταθερή σε κάθε στιγμή και ίση με το άθροισμα της Ενέργειας του Ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή και της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο. Δηλαδή σε κάθε χρονική στιγμή θα ισχύει:

$$E = U_E + U_B \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2 \quad (50)$$

Περιγράψαμε παραπάνω ένα ιδανικό κύκλωμα $L - C$ χωρίς απώλειες ενέργειας. **Οι απώλειες ενέργειας σε ένα πραγματικό κύκλωμα $L - C$** οφείλονται σε δύο βασικούς λόγους:

- Στην θερμότητα που χάνεται λόγω του φαινομένου *Joule* από τις αντιστάσεις του κυκλώματος
- Στην ενέργεια που εκπέμπεται με την μορφή ακτινοβολίας κατά την λειτουργία του κυκλώματος.

Παρακάτω παρουσιάζω δύο αποδείξεις που κάτι πρέπει να μας θυμίζουν:

Απόδειξη της σχέσης $I = \omega Q$

$$U_{B(max)} = U_{E(max)} \Rightarrow \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \Rightarrow I^2 = \frac{1}{LC}Q^2 \Rightarrow I = \omega Q \quad (51)$$

παραπάνω χρησιμοποίησα το γεγονός ότι $T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Απόδειξη της σχέσης $i = \pm\omega\sqrt{Q^2 - q^2}$ Με την χρήση της σχέσης (50) προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} &= \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2 \Rightarrow Li^2 = \frac{Q^2}{C} - \frac{q^2}{C} \Rightarrow i^2 = \frac{1}{LC}(Q^2 - q^2) \\ &\Rightarrow i = \pm\omega\sqrt{Q^2 - q^2} \end{aligned} \quad (52)$$

Αντίστοιχα με τις μηχανικές ταλαντώσεις μπορούμε να σχεδιάσουμε τα διαγράμματα των ενεργειών U_E και U_B σε συνάρτηση με τις στιγμιαίες τιμές του φορτίου q και της έντασης του ρεύματος i . Η μορφή τους θα είναι αντίστοιχη.

Πρόταση Μελέτης Λύσε απο τον **Α τόμο των Γ. Μαθιουδάκη & Γ. Παναγιωτακόπουλου** τις ακόλουθες ασκήσεις: 5.75 -5.81, 5.83, 5.85, 5.86

Ρυθμοί Μεταβολής στην Ηλεκτρική Ταλάντωση Αντιστοιχα ίψως και στην περίπτωση της Απλής Αρμονικής Ταλάντωσης, οι ρυθμοί μεταβολής παίζουν καθοριστικό ρόλο και στο κύκλωμα $L - C$ για την κατανόηση των μεγεθών και των μεταβολών τους. Παραθέτω βασικούς ρυθμούς μεταβολής που θα εμφανιστούν σε ασκήσεις:

- **Ρυθμός μεταβολής του φορτίου στον οπλισμό του πυκνωτή $\frac{dq}{dt}$**

Είδαμε και παραπάνω ότι:

$$\frac{dq}{dt} = i \quad (53)$$

- **Ρυθμός μεταβολής της τάσης στα άκρα του πυκνωτή $\frac{dV_C}{dt}$**

Ο ρυθμός μεταβολής της τάσης υπολογίζεται ως εξής:

$$C = \frac{q}{V_C} \Rightarrow V_C = \frac{1}{C}q \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{i}{C} \quad (54)$$

προσοχη το i μπαίνει με το πρόσημο του στην σχέση, εκτός και αν ενδιαφερόμαστε μόνο για την τάση και όχι για την πολικότητα της.

- **Ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος $\frac{di}{dt}$**

Από τον νόμο της αυτεπαγωγής (*Lentz*) προκύπτει ότι $E_{\alpha\epsilon\tau} = -L\frac{di}{dt}$, άρα:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{E_{\alpha\epsilon\tau}}{L}$$

όμως $E_{\alpha\epsilon\tau} = V_L = V_C = \frac{q}{C} \Rightarrow$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{q}{LC} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\omega^2 q \quad (55)$$

- **Ρυθμός μεταβολής της Ενέργειας σε πηνίο και πυκνωτή** $\frac{dU_E}{dt}, \frac{dU_B}{dt}$ Επειδή στην ιδανική περίπτωση η Ενέργεια του Κυκλώματος παραμένει σταθετή προκύπτει ότι:

$$E = U_E + U_B \Rightarrow dE = 0 = dU_E + dU_B \Rightarrow \frac{dU_E}{dt} = -\frac{dU_B}{dt} \quad (56)$$

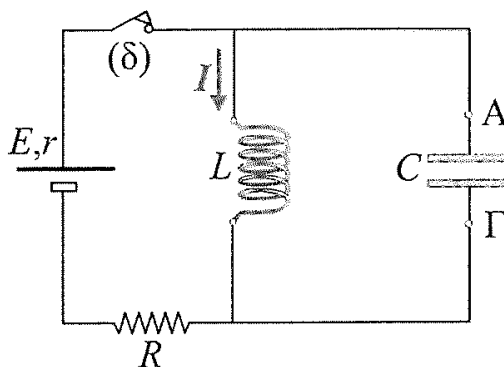
όπου βέβαια σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα ο ρυθμός μεταβολής αντιστοιχεί στην Ηλεκτρική ισχύ P_C για τον πυκνωτή και P_L για το πηνίο. Άρα με βάση αυτό προκύπτει ότι:

$$\frac{dU_E}{dt} = P_C \quad \text{και} \quad \frac{dU_B}{dt} = P_L \quad (57)$$

$$\frac{dU_E}{dt} = V_C i = \frac{q}{C} i \quad (58)$$

Πρόταση Μελέτης Λύσε απο τον **Ά τόμο των Γ. Μαθιουδάκη & Γ. Παναγιωτακόπουλου** τις ακόλουθες ασκήσεις: 5.87, 5.88, 5.89, 5.91, 5.102, 5.103, 5.106, 5.107, 5.109, 5.110, 5.112, 5.113, 5.114, 5.115, 5.116, 5.118, 5.119, 5.121

Η περίπτωση του αρχικά αφόρτιστου πυκνωτή... Όπως διατυπώσαμε και παραπάνω την χρονική στιγμή $t = 0$ οι τιμές των q, i μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή, άρα υπάρχει μια σειρά απο τιμές της αρχικής φάσης για να περιγράψουμε το πρόβλημα μας. Μια χαρακτηριστική περίπτωση εκτός απο εκείνη του αρχικά φορτισμένου πυκνωτή που παραπάνω περιγράψαμε υπάρχει και εκείνη του αρχικά αφόρτιστου πυκνωτή. Μια διάταξη στην οποία θα μπορούσαμε να έχουμε την περίπτωση αυτή είναι η ακόλουθη:



Υστερα απο πολύ ώρα με τον διακόπτη (δ) κλειστό το πηνίο διαρρέεται απο αθερό ρεύμα I. Το ρεύμα υπολογίζεται από τον Νόμο του *Ohm* για κλειστό κύκλωμα :

$$I = \frac{E}{R + r} \quad (59)$$

όπου E είναι η ΗΕΔ της πηγής και r η εσωτερική της αντίσταση.

Αν την χρονική στιγμή $t = 0$ ανοίξουμε τον διακόπτη στο πηνίο είναι αποθηκευμένη ενέργεια $U_B = \frac{1}{2}LI^2$ που θα είναι ίση με την ενέργεια της Ηλεκτρικής ταλάντωσης που θα ακολουθήσει.

Σε αυτή την περίπτωση που για $t = 0, q = 0$ και $i = +I$ και θεωρώντας ως θετικό τον οπλισμό Γ οι χρονικές εξισώσεις για το φορτίο και την ένταση του ρευματος θα είναι :

$$q = Q\eta\mu(\omega t) \quad (60)$$

και

$$i = I\sigma\nu\eta(\omega t) \quad (61)$$

με απόδειξη που εύκολα μπορεί να προκύψει ξεκινώντας απο τις γενικές χρονικές εξισώσεις των q, i και επιλέγοντας ως αρχική φάση $\phi_0 = 0$.

Πρόταση Μελέτης: Λύσε απο τον **Ά τόμο των Γ. Μαθιουδάκη & Γ. Παναγιωτακόπουλου** τις ακόλουθες ασκήσεις: 5.93, 5.94, 5.95, 5.96, 5.97, 5.99, 5.100, 5.123, 5.124, 5.126, 5.127, 5.128, 5.131, 5.132

Οι αντιστοιχίες του ιδανικού $L - C$ με το μηχανικό ανάλογο του σύστημα $m - k$
Όπως ήδη θα έχετε παρατηρήσει οι μαθηματικές σχέσεις στο κύκλωμα $L - C$ έχουν πολλές ομοιότητες και αναλογίες με αντίστοιχες σχέσεις του συστήματος της μάζας με το ελατήριο των μηχανικών ταλαντώσεων. Χωρίς να σημαίνει ότι τα δύο αυτά συστήματα ταυτίζονται, μπορούμε να περιγράψουμε τις αντιστοιχίες των μεγεθών για λόγους μνημονικούς.

Σύστημα Μάζας - Ελατηρίου	Κύκλωμα $L - C$
Απομάκρυνση x	Φορτίο q
Ταχύτητα v	Ένταση Ρεύματος i
Πλάτος Ταλάντωσης A	Μέγιστο φορτιο Q
Μέγιστη Ταχύτητα $v_{max} = \omega A$	Μέγιστη Ένταση Ρεύματος $I = \omega Q$
Δυναμική Ενέργεια ταλάντωσης $U = \frac{1}{2}Dx^2$	Ενέργεια Ηλεκτρικού Πεδιου του Πυκνωτή $U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$
Κινητική Ενέργεια Ταλάντωσης $K = \frac{1}{2}mv^2$	Ενέργεια Μαγνητικού Πεδιου στο πηνίο $U_B = \frac{1}{2}Li^2$
Σταθερά k του ελατηρίου	Αντιστροφο της χωρητικότητας $\frac{1}{C}$
Μάζα m του σώματος	Συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνιου L
Περίοδος $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	Περίοδος $T = 2\pi\sqrt{LC}$

Γνωρίζοντας την περιγραφή του συστήματος «ελατηρίου- μάζας» μπορούμε εύκολα να περάσουμε στο ιδανικό κύκλωμα $L - C$ και να χρησιμοποιήσουμε παρόμοιες μαθηματικές μεθόδους για τις ασκήσεις μας.